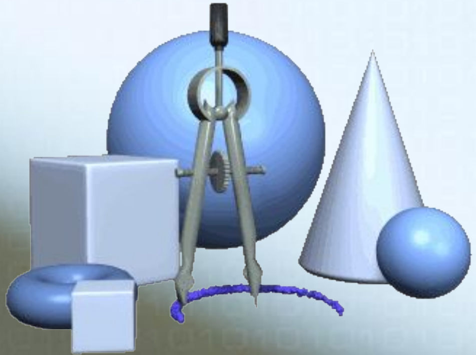
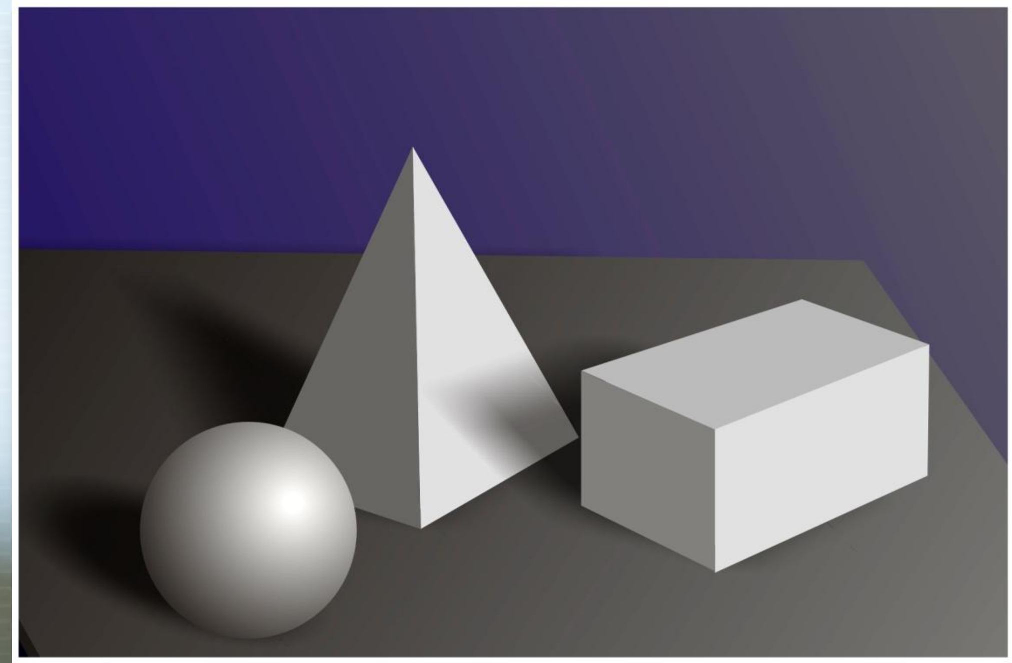




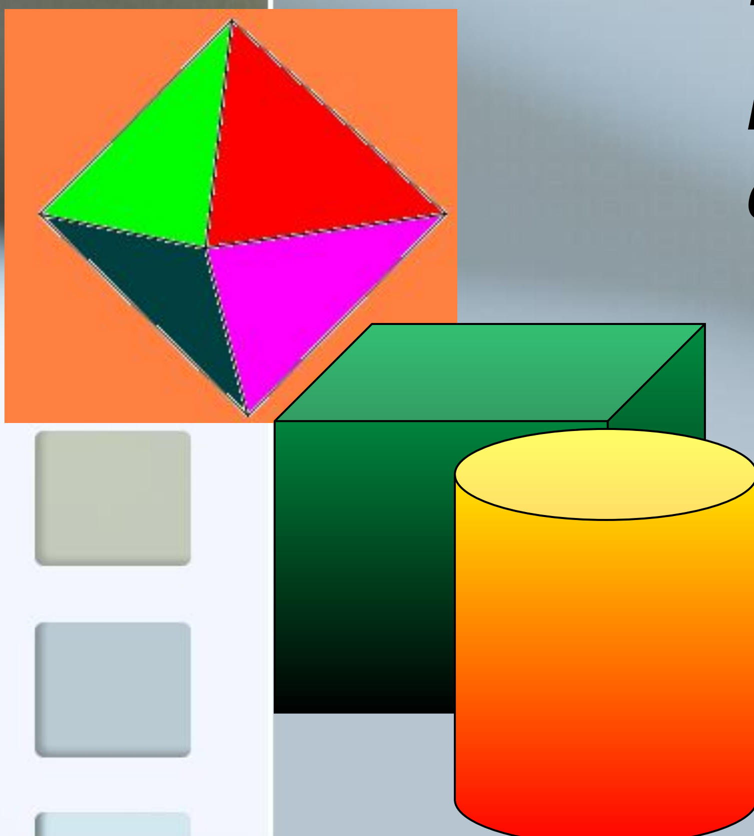
ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

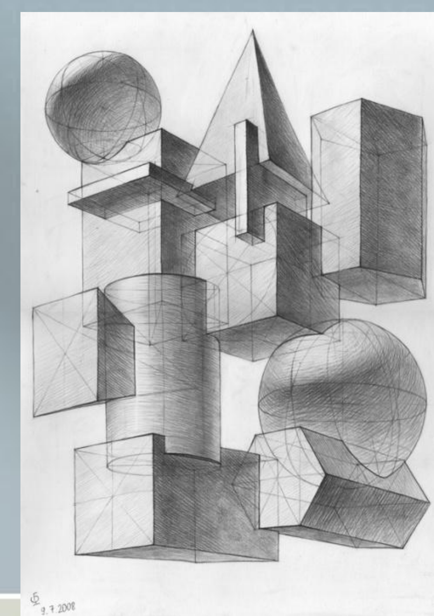
Цель урока:

- Обеспечить усвоение понятия объема тела, его свойств, единиц измерения объёма.
- Сформировать представления о формулах для нахождения объёма параллелепипеда, куба, прямой и наклонной призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.
- Сформировать умения применять формулы объемов геометрических тел в решении практических задач.

Подобно тому как все искусства тяготеют к музыке,
все науки
стремятся к математике.

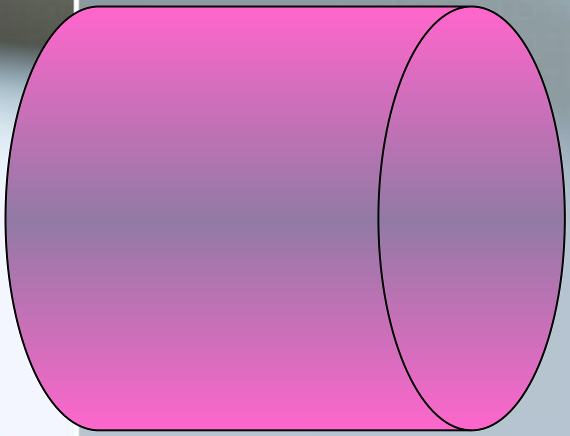
Д. Сантаяна

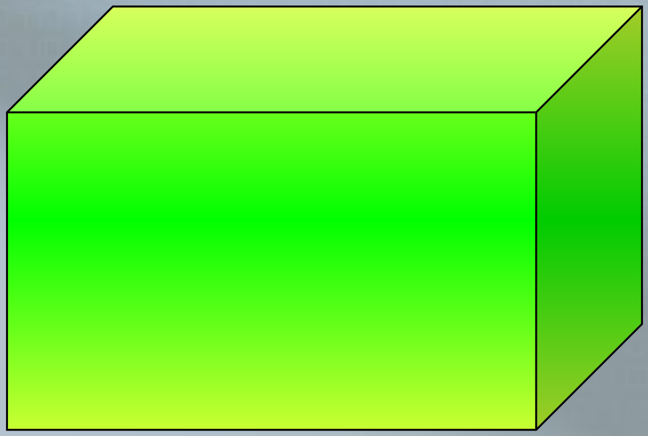




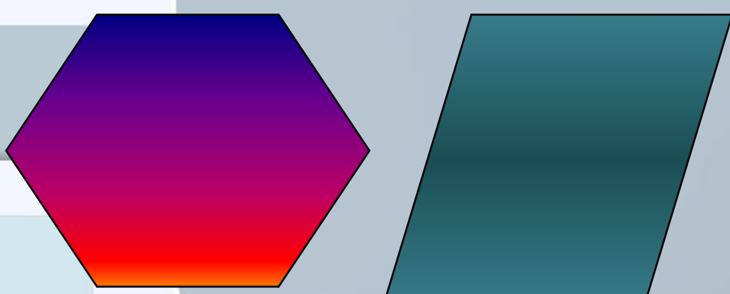
- Геометрия есть искусство правильно рассуждать на неправильных чертежах.

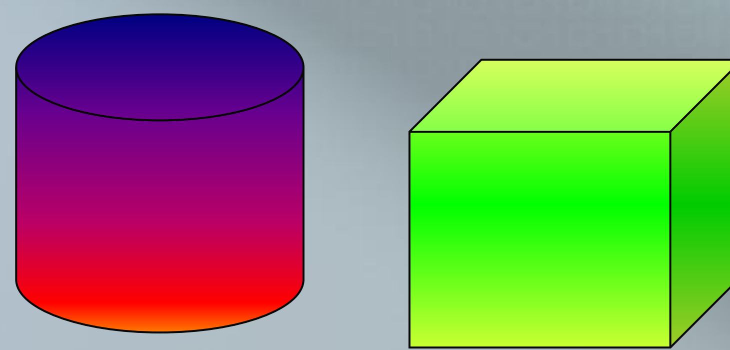
Пойа Д.





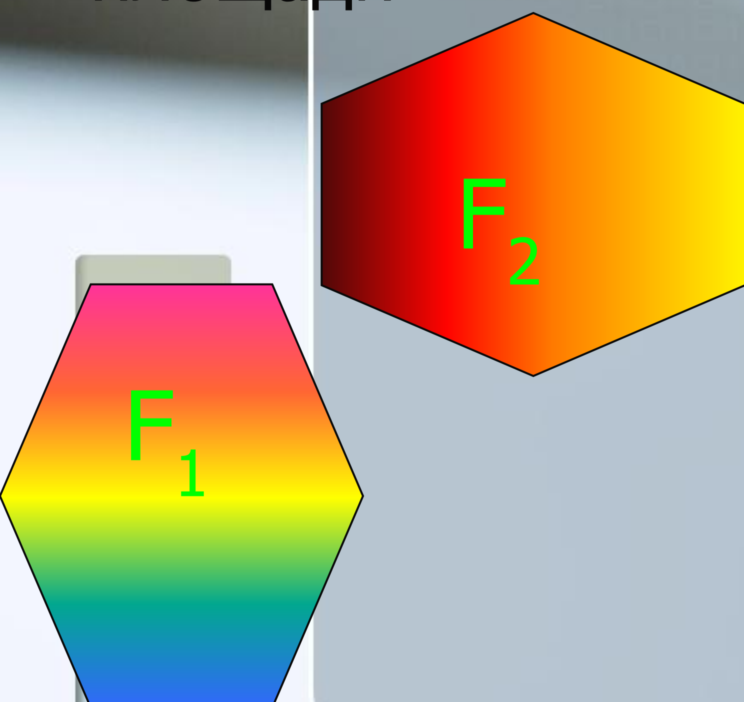
Площадь	Объем
- это положительная величина той части плоскости , которую занимает многоугольник.	– это положительная величина той части пространства , которую занимает геометрическое тело.





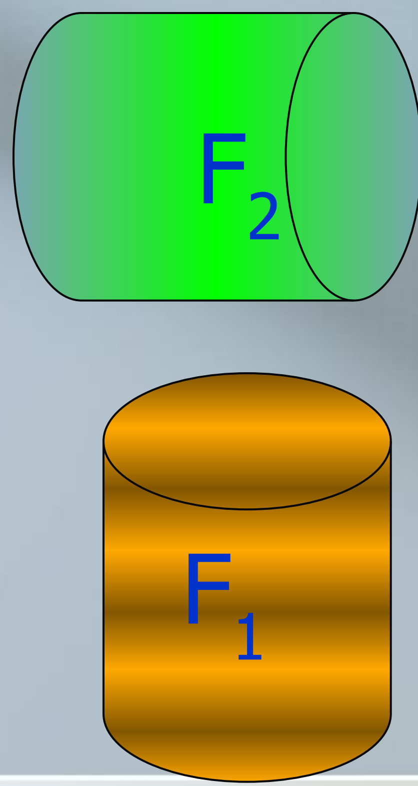
Свойства площадей:

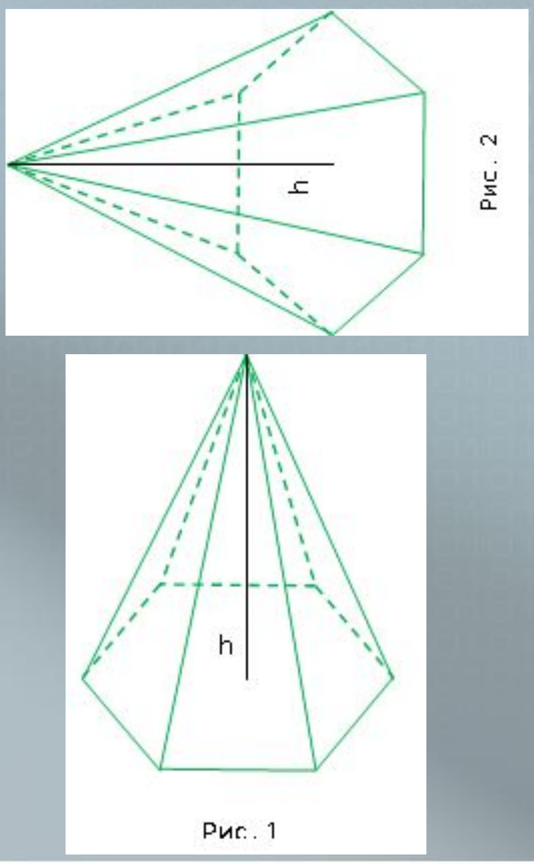
1. Равные многоугольники имеют равные площади



Свойства объемов:

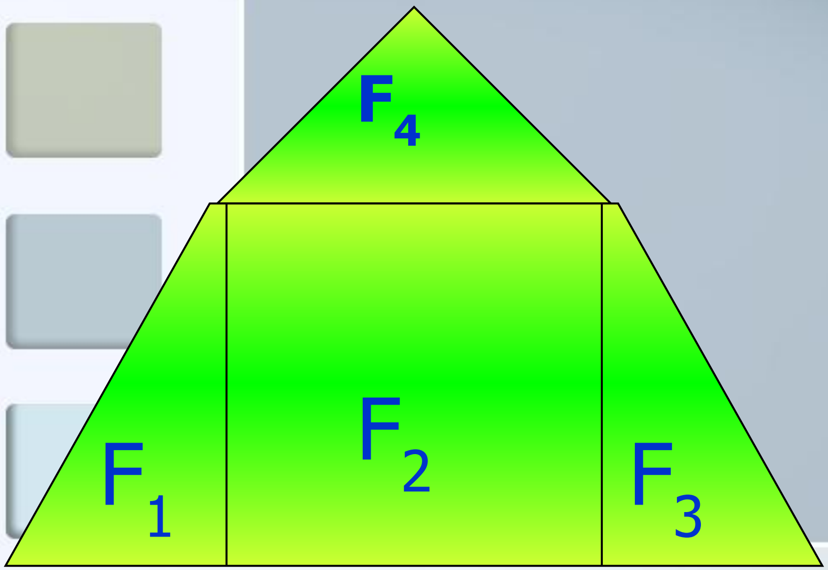
1. Равные тела имеют равные объемы



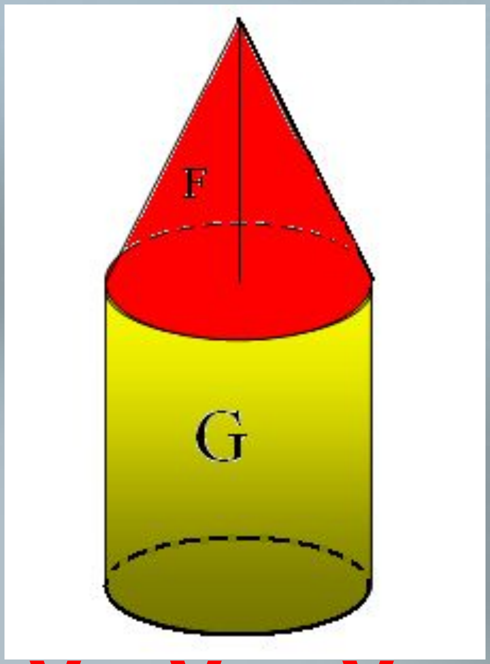


2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников , то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

$S_F = S_{F1} + S_{F2} + S_{F3+} S_{F4}$

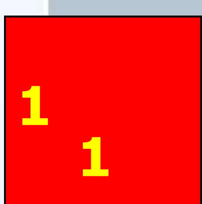


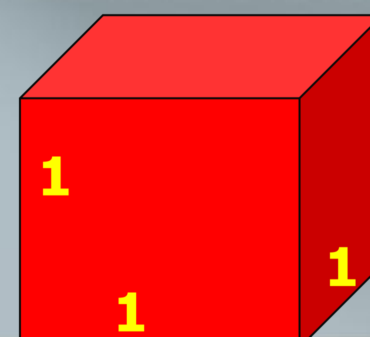
2. Если тело составлено из нескольких тел , то его объем равен сумме объемов этих тел.



$V_F = V_{F1} + V_{F2}$

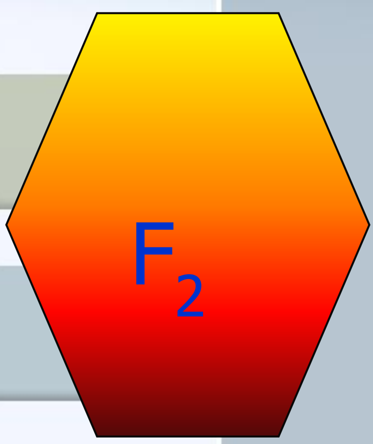
Площадь	**Объем**
За единицу измерения площадей берут квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков. 1 км^2, 1 м^2, 1 дм^2, 1 см^2, 1 мм^2 , 1 а, 1 га и т.д.	За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см^{3}. Аналогично определяют 1 м^3, 1 дм^3, 1 см^3 , 1 мм^3 и т.д.

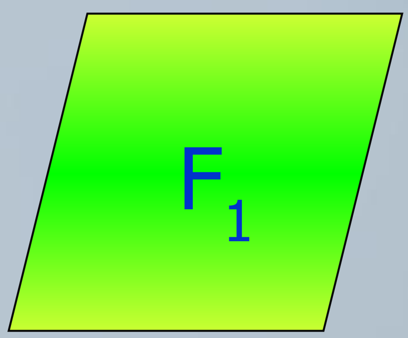




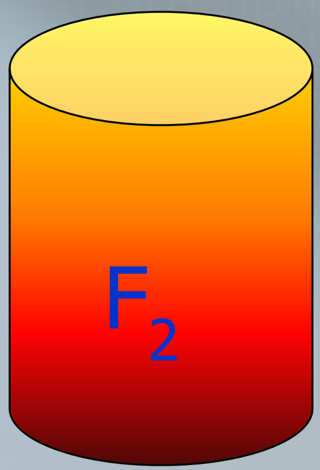
Площадь	Объем
Равновеликими называются геометрические фигуры, имеющие равные площади	Равновеликими называются тела, объемы которых равны

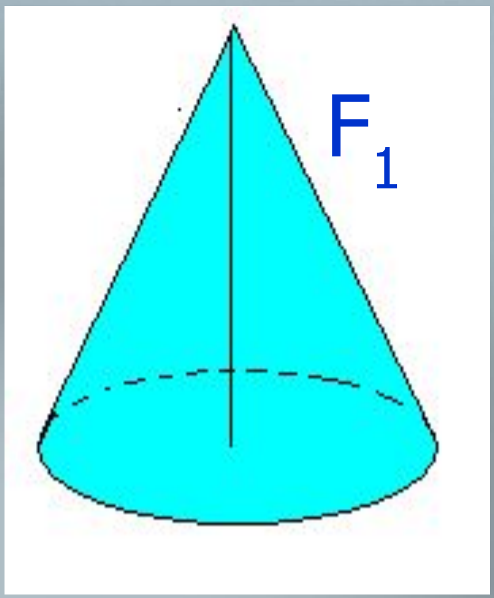
$$S_F = S_{F1}$$



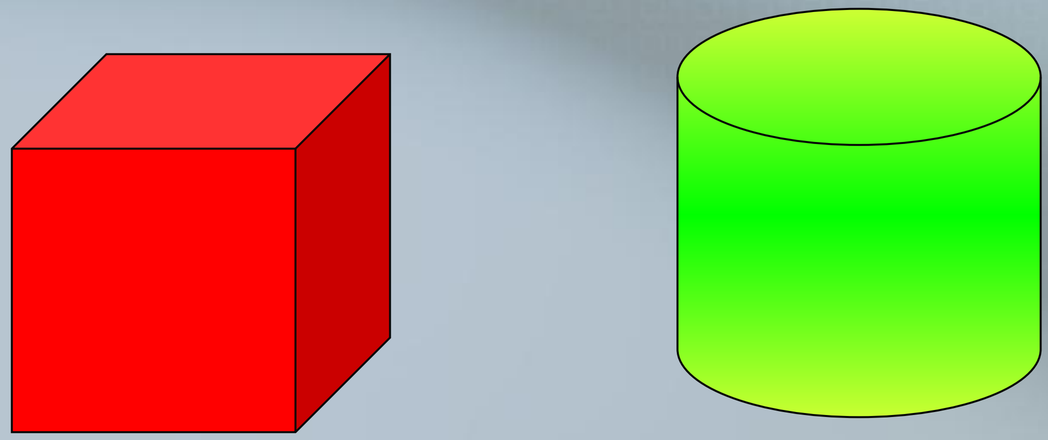


$$V_F = V_{F1}$$

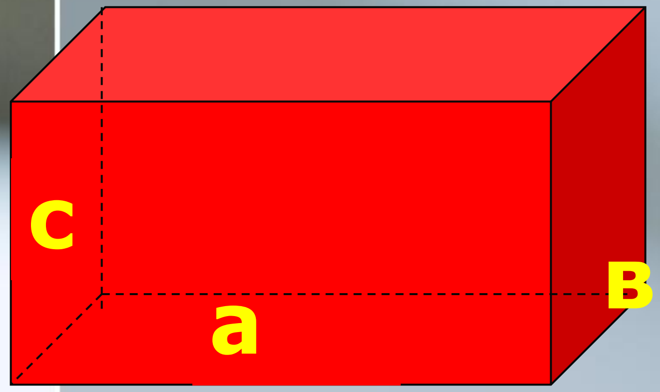




В стереометрии рассматриваются объемы многогранников и объемы тел вращения.



Объем прямоугольного параллелепипеда:



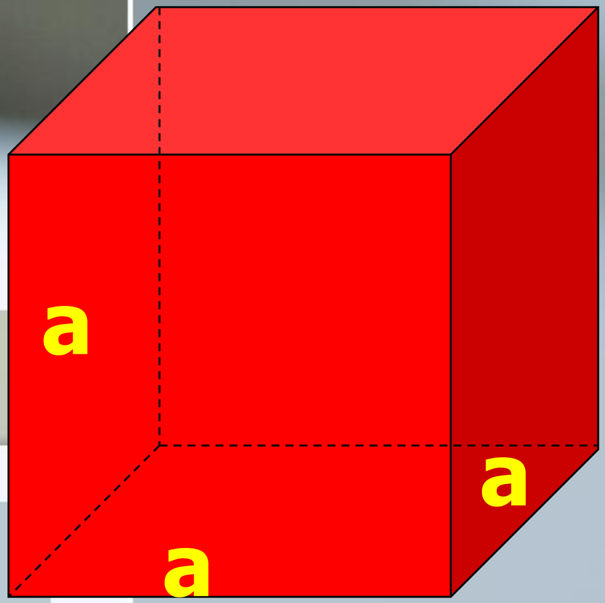
а – длина
b – ширина
с – высота

$$\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$

$$S_{осн} = a \cdot b$$

$$\boxed{V = S_{осн} \cdot h}$$

Объем куба:

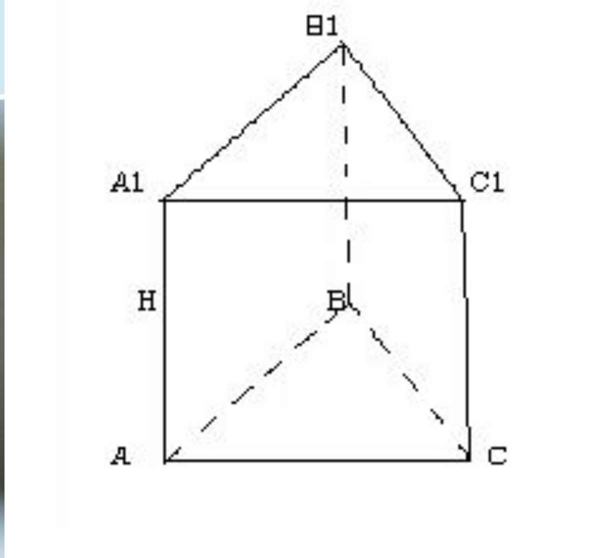


$S_{осн}=a^2$

$\boxed{V=a^3}$

$\boxed{V=S_{осн} \cdot h}$

Объем прямой призмы:



$$V_{парал} = S_{осн} \cdot h$$

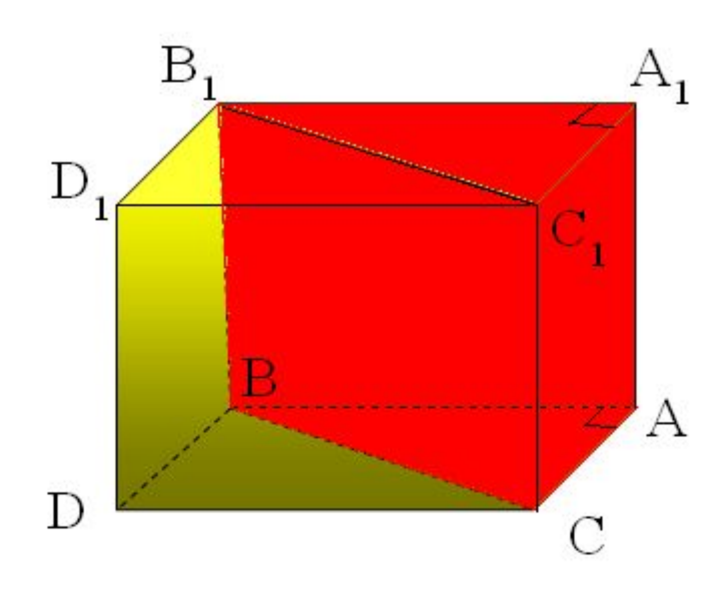
$$S_{осн} = 2 \cdot S_{ABC}$$

По свойству объемов

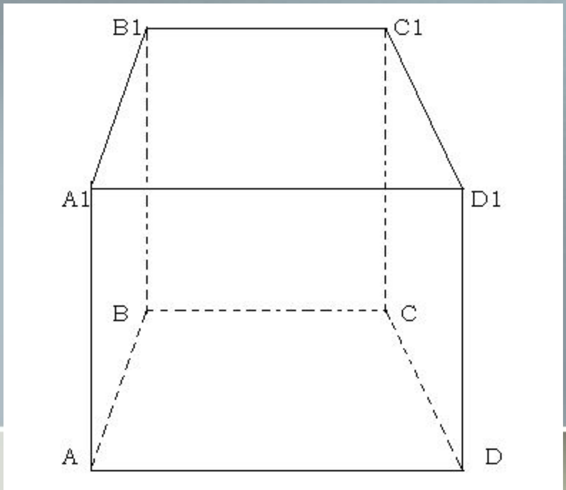
$$V_{парал} = 2 \cdot S_{ABC} \cdot h$$

$$V_{призмы} = (V_{парал}) : 2$$

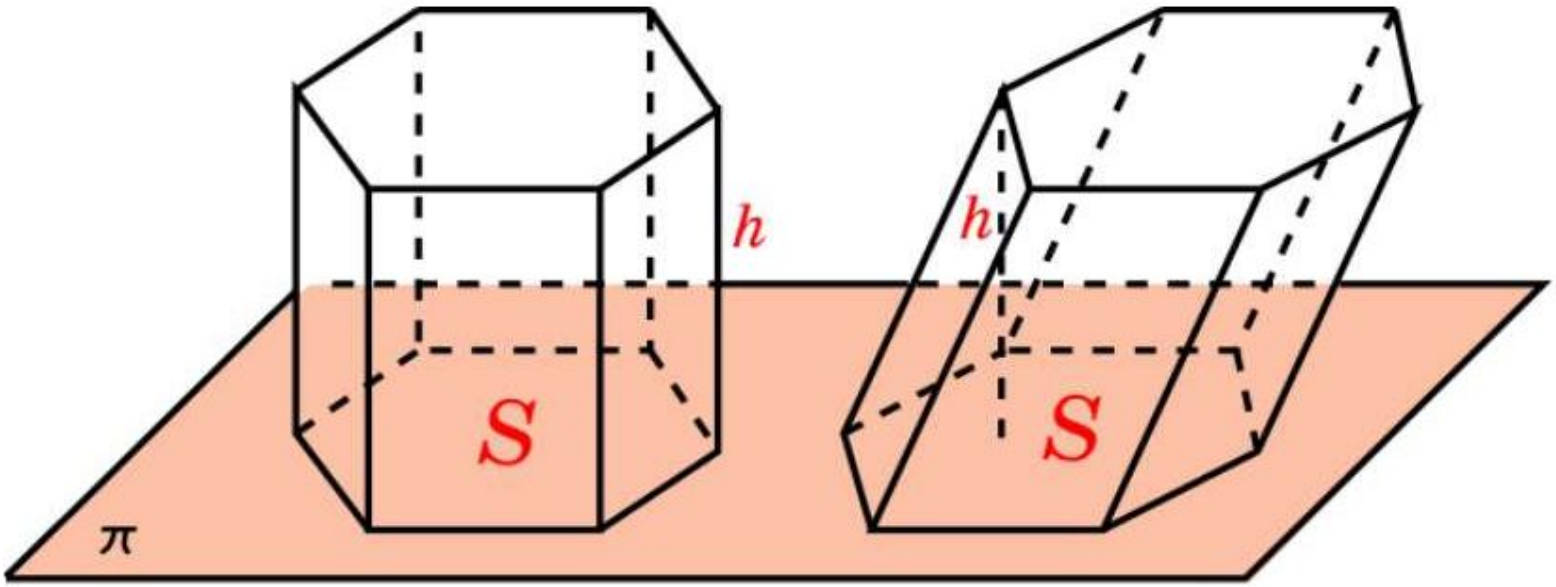
$$V_{призмы} = (2 \cdot S_{ABC} \cdot h) : 2$$



$$\boxed{V = S_{осн} \cdot h}$$



Объем наклонной призмы:

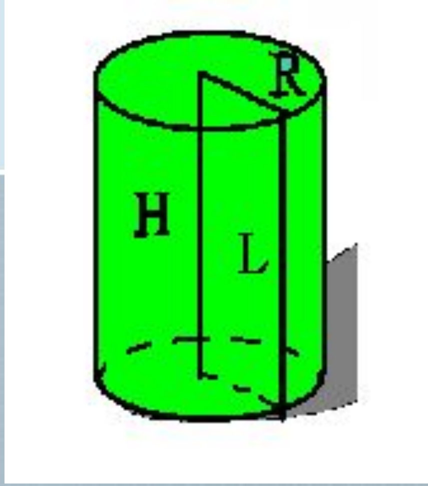


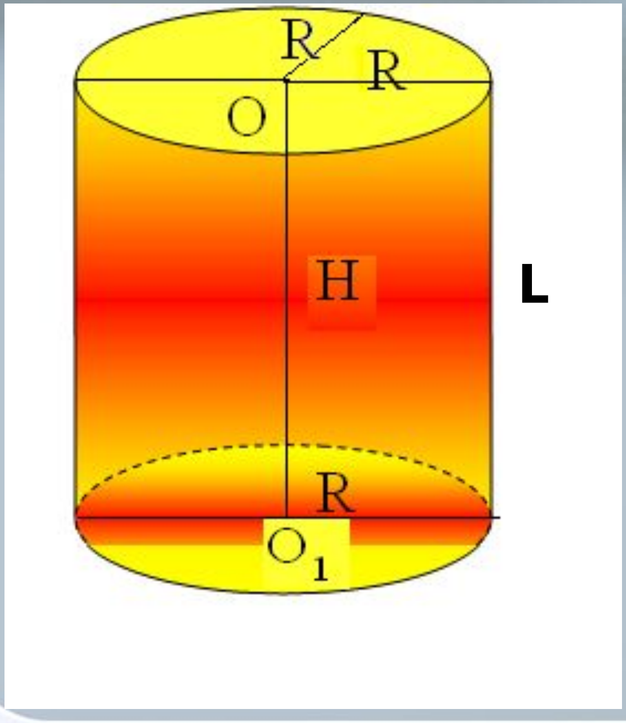
$$\boxed{V = S \cdot h}$$

Объем цилиндра:

Обозначения:

R - радиус основания
H - высота
L - образующая
L=H
V - объем цилиндра



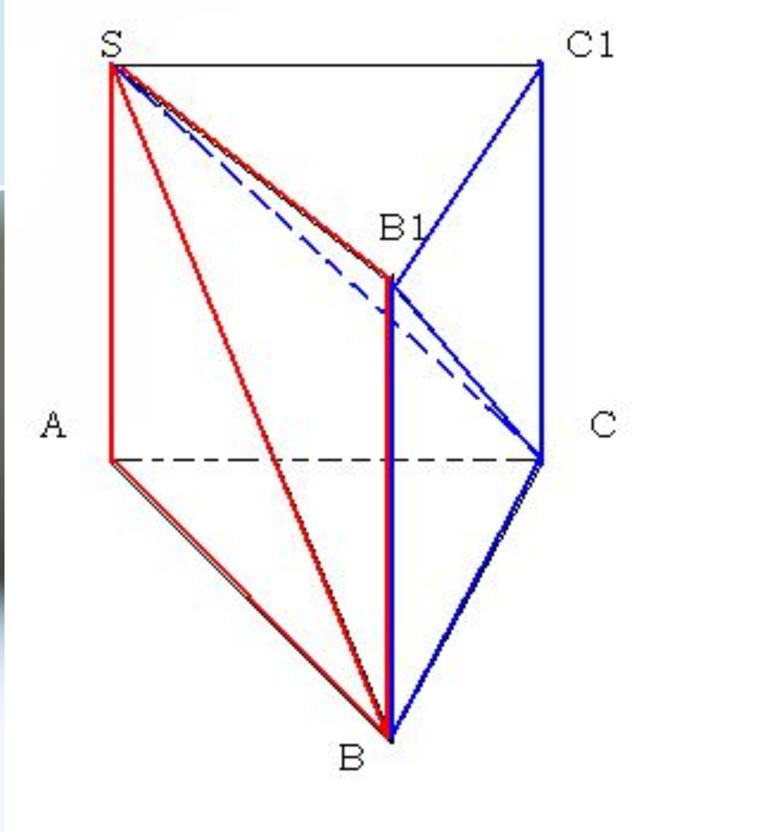


$$\boxed{V = \pi R^2 h}$$

$$V = S_{осн} \cdot h$$

$$S_{осн} = \pi R^2$$

Объем пирамиды:



Достроим пирамиду ABCS до призмы. Достроенная призма будет состоять из 3 пирамид – SABC, SCC_1B_1, $SCBB_1$

У II и III пирамиды – SC – общая,

$\Delta\ CC_1B_1 = \Delta\ CBB_1$

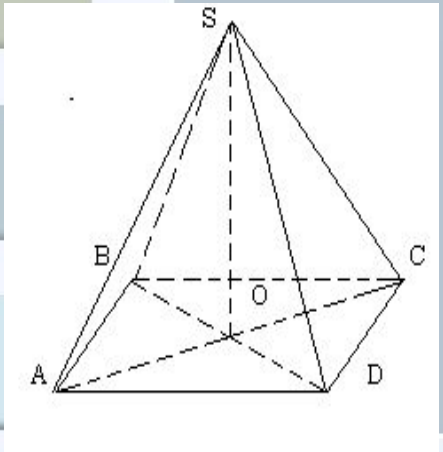
У I и III пирамиды – CS – общая,

$\Delta\ SAB = \Delta\ BB_1S$

$V_1=V_2=V_3$

V призмы= 3 V пирам

Vпирамиды=1/3 V призмы

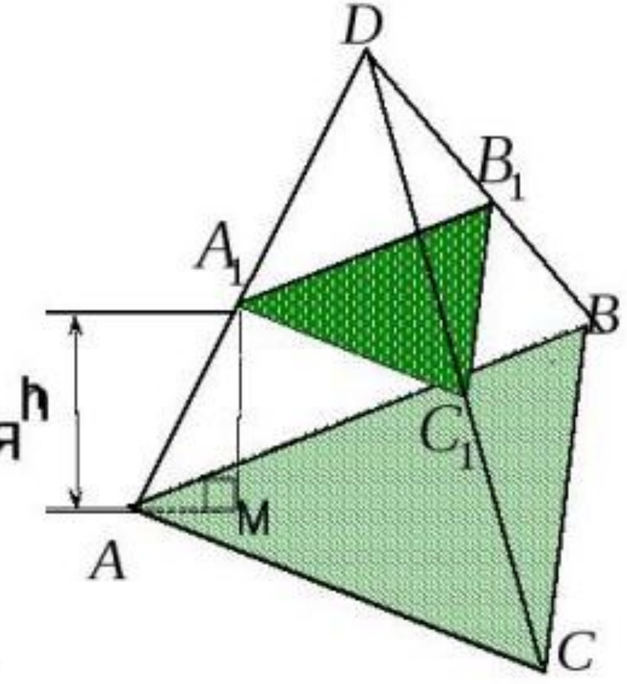


V=1/3 Sосн ·h

Объем усеченной пирамиды:

Объем усеченной пирамиды, высота которого равна **h**, а площади оснований равны **S** и $\mathbf{S_1}$, вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



Объем конуса:

ОБОЗНАЧЕНИЯ:

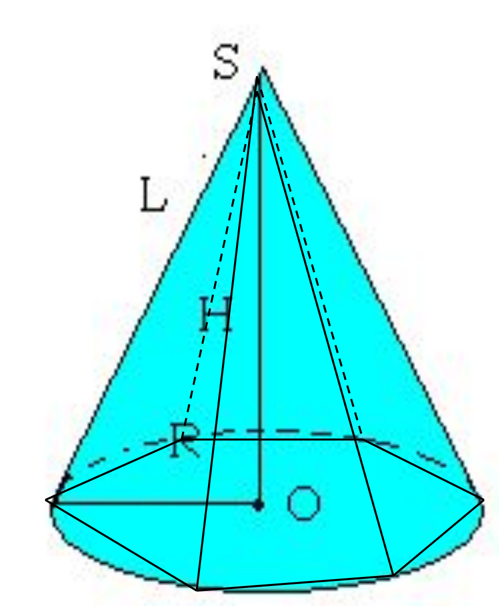
R - радиус основания

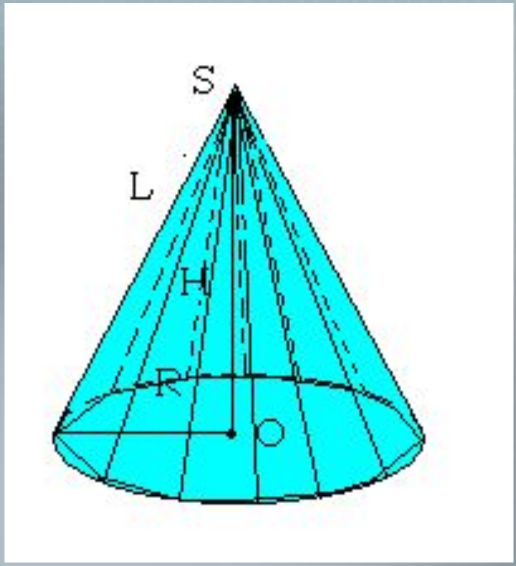
L - образующая конуса

h – высота

V – объем

$$V=1/3\pi R^2h$$

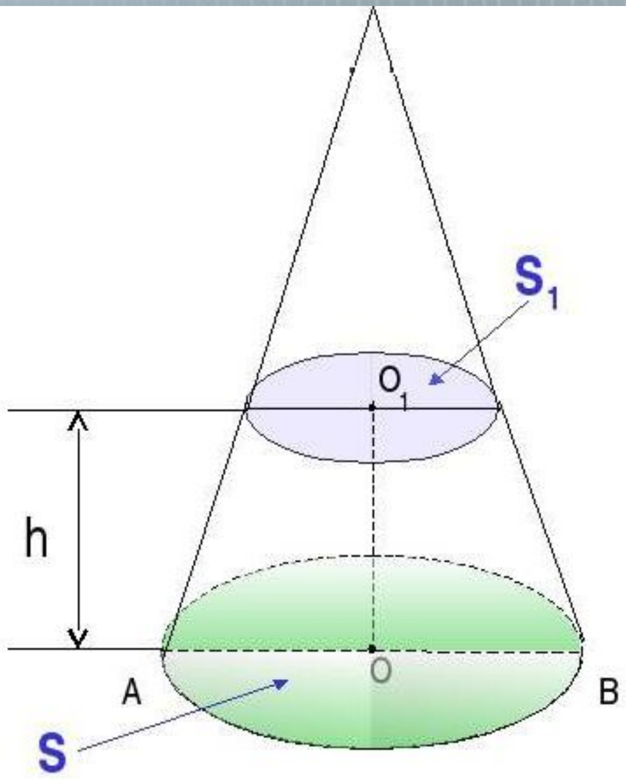




Объем усеченного конуса:

Объем усеченного конуса вычисляется по формуле:

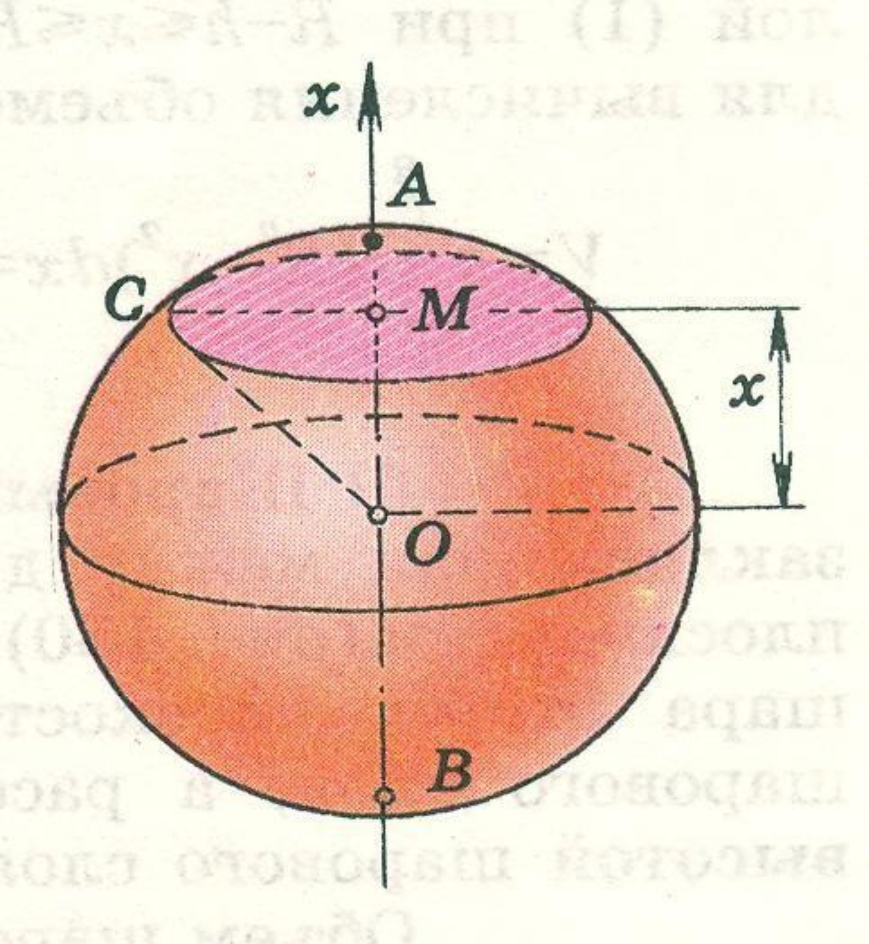
$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



Где *h* – высота конуса,

S и S_1 – площади оснований

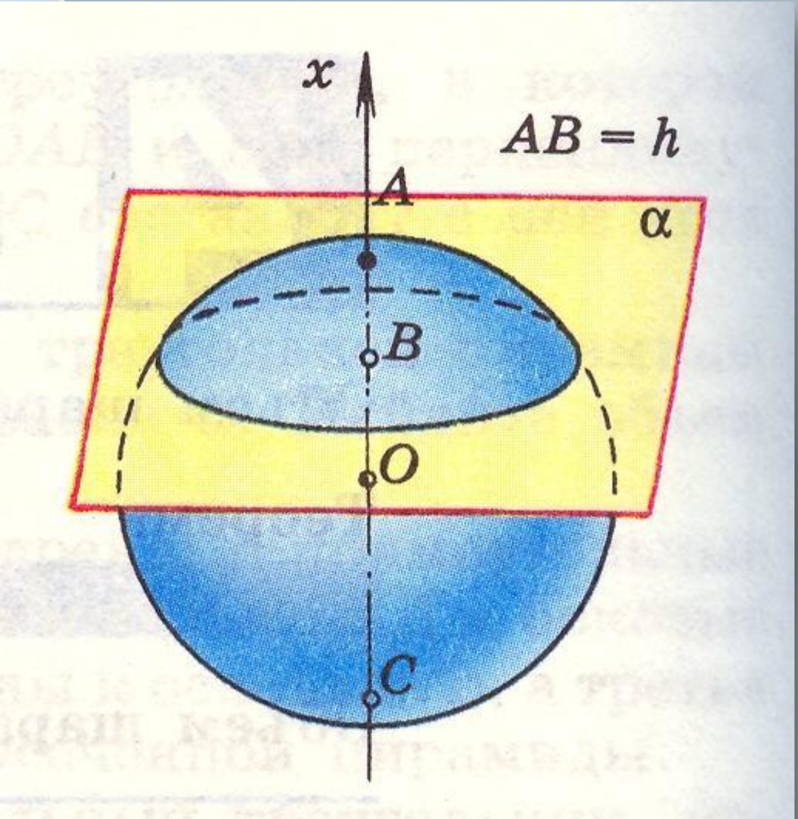
Объём шара



Объём шара радиуса R

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Шаровой сегмент

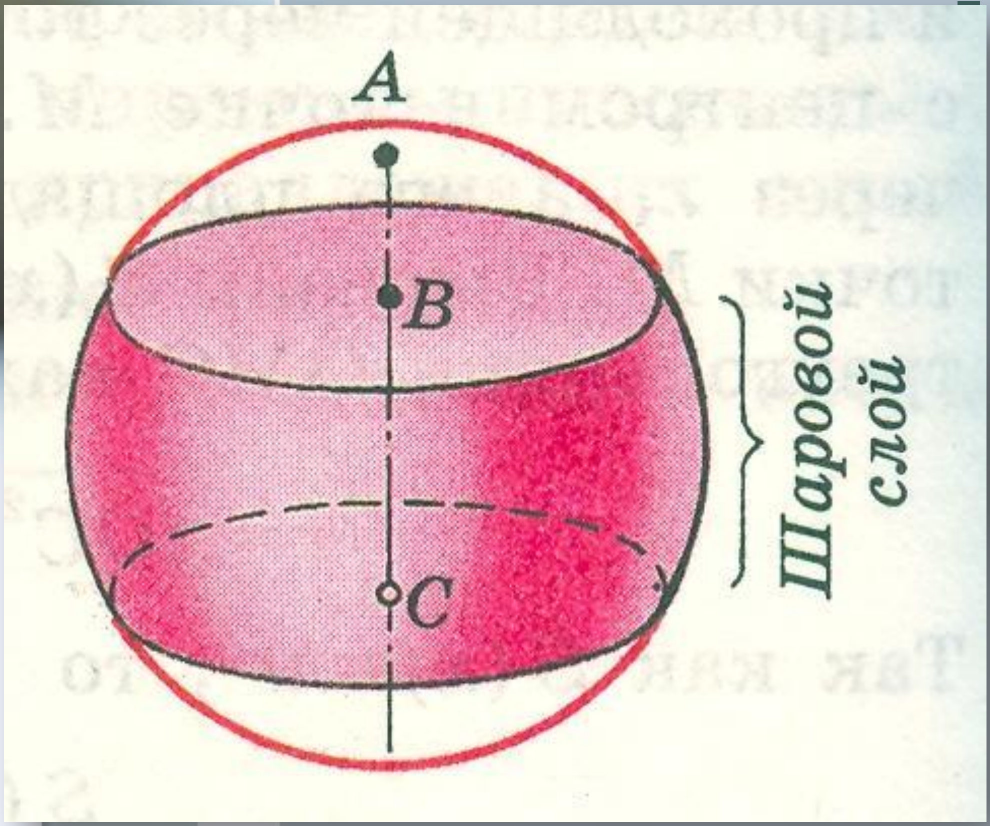


Шаровой сегмент

- это часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right).$$

Шаровой слой

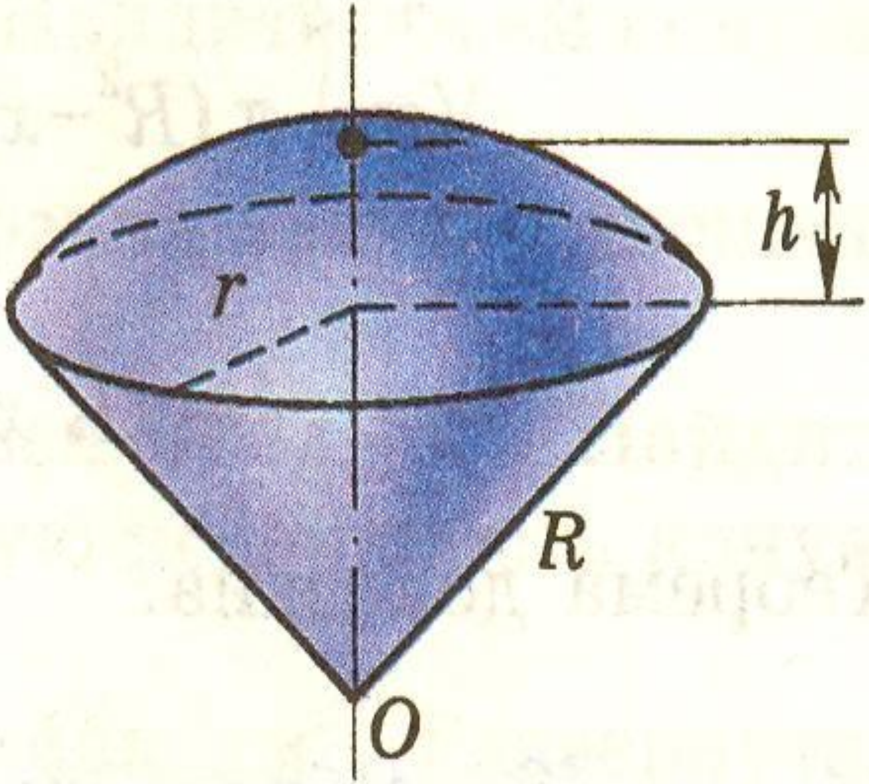


- это часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими шар.

Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются ***основаниями шарового слоя.***

Расстояние между плоскостями называется ***высотой шарового слоя***.

Шаровой сектор

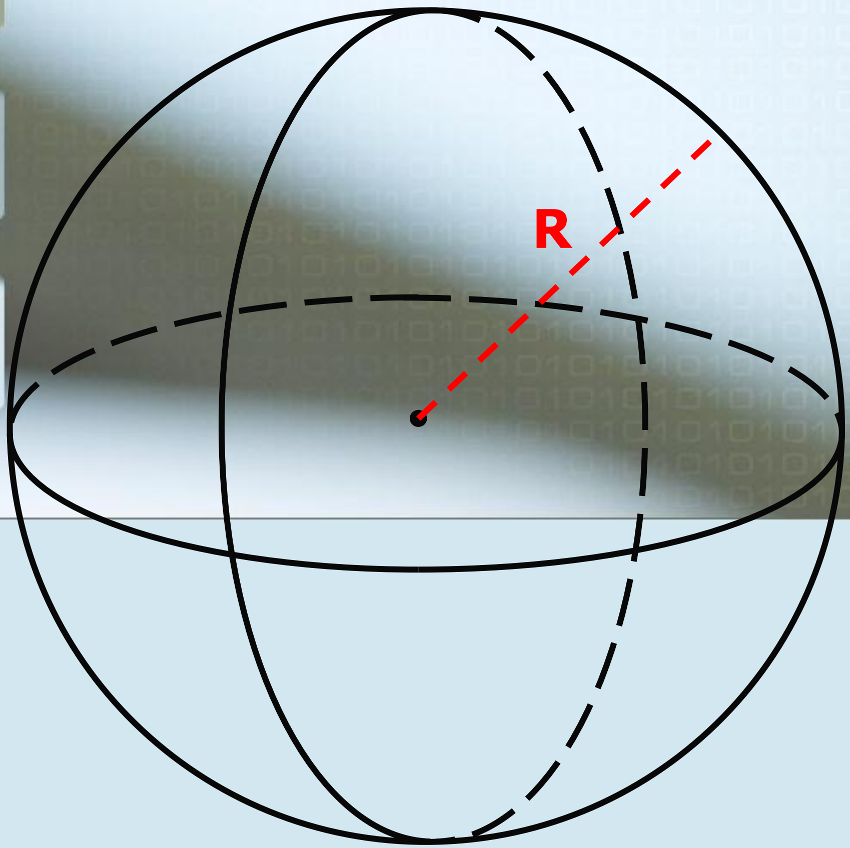


Шаровой сектор

- это тело, получаемое вращением кругового сектора с углом, меньше 90°, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h.$$

Площадь сферы

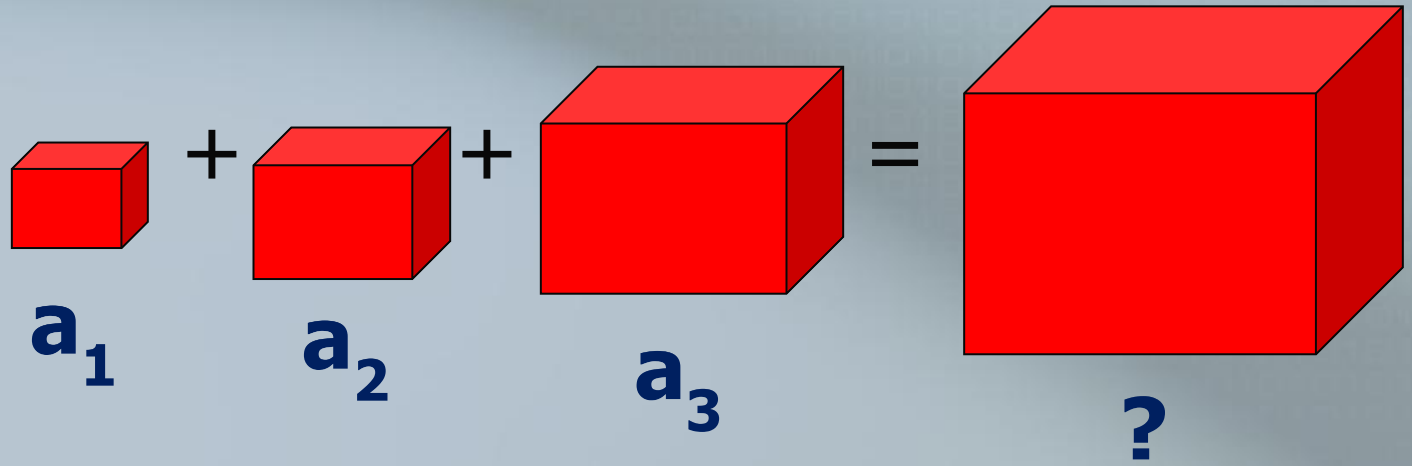


$$S_{сферы} = 4\pi R^2$$

Закрепление пройденного материала:

Задача №1

Три латунных куба с ребрами 3см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?



Решение:

$V_F = V_{F1} + V_{F2} + V_{F3}$

$V_{F1} = 3^3 = 27$ (см^3)

$V_{F2} = 4^3 = 64$ (см^3)

$V_{F3} = 5^3 = 125$ (см^3)

$V_F = 27 + 64 + 125 = 216$ (см^3)

$V_F = a^3$

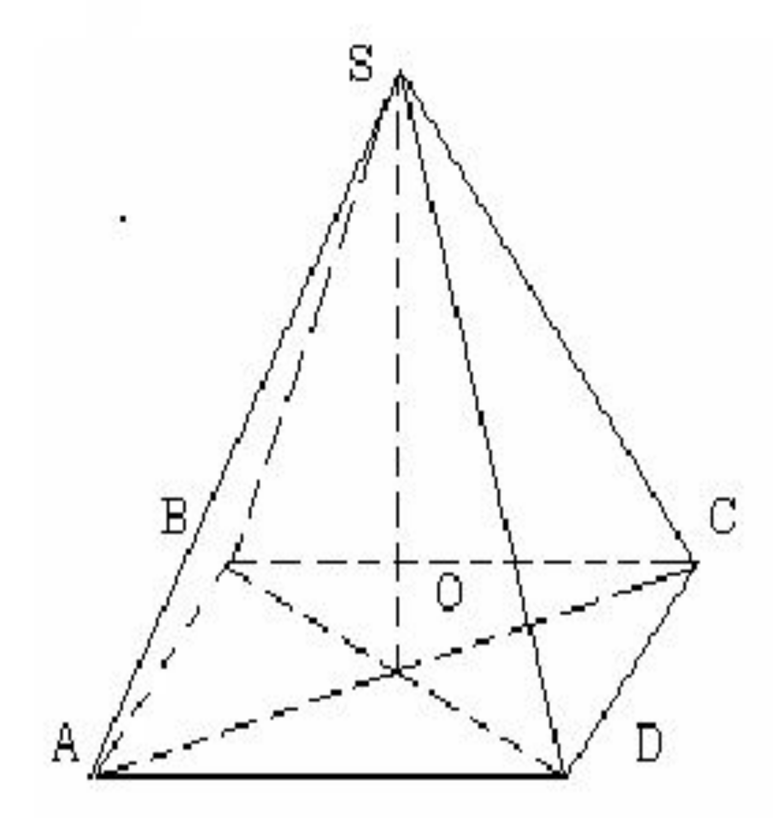
$a^3 = 216$ (см^3)

$a = 6$ (см)

Ответ: ребро куба равно 6 см.

Задача №2

Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания 13 см.



Решение:

$V = 1/3\ S_{осн} \cdot h$

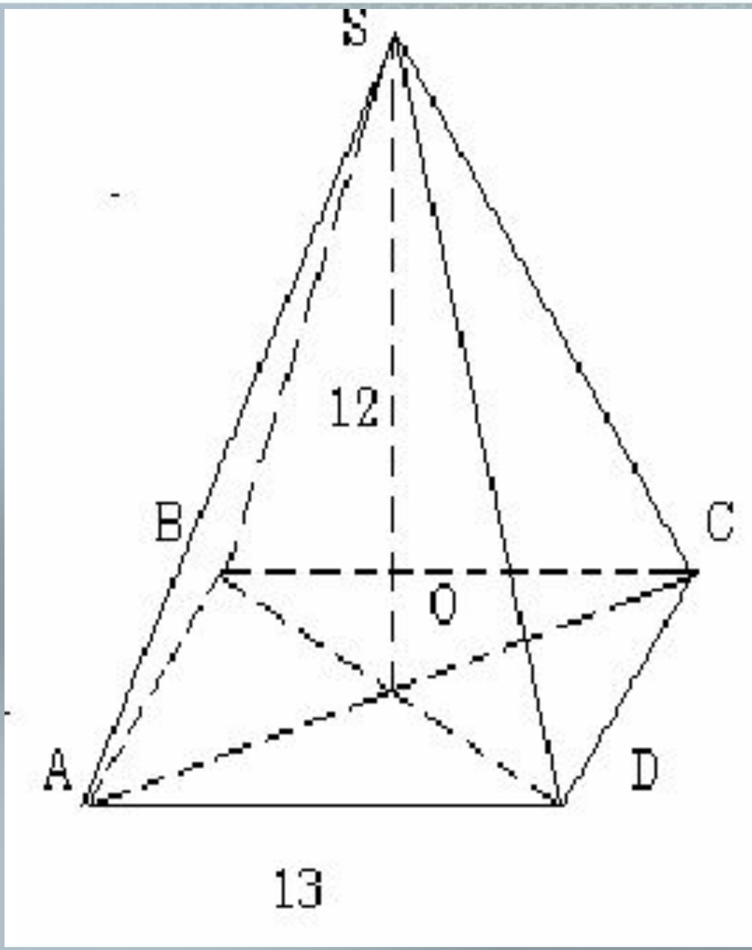
$ABCD$- квадрат

$S_{ABCD} = a^2$

$S_{ABCD} = 13^2 = 169$ (см²)

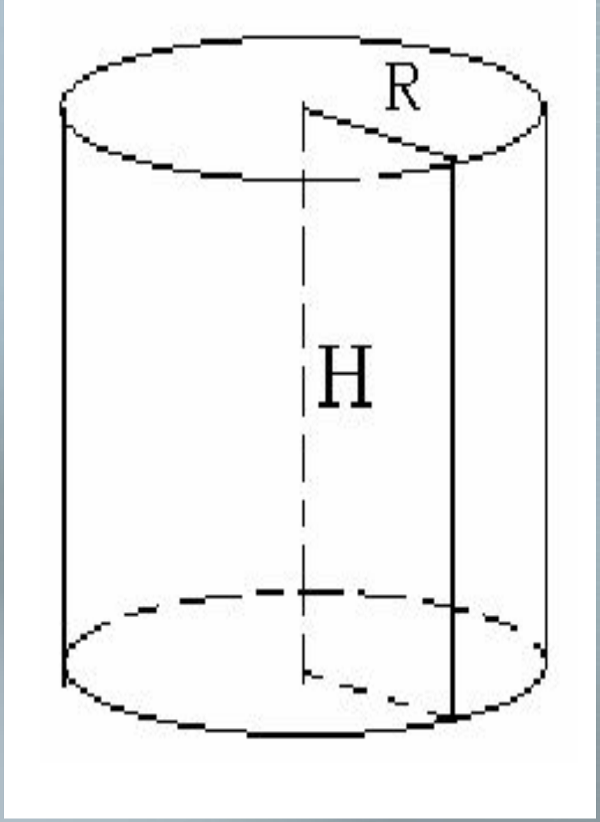
$V = 1/3 \cdot 169 \cdot 12 = 676$ (см^3)

Ответ : Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 676 см^3



Задача №3

Найдите объем цилиндра, если радиус его основания равен 6см, а высота 8 см.

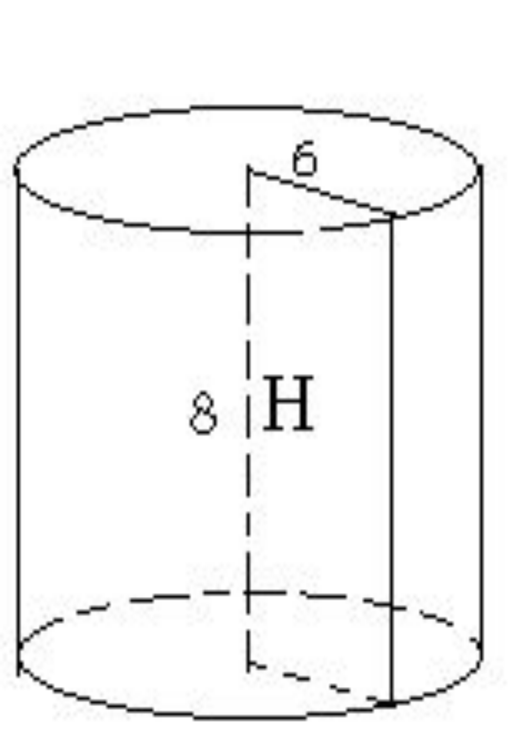


Решение:

V = πR²H → $V = \pi R^2 H$

$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi(см^3)$

Ответ: объем цилиндра равен 288 π см³ .



№ 658 Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $<BAC=90^0$, BC=37см, AB=35см, AA_1=1,1дм

Дано: ***$ABCA_1B_1C_1$- прямая призма. $<BAC=90^0$ BC=37см, AB=35см, AA_1=1,1дм***

Найти: V-?

Решение: $V= S_{ABC}\cdot AA_1$ (по следствию 2)

$S_{ABC}=1/2\ BA\cdot AC\cdot \cos A=1/2\ BA\cdot AC$

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}$ AC=12см.

$S_{ABC}=1/2\cdot 35\cdot 12=210(см^2)$

$V=S_{ABC}\cdot AA_1$

$V=210\cdot 11=2310(см^3)$

Ответ: $V= 2310\ (см^3)$