

**Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА**

С.Н. Охулков

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

**Кафедра “Теоретическая и общая
электротехника”**

**Для студентов электротехнических
специальностей всех форм обучения**

Автозаводская высшая школа управления и технологий

Очная и заочная форма обучения

- Автомобили и автомобильное хозяйство
- Автомобиле- и тракторостроение
- Технология машиностроения

г. Нижний Новгород, ул. Лескова, 68, т. (831) 256-02-10

Тема 4

**АНАЛИЗ И РАСЧЕТ
МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ
АМПЛИТУД ЛИНЕЙНЫХ
ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА**

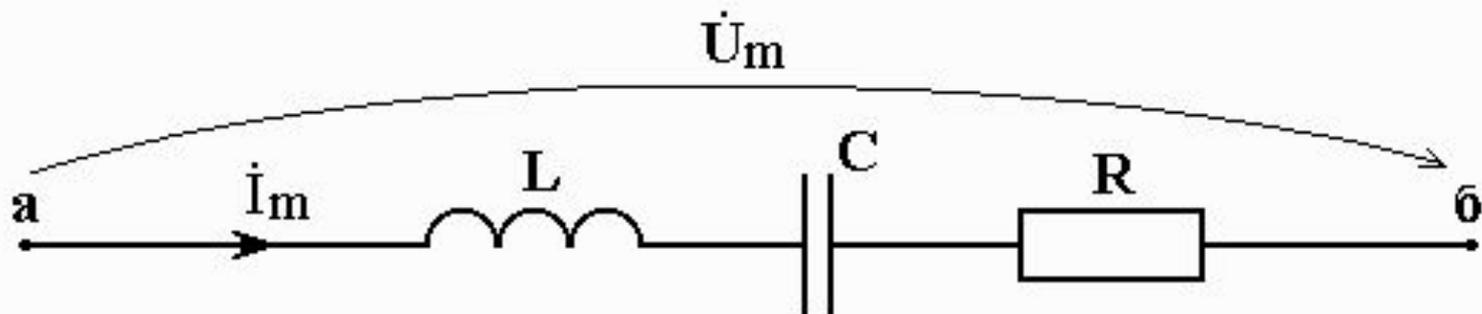
**Метод анализа цепей
с использованием законов Ома и Кирхгофа
в комплексной форме называется
методом комплексных амплитуд
(МКА)**

**МКА аналогичен методам расчета резистивных цепей
на постоянном токе.**

***Все формулы, полученные на постоянном токе,
обобщаются для цепей с гармоническими
воздействиями, если вместо сопротивлений резисторов
ввести комплексные сопротивления элементов,
а вместо постоянных токов и напряжений записать
комплексные амплитуды.***

Используя МКА, введем понятие
комплексного сопротивления
участка цепи

Пусть задан участок электрической цепи, содержащий пассивные элементы и имеющий только два контакта *a* и *б* для включения в более сложную цепь



Такие цепи называются **двухполюсниками**

Величина

$$\underline{Z} = \underline{U}_m / \underline{I}_m$$

называется

комплексным сопротивлением двухполюсника

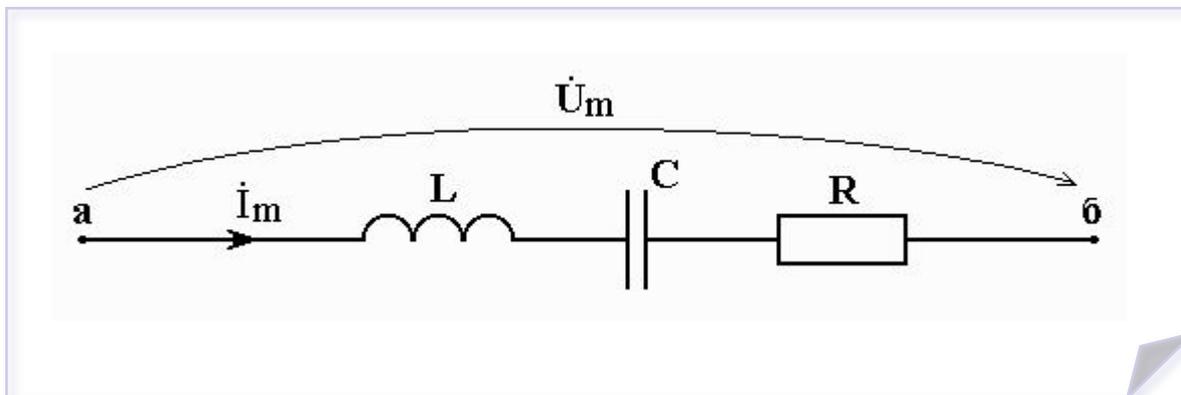
Обратное отношение

$$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = \underline{I}_m / \underline{U}_m$$

называется

комплексной проводимостью двухполюсника

Двухполюсник полностью описывается своим комплексным сопротивлением (проводимостью)



По правилу последовательного соединения:

$$\dot{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + j \cdot (X_L - X_C)$$

► Рассмотрим численный пример:

$$L = 0,159 \text{ мГн}$$

$$C = 15,9 \text{ нФ}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$f = 95 \text{ кГц}$$

$$\hat{U}_m = U_m = 1 \text{ В}$$

Угловая частота:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 95 \cdot 10^3 = 597 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

Комплексное (полное) сопротивление:

$$\hat{Z} = 10 + j \cdot \left(597 \cdot 10^3 \cdot 0,159 \cdot 10^{-3} - 1 / \left(597 \cdot 10^3 \cdot 15,9 \cdot 10^{-9} \right) \right) = 10 - 10j, \text{ Ом}$$

Продолжение примера

Модуль полного сопротивления:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14 \text{ Ом}$$

Сдвиг фазы между напряжением и током:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{10}{10}\right) = -45^\circ$$

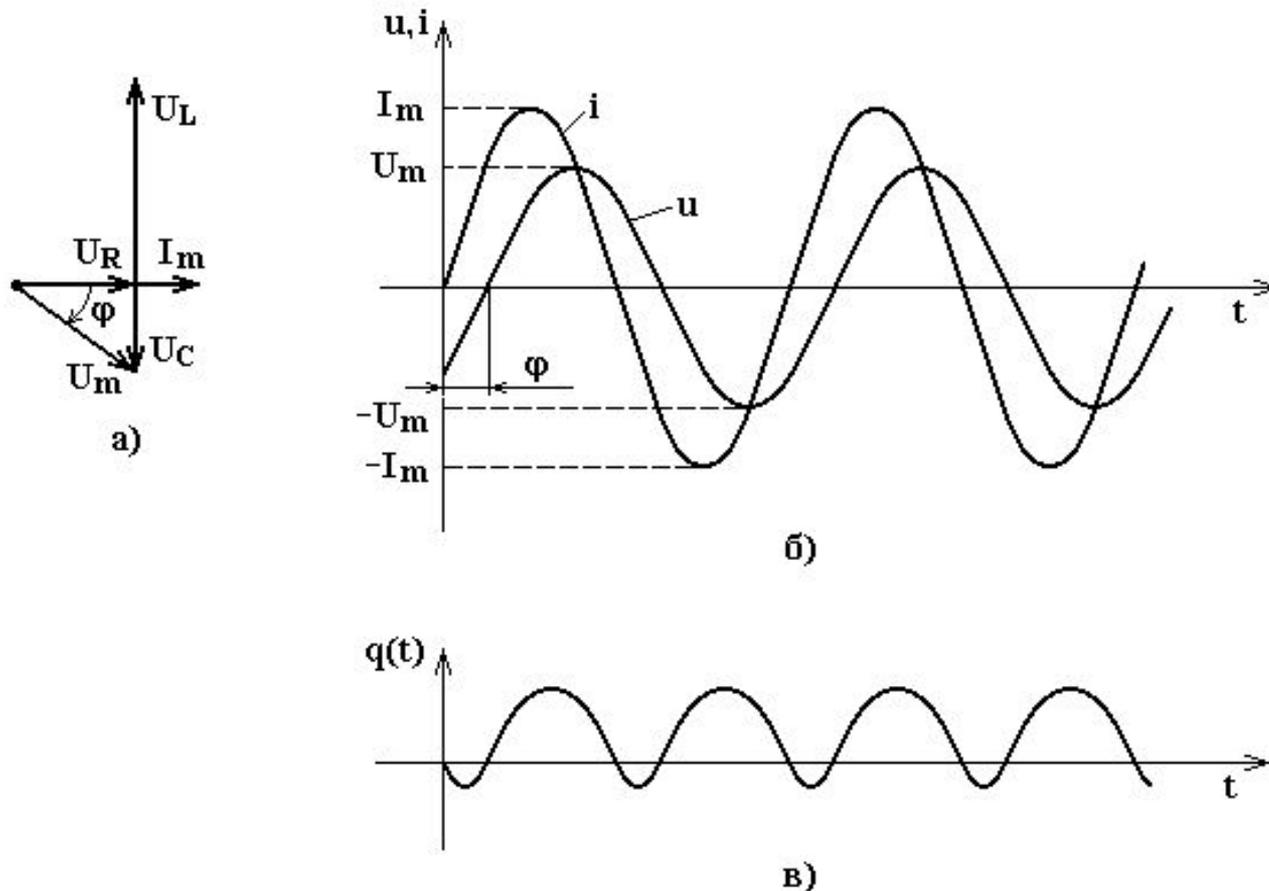
Полное сопротивление в экспоненциальной форме:

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = 14 e^{-j \cdot 45^\circ}, \text{ Ом}$$

Комплексная амплитуда тока:

$$\underline{I} = U_m / \underline{Z} = 1/14 e^{-j \cdot 45^\circ} = 0,0707 e^{j \cdot 45^\circ} = 0,05 + j \cdot 0,05, \text{ А}$$

Полученные результаты можно прокомментировать с помощью векторной диаграммы



Векторная диаграмма (а), мгновенные значения синусоидального тока (б), мгновенная мощность (в) в сложной электрической цепи

Мгновенная мощность в цепи

$$s(t) = u(t) \cdot i(t)$$

может быть как положительной,
так и отрицательной.

- Если $s(t) > 0$, то энергия поступает в цепь.
- Если $s(t) < 0$, то энергия из участка цепи отдается
во внешние устройства.

Комплексная мощность:

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{I} = UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ$$

Действительная составляющая комплексной мощности P называется

активной мощностью

и характеризует интенсивность необратимого преобразования электрической энергии в другие виды энергии:

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R = U^2 G$$

где $U = U_m / \sqrt{2}$ и $I = I_m / \sqrt{2}$ – действующие напряжение и ток.



Для нашего примера

$$P = (1,0 / \sqrt{2}) \cdot (0,0707 / \sqrt{2}) \cdot \cos(-45^\circ) = 0,025 \text{ Вт}$$

Мнимая составляющая комплексной мощности Q
называется

реактивной мощностью

и характеризует интенсивность колебательного обмена
электромагнитной энергией между источником питания
и реактивными элементами цепи:

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 (X_L - X_C) = U^2 (B_C - B_L)$$



Для нашего примера

$$Q = (1,0/\sqrt{2}) \cdot (0,0707/\sqrt{2}) \cdot \sin(-45^\circ) = -0,025 \text{ В} \cdot \text{Ар}$$

Полная мощность –

это наибольшее значение активной мощности, которое может быть получено при заданных значениях напряжения и тока.

Единица измерения – *вольт-ампер (В·А).*

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 Z = U^2 Y$$



В нашем примере

$$S = \left(1,0/\sqrt{2}\right) \cdot \left(0,0707/\sqrt{2}\right) = 0,03535 \text{ В}\cdot\text{А}$$

Резонанс –

**явление в электрической цепи,
содержащей индуктивные и емкостные элементы,
возникающее в случае, когда реактивное
сопротивление или реактивная проводимость этой
цепи равна нулю:**

$$X_L - X_C = 0$$

или

$$B_C - B_L = 0$$

При резонансе цепь имеет чисто активное сопротивление или проводимость:

$$\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = R$$

$$\underline{Y} = G + j \cdot (B_C - B_L) = G$$

Следовательно, напряжение и ток в цепи совпадают по фазе, а реактивная мощность равна нулю.

Условие возникновения резонанса:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

То есть, резонанс возникает, когда частота внешнего возмущения ω равна параметру цепи, называемому

резонансной частотой ω_0

Цепи, в которых используется эффект резонанса, называются

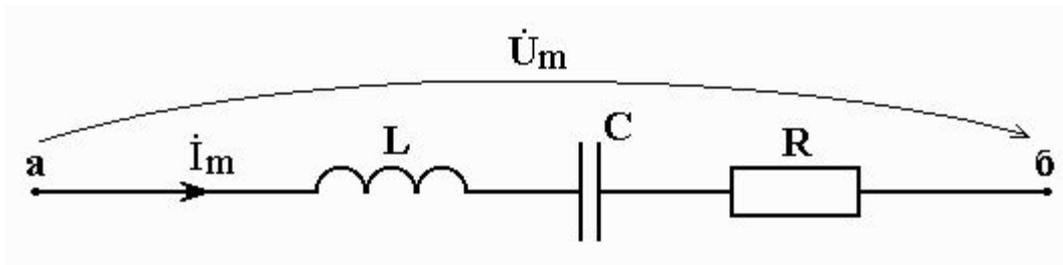
резонансными контурами

Различают

последовательные и *параллельные*

резонансные контуры

В последовательном контуре



**возникает резонанс напряжений,
то есть, напряжение на емкости на резонансной частоте равно
напряжению на индуктивности и противоположно по знаку:**

$$\omega_0 L I = \frac{1}{\omega_0 C} I = \rho I$$

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

где ρ - характеристическое сопротивление контура

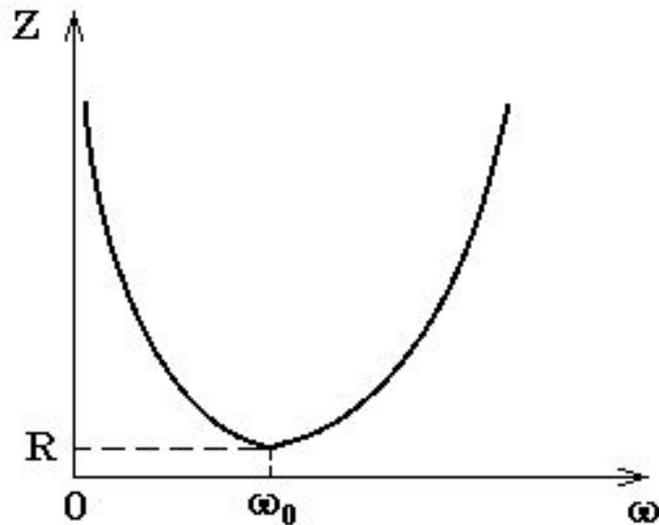
**Отношение величины электромагнитной энергии, запасенной
на реактивных элементах, к энергии, рассеиваемой на
активном сопротивлении контура, называется**

добротностью контура

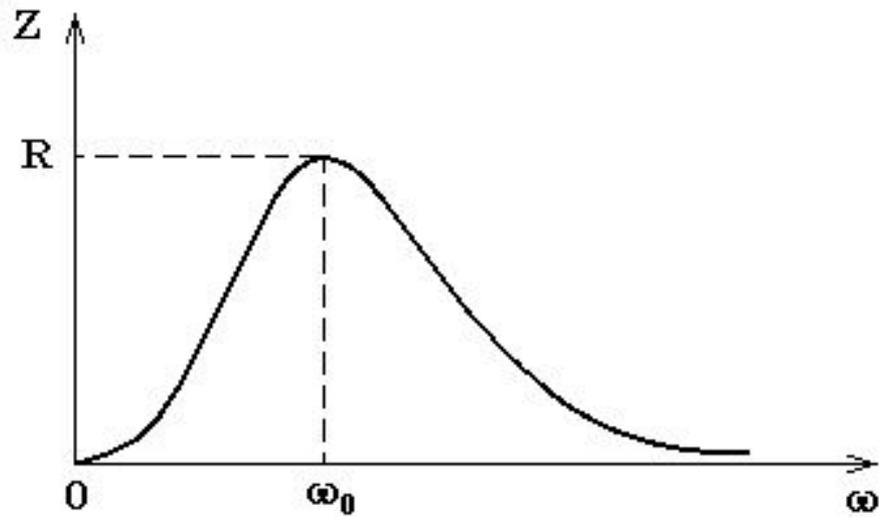
Для последовательного контура:

$$Q_{\text{посл}} = \rho/R$$

Зависимость модуля полного сопротивления последовательного контура от частоты:



а)

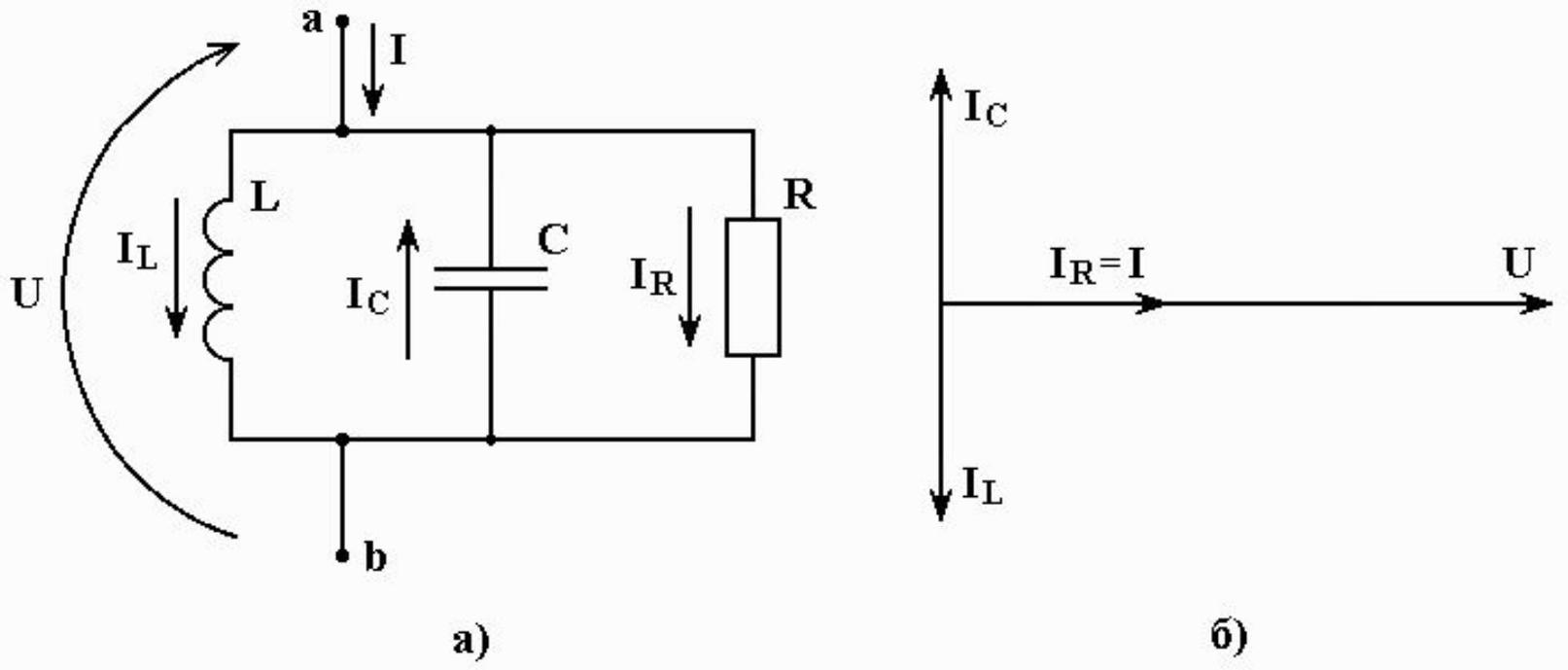


б)

**Частотные характеристики
резонансных контуров**

В параллельном контуре

возникает резонанс токов, то есть, ток через емкость равен току через индуктивность и противоположен по знаку (рис. б):



Параллельный резонансный контур (а) и векторная диаграмма токов через его элементы (б)

Резонансная частота и характеристическое сопротивление параллельного контура определяется также по формулам:

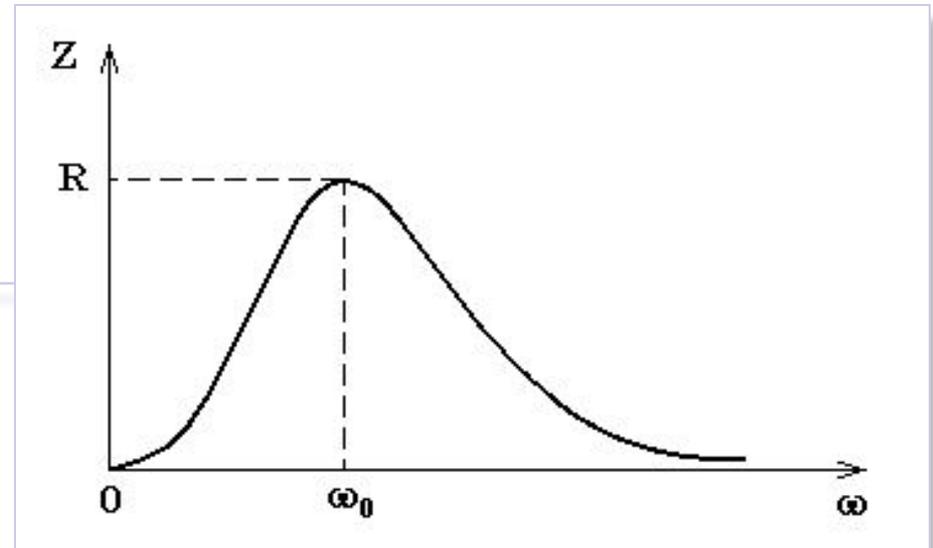
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

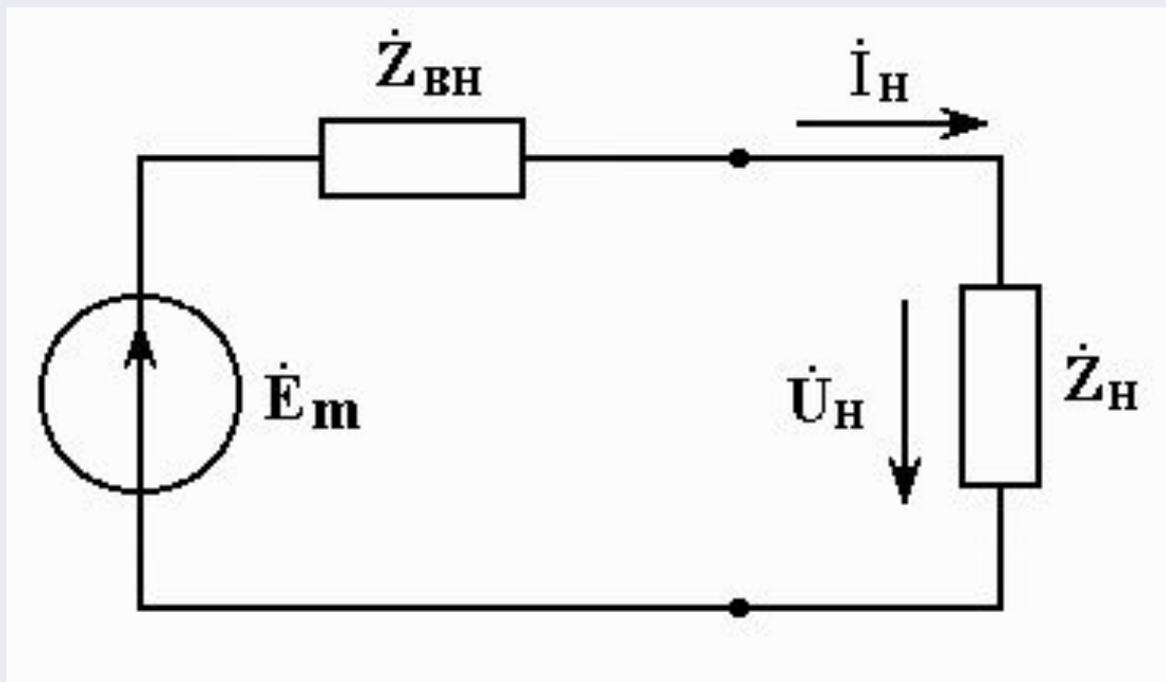
Добротность параллельного контура:

$$Q_{\text{пар}} = R/\rho$$

**Зависимость модуля
полного сопротивления
параллельного
резонансного контура
от частоты**



В цепях с реактивными элементами используются источники с комплексными внутренними сопротивлениями:



Источник комплексной ЭДС, нагруженный на комплексное сопротивление

Ток в такой цепи будет наибольшим, если реактивные составляющие сопротивления нагрузки и внутреннего сопротивления источника сигнала равны по величине и противоположны по знаку:

$$Z_H = Z_{BH}^*$$

где Z_{BH}^* - комплексно-сопряженное число

То есть, емкостная составляющая нагрузки компенсируется индуктивной составляющей источника или наоборот:

$$jX_H = -jX_{BH}$$

Выполнение условий

$$\underline{Z}_H = \underline{Z}_{BH}^* \quad \text{и} \quad jX_H = -jX_{BH}$$

обеспечивает передачу максимума активной мощности в нагрузку.

Источник и нагрузка при этом считаются согласованными.

Полученные условия используются для согласования модема с телефонной линией, сетевой платы – с коаксиальной линией передачи, антенны – с телевизионным приемником и т.п.

Рекомендуемая литература

- 1. Алтунин Б.Ю., Панкова Н.Г. Теоретические основы электротехники:** Комплекс учебно - методических материалов: Часть 1 / Б.Ю. Алтунин, Н.Г. Панкова; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-130 с.
- 2. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника:** комплекс учебно-методических материалов: Ч.1/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-98 с.
- 3. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника:** комплекс учебно-методических материалов: Ч.2/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2008.-98 с
- 4. Касаткин, А.С. Электротехника** /А.С. Касаткин, М.В. Немцов.-М.: Энергоатомиздат, 2000.
- 5. Справочное пособие по основам электротехники и электроники** /под. ред. А.В. Нетушила.-М.: Энергоатомиздат, 1995.
- 6. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники.**-3-е изд., перераб. И доп.-М.: Радио и связь, 1990.-512 с.: ил.
- 7. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника:** учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.

Тема 4 Закончена

Благодарю за внимание