

**Физическое моделирование.  
Типы экспериментов.**

## **Физическое моделирование (ФМ)**

**Физическое моделирование – это метод исследования на моделях, имеющих одинаковую с оригиналом физическую природу и воспроизводящих весь комплекс свойств изучаемых явлений.**

**Научной основой ФМ является теория подобия и размерностей, которая базируется на геометрическом подобии, подобии скоростей, сил, сред и т.д.**

**ФМ проводится с помощью экспериментов.**

**Эксперимент (от лат. experimentum — проба, опыт) — метод исследования объекта (явлений, процессов, систем) в управляемых условиях.**

**Отличается от наблюдения активным взаимодействием с изучаемым объектом.**

## **Преимущества ФМ:**

- полное воспроизводство процесса;
- наглядность процесса;
- возможность регистрации наблюдений без преобразующих устройств;
- изучение явлений, не поддающихся математическому описанию.

## **Недостатки ФМ:**

- для исследования каждого нового процесса необходимо создавать новую модель;
- изменение параметров оригинала часто требует физической переделки или полной замены модели;
- высокая стоимость изготовления моделей сложных объектов и проведения экспериментов;
- в ряде случаев имеются ограничения или оно вообще не применимо.

## Цели эксперимента

Экспериментальные исследования проводятся для:

- **Описания изучаемого процесса (регрессионный анализ).**

Модель записывается в виде параметрического уравнения (1), которое в результате обработки экспериментальных данных преобразуется в ММ, типа:

$$Y = A + B \cdot X_1 + C \cdot X_2 + \dots + N \cdot X_n \quad (\text{многофакторная модель})$$

### Применение полиномов для аппроксимации функций

X	у
1	171,3
2	186,0
3	192,5
4	193,0
5	190,4
6	184,7
7	178,0
8	171,6
9	163,8



$$y = 0,2171x^3 - 4,6711x^2 + 26,018x + 150,23$$

(у зависит от одного фактора)

- **Ранжирование переменных (дисперсионный анализ).**

Требуется определить наиболее значимые входные факторы из общего числа факторов  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , т.е. те факторы, которые наиболее сильно влияют на выходной параметр  $y$ .

**Согласно закону Парето (принцип 20/80), значимых факторов немного, т.е. примерно 20% параметров дают 80% результата, а остальные 80% параметров — лишь 20% результата.**



- **Нахождения экстремальных условий процесса (задачи оптимизации).**

Требуется определить условия прохождения процесса, т.е. такой набор факторов  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , при которых выходной параметр  $y$  принимает минимальное или максимальное значение.

- **Имитация реального процесса.**

Когда построена достоверная математическая модель, можно просчитать влияние выходных параметров на входной.

Имитационные модели применяются для вычисления и прогнозирования свойств готовых изделий, корректировки параметров технологических процессов.

## Типы экспериментов

Различают **пассивный** и **активный** эксперименты.

**Пассивный эксперимент** проводится по двум схемам:

**1. Производственный эксперимент.** Существуют только факторы в виде **входных контролируемых, но неуправляемых переменных**, и экспериментатор находится в положении **пассивного наблюдателя**.

**Пример:** Замер выходных параметров на промышленной установке. Экспериментатор **лишь фиксирует наблюдения**, измеряя входные и выходные параметры через определенные промежутки времени, и **никак не воздействует на ход процесса**.

**Недостатком** этой схемы является **ограниченный диапазон входных параметров**.

**2. Лабораторный эксперимент.** Экспериментатор имеет возможность в **широких пределах** менять значения **входных параметров** и проводит эксперимент по **следующей методике**:

- Все входные факторы, кроме  $X_1$  фиксируются при заданных постоянных значениях, а  $X_1$  изменяется в широком диапазоне. Получается зависимость:  $Y=f(X_1)$
- Далее последовательно строятся зависимости  $Y=f(X_2)$ ,  $Y=f(X_3)$  и т.д. при зафиксированных остальных входных параметрах.

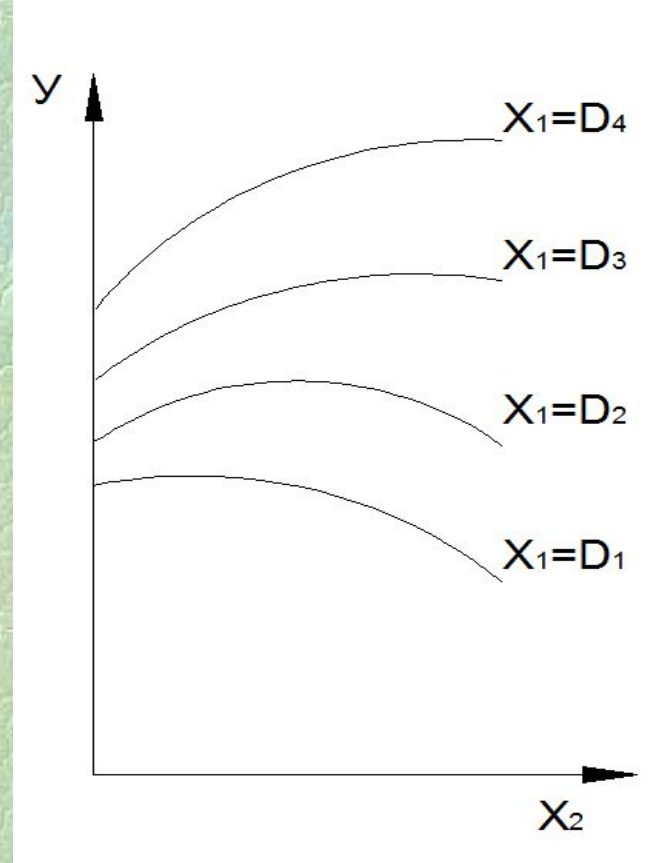
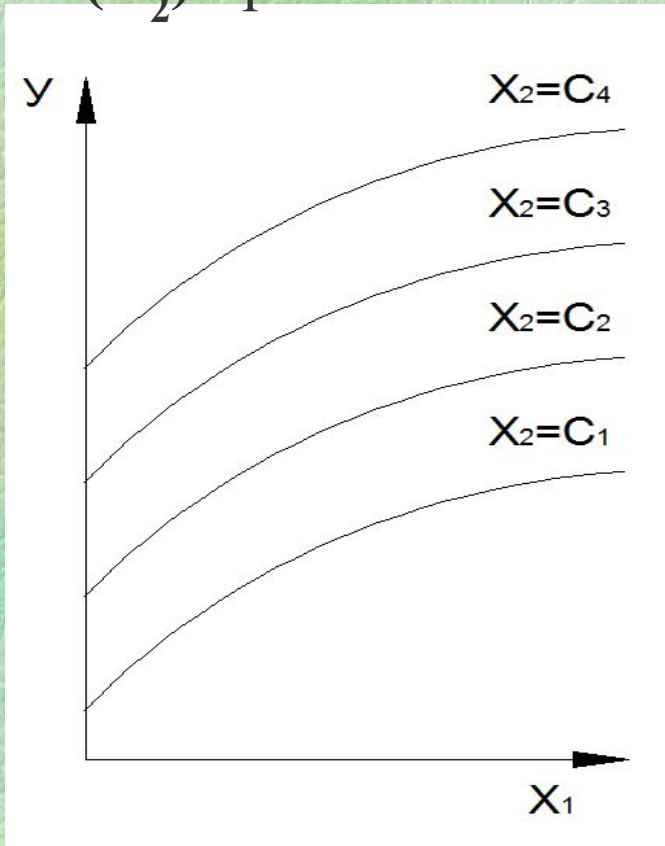
Лабораторный эксперимент дает возможность **оценивать влияния входных параметров на функцию** (выходной параметр).



Допустим, проведены две серии лабораторных экспериментов и получены зависимости:

$Y=f(X_1)$  при постоянных значениях  $X_2$  ( $C_1, C_2, C_3, C_4$ );

$Y=f(X_2)$  при постоянных значениях  $X_1$  ( $D_1, D_2, D_3, D_4$ ).



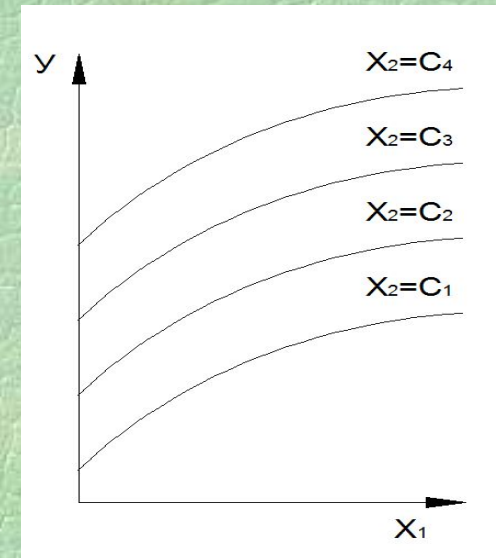
В первом случае получено семейство параллельных кривых, во втором – кривые не параллельны друг другу.

Для первого случая:

$$Y = A + f(X_1) + f(X_2)$$

Каждая функция  $f(X_1)$  и  $f(X_2)$  зависит только от одной переменной, а сами переменные ( $X_1$  и  $X_2$ ) независимы друг от друга.

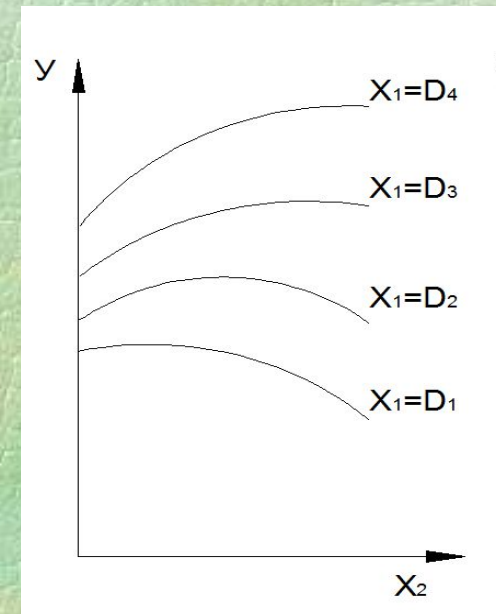
Семейство функций  $Y = A + f(X_1) + f(X_2)$  называется **сепарабельными функциями**.



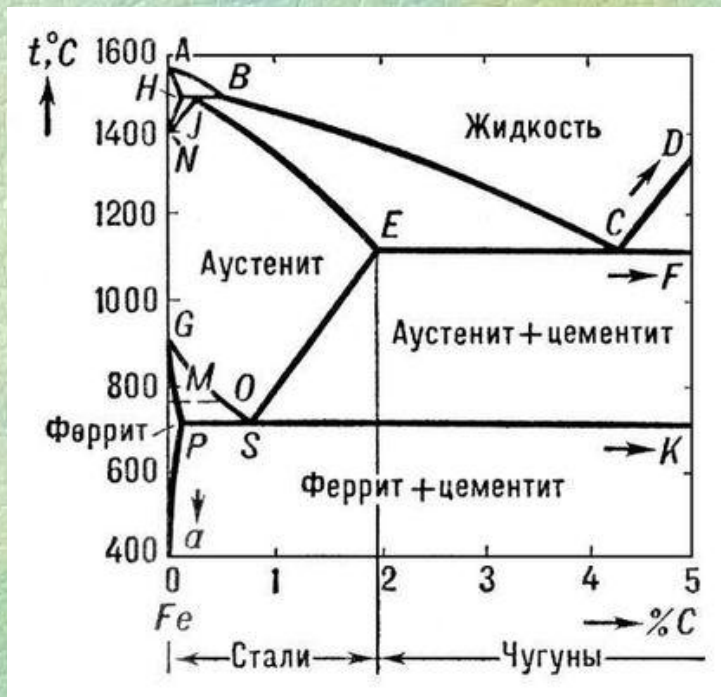
Для второго случая:

$$Y = A + f(X_1) + f(X_2) + f(X_1)*f(X_2)$$

Член уравнения  $f(X_1)*f(X_2)$  показывает **степень взаимодействия** параметров  $X_1$  и  $X_2$  на функцию  $Y$ .



Достоинством пассивного лабораторного эксперимента является возможность построения ММ, отражающих резкие (скачкообразные) изменения функции  $U$  от входных параметров. Например, при изучении какого-нибудь свойства сплава на границе перехода из одного фазового состояния.



Недостатком этой схемы является необходимость проведения большого количества экспериментов.

## Активный эксперимент

**Активный эксперимент** заранее планируется так, чтобы получить требуемую модель с минимальными затратами на его проведение. В результате проведения активного эксперимента получают математическую модель в виде многочлена:

$$Y = A + B * X_1 + C * X_2 + \dots + N * X_n + \dots + R * X_k * X_1 + \dots + T * X_k * X_1 * X_m + \dots ,$$

где  $A, B, C, \dots$  – коэффициенты аппроксимации.

Произведения  $X_k * X_1$ ,  $X_k * X_1 * X_m$  определяют парное и множественное взаимодействие входных параметров на функцию  $Y$ .

**Активный эксперимент** проводят с помощью методики, которая называется планированием эксперимента.

**Планирование эксперимента** – это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью.

**При этом стремятся:**

- к минимизации общего количества опытов;
- к одновременному варьированию всеми факторами по специальным правилам – алгоритмам;
- к использованию математического аппарата, формализующего многие действия экспериментатора;
- к выбору четкой стратегии, позволяющей принимать обоснованные решения после каждой серии экспериментов.

## Области применения планирования эксперимента

Задачи, для решения которых применяется планирование эксперимента, чрезвычайно разнообразны:

- поиск оптимальных условий проведения процесса;
- построение аппроксимирующих формул;
- выбор наиболее приемлемых из некоторого множества гипотез о механизме явлений;
- выбор существенных входных параметров, влияющих на процесс;
- оценка и уточнение констант теоретических моделей;
- исследование диаграмм состав – свойства и т.д.

### Ограничение для применения активного эксперимента

В случае применения активного эксперимента исследуемая функция (выходной параметр)  $Y$  не может меняться скачкообразно, т.е. исследуемая область должна быть однородной.