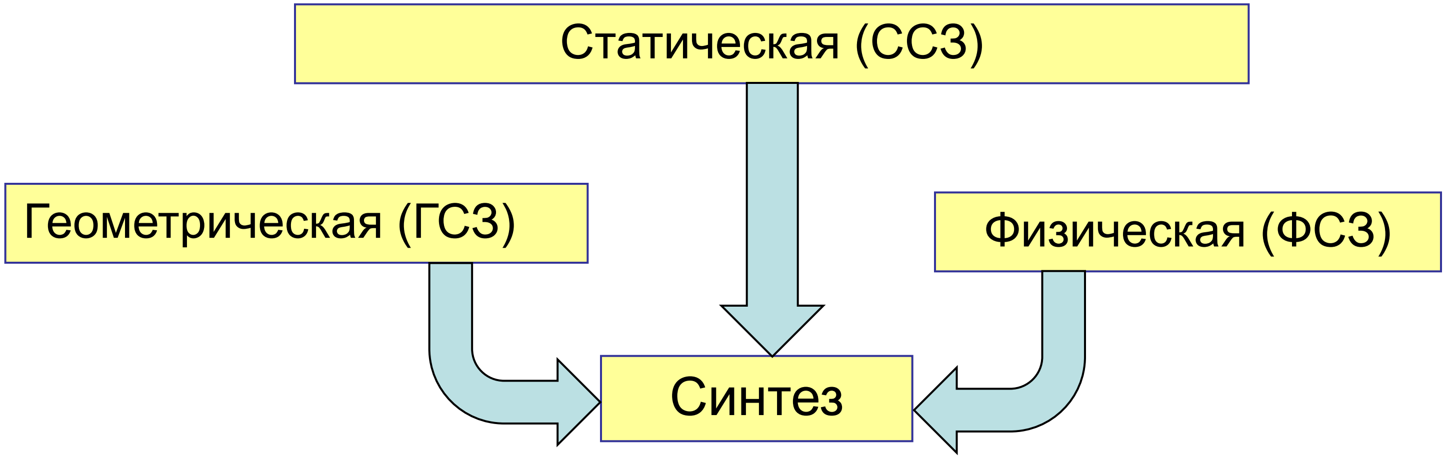
Нормальные напряжения при изгибе

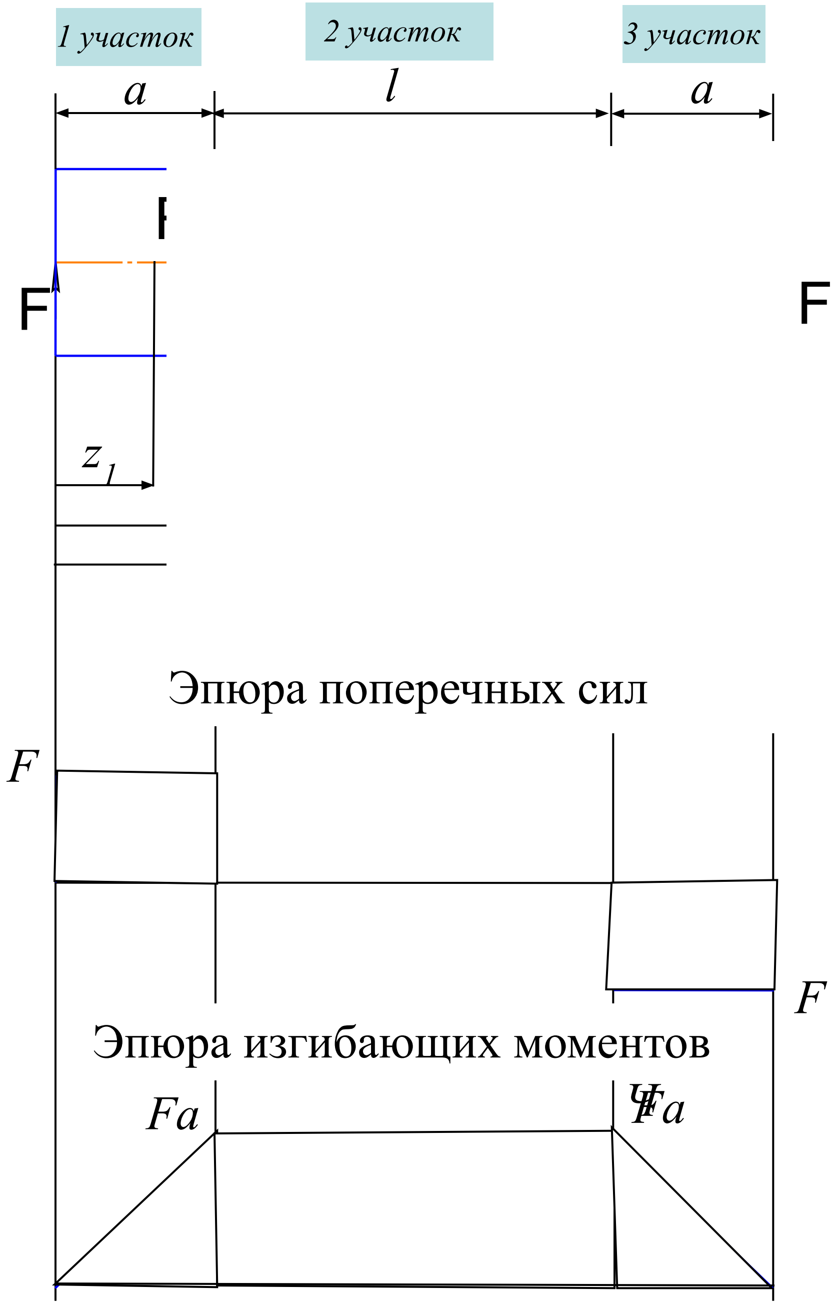
В теории плоского изгиба, для упрощения решения задачи определения нормальных напряжений, на основании натурных испытаний, приняты следующие допущения:

- При изгибе продольные сечения балки искривляются по дуге окружности;
- Поперечные сечения плоские до изгиба, остаются плоскими и после изгиба;
- Поперечные сечения пересекаются с продольными волокнами под прямым углом.

Задача определения нормальных напряжений при изгибе является статически неопределимой и для ее решения необходимо рассмотреть три стороны задачи



Статическая сторона задачи



Опорные реакции

$$\sum m_A(F_к) = F(a+l) - R_B l - Fa = 0$$

$$\sum m_B(F_к) = F(a+l) - R_A l_B - Fa = 0$$

$$R_A = \frac{F(a+l) - Fa}{l} = F \qquad R_B = \frac{F(a+l) - Fa}{l} = F$$

Проверка $\sum F_{ку} = F - R_A - R_B + F = F - F - F + F = 0$

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

1 участок $0 \le z_1 \ge a$ $\qquad Q_1 = F$

$M_1 = F \cdot z_1$ При $z_1=0,\ M_1(0)=0$

При $z_1=a,\ M_1(a)=F\cdot a$

2 участок $a \le z_2 \ge (a+l)$ $\qquad Q_2 = F - R_A = F - F = 0$

$M_2 = F \cdot z_2 - F(z_2 - a)$ При $z_2=a,\ M_2(a)=F\cdot a$

При $z_2=a+l,\ M_2(a+l)=F\cdot(a+l)\ -F(a+l-a)=Fa$

3 участок $(a+l) \le z_3 \ge (2a+l)$

$Q_3 = F - R_A - R_B = F - F - F = -F$

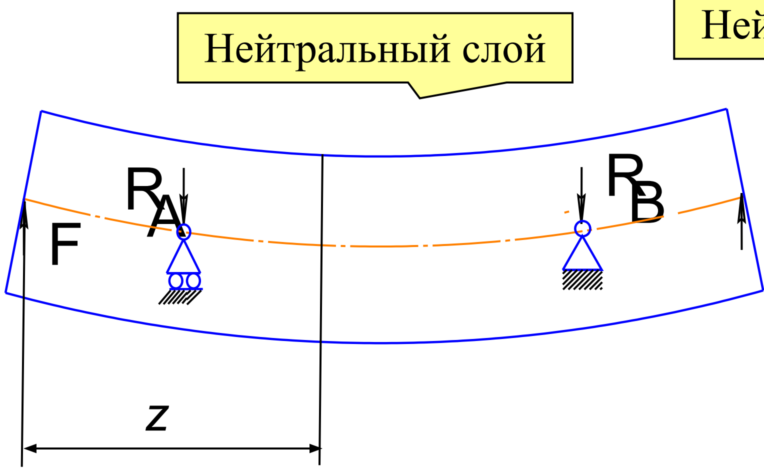
$M_3 = F \cdot z_3 - F(z_3 - a) - F(z_3 - a - l)$

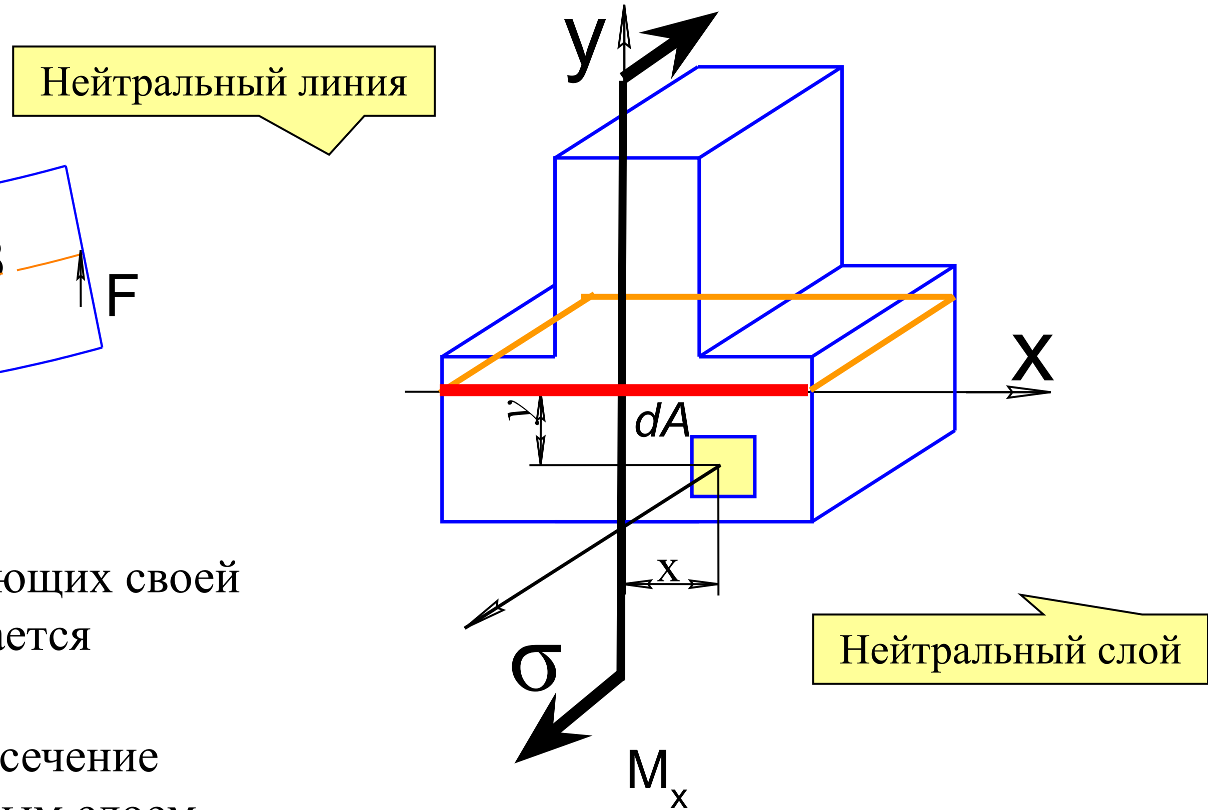
При $z_3=a+l,\ M_3(a+l)=F\cdot(a+l)\ -F(a+l-a)=Fa$

При $z_3=2a+l,\ M_2(2a+l)=F\cdot(2a+l)\ -F(2a+l-a)=0$

Статическая сторона задачи

Если к балке приложен положительный изгибающий момент, то в этом случае, верхние ее волокна укорачиваются, а нижние удлиняются. Длина нейтрального волокна остается неизменной.



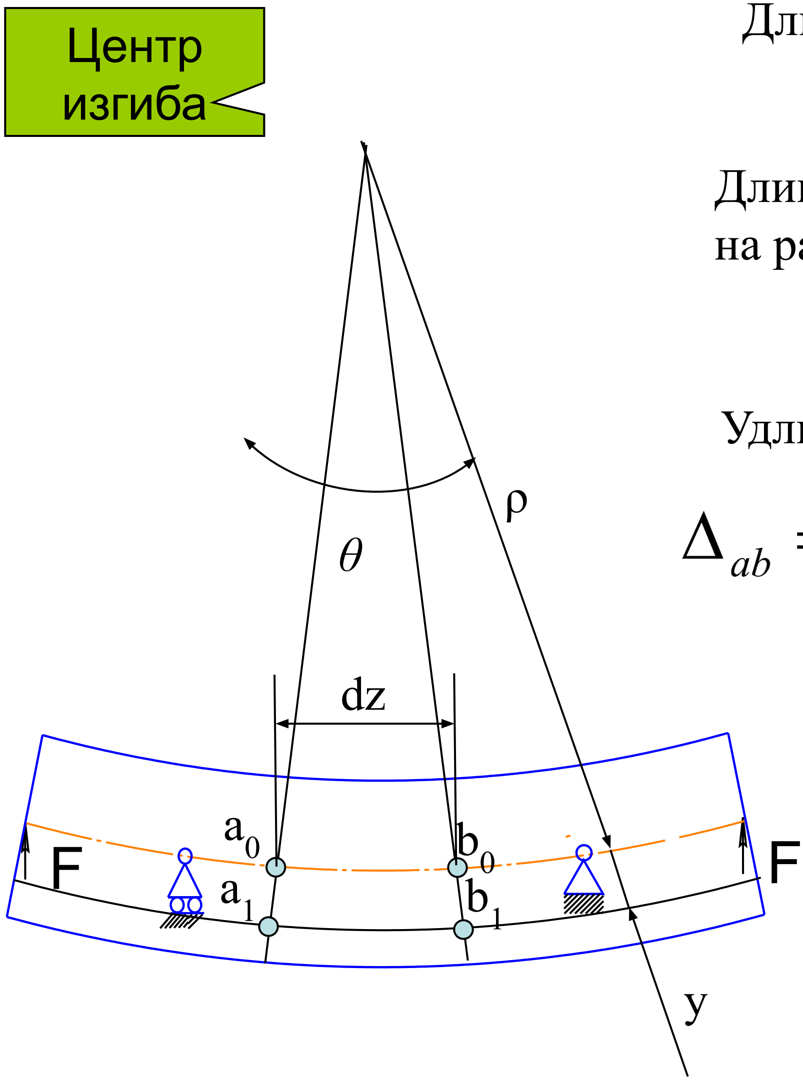


Совокупность волокон, не меняющих своей длины при изгибе балки, называется ***нейтральным слоем.***

Линия, по которой поперечное сечение балки пересекается с нейтральным слоем балки, называется ***нейтральной линией сечения.***

$$Q_y = \int_A \tau \cdot dA = 0 \qquad M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA \neq 0 \qquad M_y = \int_A \sigma \cdot x \cdot dA = 0$$

Геометрическая сторона задачи



Длина отрезка на нейтральном слое

$$a_0 b_0 = dz = \rho\theta$$

Длина отрезка на слое удаленном от нейтрального на расстояние y

$$a_1 b_1 = (\rho + y)\theta$$

Удлинение отрезка после деформации

$$\Delta_{ab} = a_1 b_1 - a_0 b_0 = (\rho + y)\theta - \rho\theta = y\theta$$

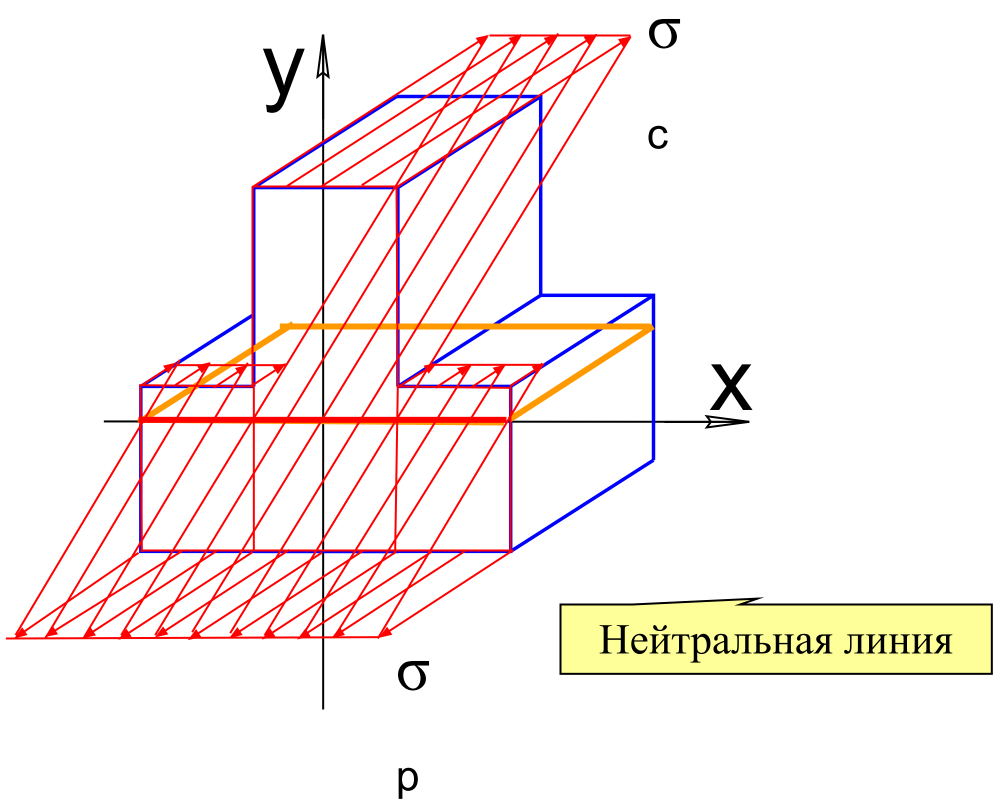
Относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{a_1 b_1 - a_0 b_0}{a_0 b_0} = \frac{y}{\rho}$$

Физическая сторона задачи

При чистом изгибе в поперечных сечениях балки действуют единственный силовой фактор изгибающий момент, поперечные силы отсутствуют, а следовательно отсутствуют и касательные напряжения.

Под действием нормальных напряжений часть волокон балки удлиняется, другая часть укорачивается и для них можно записать закон Гука при растяжении



$$\varepsilon = \frac{a_1 b_1 - a_0 b_0}{a_0 b_0} = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\sigma = E\frac{y}{\rho}$$

Синтез

$$\int_A y^2 dA = I_x$$

Осевой момент инерции

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = \frac{E}{\rho}\int_A y^2 dA$$

ССЗ

$$M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA \neq 0$$

$$M_x = \frac{E}{\rho} I_x$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{Ey}$$

ГСЗ

$$\varepsilon = \frac{a_1 b_1 - a_0 b_0}{a_0 b_0} = \frac{y}{\rho} \qquad \sigma = E\frac{y}{\rho}$$

$$M_x = EI_x \frac{\sigma}{Ey}$$

ФСЗ

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x y}$$

Нормальные напряжения при изгибе

Величина момента инерции характеризует влияние размеров и формы поперечного сечения балки на ее способность сопротивляться деформации (искривлению).