ЛОГАРИФМЫ

$\log_a b = \alpha \qquad (a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$

$a^\alpha = b$

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$a>0,\ a\neq 1,\ x>0,\ y>0$

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
5. $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$
6. $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \cdot \log_a x$
7. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$; $b>0,\ b\neq 1$
8. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $b>0,\ b\neq 1$
9. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $b>0,\ b\neq 1$
10. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$
11. $\log_n a \cdot \log_m b = \log_m a \cdot \log_n b$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

1. $(f + g)' = f' + g'$
2. $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
3. $(c \cdot f)' = c \cdot f'$; c – const
4. $c' = 0$; c – const
5. $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
6. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

   $(f(kx + b))' = k \cdot f'(kx + b)$

ФОРМУЛЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha - 1}$; $\quad (x)' = 1$; $\quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\sin x)' = \cos x \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \quad (\cos x)' = -\sin x$

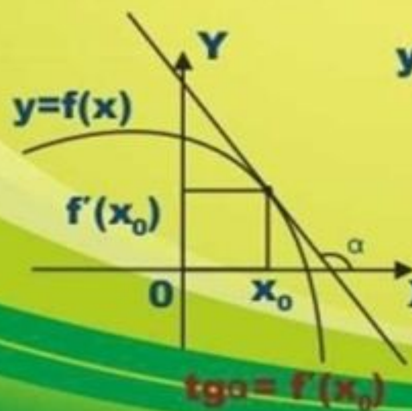
$(tg\, x)' = \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) \qquad (ctg\, x)' = \frac{1}{-\sin^2 x}$

$(e^x)' = e^x \qquad (a^x)' = a^x \cdot \ln g$

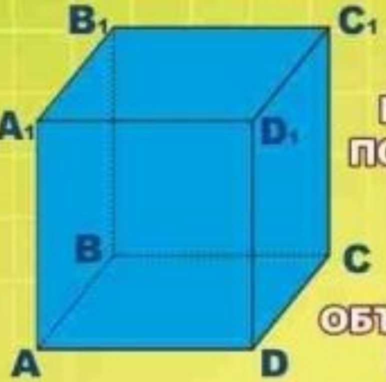
$(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ

$y_{кас.} = f'(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$



МНОГОГРАННИКИ



ОБЪЕМ ПРИЗМЫ

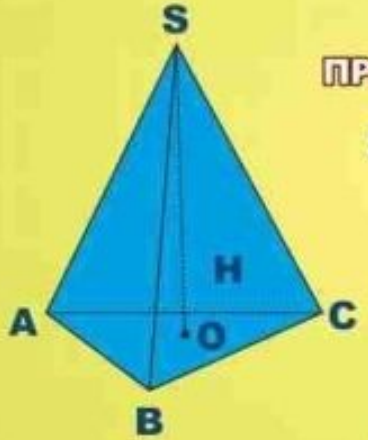
$$V = S \cdot H$$

ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ

$$S_{\text{бок}} = P \cdot H$$

ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

$$V = a \cdot b \cdot c$$



ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot H_{\text{бок.}}$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{S_{\text{осн.}}}{\cos \varphi}$$

ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H$$

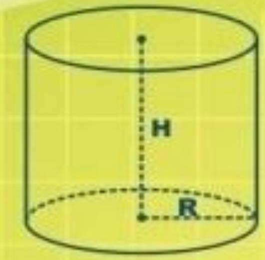
ОБЪЕМ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ

$$V = \frac{1}{3} H(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

ПРАВИЛЬНАЯ УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2}(P + P_1) \cdot h_{\text{бок.}}$$

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ



ЦИЛИНДР

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi RH$$

$$S_{\text{полн.}} = 2\pi R(R + H)$$

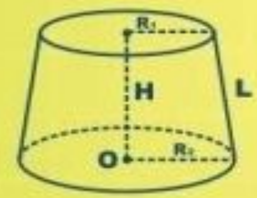
$$V = \pi R^2 H$$

КОНУС

$$S_{\text{бок.}} = \pi RL$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi R(R + L)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



УСЕЧЕННЫЙ КОНУС

$$S_{\text{бок.}} = \pi(R_1 + R_2)L$$

$$V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$$

СФЕРА И ШАР

$$S = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

ШАРОВОЙ СЕГМЕНТ

$$S = 2\pi RH$$

$$V = \pi H^2\left(R - \frac{1}{3}H\right)$$

ШАРОВОЙ СЕКТОР

$$S = \pi R(2H + a)$$

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$$

ФОРМУЛА СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

КВАДРАТ СУММЫ	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
КВАДРАТ РАЗНОСТИ	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
КУБ СУММЫ	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
КУБ РАЗНОСТИ	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
СУММА КУБОВ	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
РАЗНОСТЬ КУБОВ	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-}{2}$

$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta)}$$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ($n \in Z$)

Уравнение	решение уравнения			
	в общем виде	$a = -1$	$a = 0$	$a = 1$
$\sin x = a$, $\lvert a\rvert \leq 1$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi$
$\cos x = a$, $\lvert a\rvert \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$	$x = \pi + 2\pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = 2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a$, $a \in R$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = a$, $a \in R$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$

КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН

$$ax^2 + bx + c$$

Квадратное уравнение
$ax^2 + bx + c = 0$

Квадратное неравенство
$ax^2 + bx + c > 0$
или
$ax^2 + bx + c < 0$

Квадратный трехчлен
$ax^2 + bx + c$

Квадратичная функция
$y = ax^2 + bx + c$

Корни квадратного трехчлена

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Чтобы найти корни квадратного трехчлена, нужно решить соответствующее квадратное уравнение
$ax^2 + bx + c = 0$

Разложение квадратного трехчлена на множители

$D < 0$	*Не раскладывается*
$D > 0$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Выделение квадрата двучлена из квадратного трехчлена

$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) =$

$= a\left(\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}\cdot x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ОДНОГО АРГУМЕНТА

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$\sin(\alpha+\beta)$ $\quad \sin(\beta-\alpha)$

ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\varphi} \qquad \text{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\text{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad \text{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\text{tg}\,\alpha \cdot \text{ctg}\,\alpha = 1$$

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg}\alpha \pm \text{tg}\beta}{1 \pm \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta}$$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \qquad \text{tg}\,2\alpha = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha}$$

ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} \qquad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos\alpha}{2}$$

$$\text{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha} \qquad \text{tg}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

sin α (ордината точки Pα) **cos α** (абсцисса точки Pα)

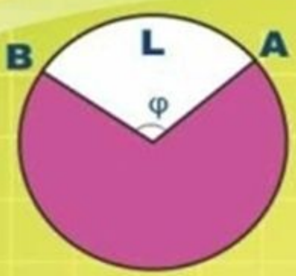
$\alpha > 0$ $\alpha < 0$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–
ctg x	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Формулы приведения

u	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\pi-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$
sin u	cosα	-sinα	-cosα	-sinα	cosα	sinα	-cosα
cos u	-sinα	-cosα	sinα	cosα	sinα	-cosα	-sinα
tg u	-ctgα	tgα	-ctgα	-tgα	ctgα	-tgα	ctgα
ctg u	-tgα	ctgα	-tgα	-ctgα	tgα	-ctgα	tgα

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

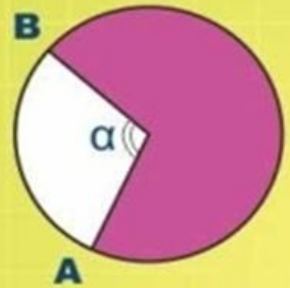


$$C = 2\pi R = \pi D$$

ДЛИНА ДУГИ

$$L = \frac{\pi R \cdot n}{180^\circ}; \quad L = R\varphi$$

ПЛОЩАДЬ КРУГА

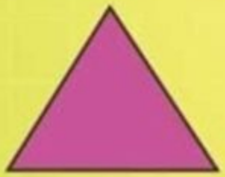


$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \pi R^2$$

ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

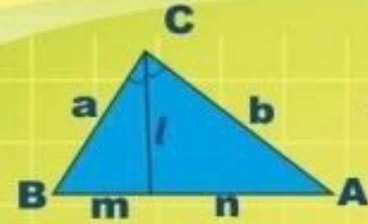
$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$$

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ



	3	4	6
R	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	a
r	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$
площадь S (a)	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	a^2	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$
S (R)	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$	$2R^2$	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$
S (r)	$3r^2\sqrt{3}$	$4r^2$	$3r^2\sqrt{3}$

ТРЕУГОЛЬНИК

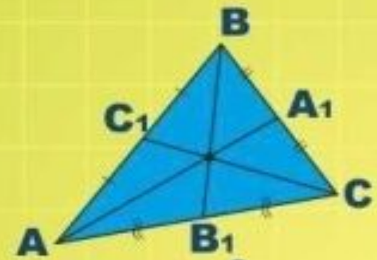


Сумма внутренних углов

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Свойство биссектрисы

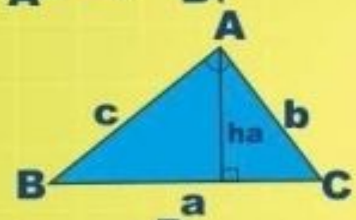
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$



Медиана

$$\frac{AM}{Ma_1} = \frac{CM}{MC_1} = \frac{BM}{MB_1} = \frac{2}{1}$$

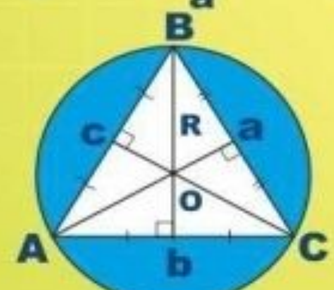
Формулы площади



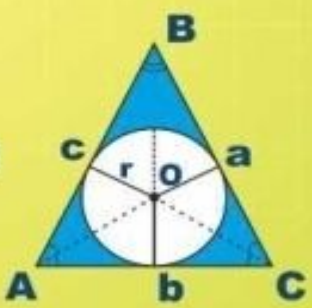
$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$$



$$r = \frac{S}{p}; \quad p = \frac{a + b + c}{2}$$

Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Основные свойства

Степеней

$a^0=1,\ a\neq0$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n},\ n\in N,\ a\neq0$

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

$a^n:a^m=a^{n-m}$

$(a^m)^n=a^{mn}$

$(ab)^n=a^n b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Корней

$(\sqrt[n]{a})=a$

$\sqrt[2n]{a^{2n}}=|a|,$

$\sqrt[2n-1]{a^{2n-1}}=a$

$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[n]{a}=\sqrt[nm]{a^m}$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

Квадратное уравнение

$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$

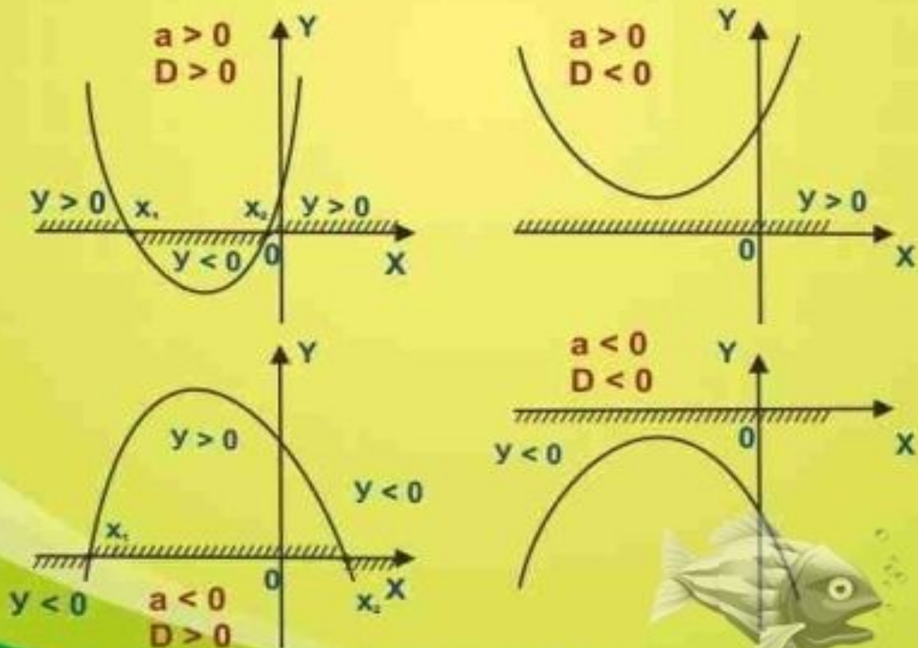
Дискриминант: $D=b^2-4ac$

Формула корней: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Теорема Виета: $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a}\\ x_1+x_2=\frac{c}{a}\end{cases}$

Квадратичная функция

$y=ax^2+bx+c$



Вершина параболы: $x_0=\frac{-b}{2a}$ $y_0=-\frac{b^2}{4a}+c$

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99

Десятки \ Единицы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Сегодня на уроке