

Практическая работа на тему:
Простейшие тригонометрические
уравнения

Выполнили:
Студенты группы «З-11»
Калашникова Анастасия
Кукин Никита

2016

□ Решение тригонометрических уравнение

Простейшие тригонометрические
уравнения

□ & Уравнение $\sin x = a$

$$X = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$$

$$a \in [-1; 1] \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

Частные виды решения уравнений $\sin x = a$

$$\sin x = -1$$

$$X = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\sin x = 0$$

□

$$X = \pi n, n \in Z$$

$$\sin x = 1$$

$$X = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Уравнение $\cos x = a$

$$\& x = \pm \arccos a + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\square \quad \& a \in [-1; 1] \quad x \in [-\pi; \pi]$$

$$\& \arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Частные виды решения уравнений $\text{Cos}x = a$

$$\text{Cos}x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$$

$$\text{Cos}x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$

$$\text{Cos}x = 1$$

$$x = 2\pi n, n \in Z$$

Уравнение $\operatorname{tg} x = a$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in Z$$

□ $a \in R \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

Частные виды решения уравнений $\operatorname{tg}x=a$

$$\operatorname{tg}x = 0$$

$$x = \pi n, n \in Z$$

$$\operatorname{tg}x = -1$$

$$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

□

$$\operatorname{tg}x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Уравнение $\operatorname{ctg}x=a$

$$x = \operatorname{arcctg}(a) + \pi n, n \in Z$$

$$a \in R \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

□

$$\operatorname{arcctg}(-a) = -\operatorname{arcctg}a$$

Частные виды решения уравнений $\operatorname{ctg}x=a$

$$\operatorname{ctg}x=0$$

$$x=\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg}x=-1$$

$$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

□

$$\operatorname{ctg}x=1$$

$$x=\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Уравнения, сводящиеся к квадратным

$$\& \sin^2 x + \sin x - 2 = 0$$

▣ Пусть $\sin x = y$, тогда получим уравнение $y^2 + y - 2 = 0$. Его корни $y=1$ и $y=-2$.

Решение исходного уравнения сводится к решению простейших уравнений $\sin x=1$ и $\sin x=-2$

Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$

$$\& 2\sin x - 3\cos x = 0$$

- Поделив уравнение на $\cos x$, получим $2\tg x - 3 = 0$
Решение исходного уравнения сводится к решению простейшего уравнения $\tg x = \frac{3}{2}$

Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$

$$\& 2\sin x + \cos x = 0$$

$$1. \quad \sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$2. \quad \cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$3. \quad 2 = 2 * 1 = 2 \left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 x \right). \text{ Получаем:}$$

$$4. \quad 3\sin^2 \frac{x}{2} - 4\sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 0$$

Поделив это уравнение на $\cos^2 \frac{x}{2}$, получим $3\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 4\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 =$

0. Обозначаем $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = y$, получаем уравнение $3y^2 - 4y + 1 =$

0. Его корни и $y = \frac{1}{3}$.

Решение сводится к простейшим уравнениям $\operatorname{tg} x = 1$ и $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$

Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

$$\sin 2x - \sin x = 0$$

- $2\sin x \cos x - \sin x = 0$
- $\sin x(2\cos x - 1) = 0$
-
- $\sin x = 0$ или $2\cos x - 1 = 0$

Решение сводится к простейшим тригонометрическим уравнениям

Спасибо за внимание