

Розділ 4

# Конвекційний теплообмін

Конвекційний теплообмін – процес обміном теплом між твердим тілом і газом, твердим тілом і рідиною. Цей процес є нерозривно зв'язаним з переносом самої рідини. Тому конвекція є можливою тільки в текучому середовищі. Перенесення частинок рідини залежить від природи виникнення руху, особливостей їх руху а також від фізичних властивостей рідин(газів), форми поверхні твердого тіла, розмірів та властивостей поверхні. Все це значно ускладнює питання визначення параметру, який характеризує конвекційний теплообмін – коефіцієнта тепловіддачі, який є коефіцієнтом пропорційності в законі Ньютона-Ріхмана.

## *Вільна та примусова конвекція*

Природа виникнення руху рідини може бути різною – обумовленою внутрішніми або зовнішніми силами

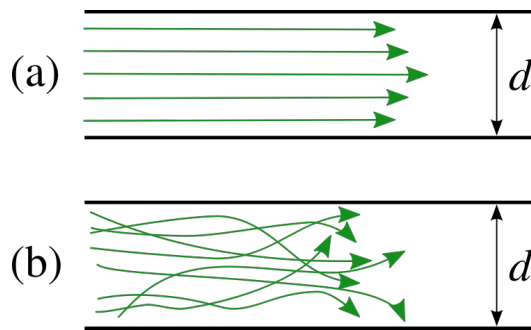
При *вільній конвекції* рух рідини відбувається за рахунок неоднорідності масових сил, наприклад, рідина з неоднорідною температурою має і неоднорідність густини, що в гравітаційному полі призведе до вільного гравітаційного руху.

При *примусовій конвекції* рух рідини відбувається за рахунок сил зовнішнього тиску та сил тертя, які виникають під час роботи збудника руху - насоса, вентилятора або кінетичної енергії самого плинного середовища, викликаного якимись іншими зовнішніми збудниками: течія води в річці, вітер.

Існують два основних режими руху рідини: ламінарний і турбулентний.

В ламінарному режимі рідина рухається так, що траєкторія кожної частинки повторює форму каналу, без перемішування.

При турбулентній течії відбувається постійне перемішування рідини, рух частинок стає хаотичним, швидкість і температура постійно змінюється.



Режим течії суттєво впливає на тепловіддачу.

Так само суттєво впливають розміри і форма поверхні.

## Властивості

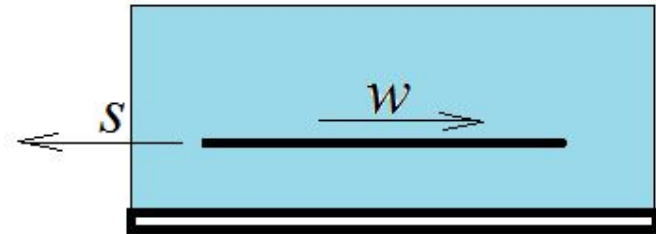
*рідин, що впливають на ефективність тепловіддачі*

**Теплопровідність, теплоємність, густина, температуропровідність** - ті ж самі, що і при теплопровідності.

Властивості, які впливають на рух рідини:

**в'язкість рідини (газу), яка характеризується коефіцієнтами динамічної в'язкості  $\mu$ , Па·с,**

$$s = \mu \frac{dw}{dn}$$



**та кінематичної в'язкості  $\nu$ , м<sup>2</sup>/с,**

**які пов'язані між собою:  $\nu = \mu/\rho$ .**

Так як при вільній конвекції рух виникає внаслідок різниці питомих об'ємів рідини з різними температурами, велике значення має коефіцієнт об'ємного теплового розширення рідини,  $\beta$ , 1/к:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p=const}$$

де  $p$ -тиск.

Для газів в більшості практичних задач величина  $\beta$

$\beta$  зворотною абсолютній температурі:  $\beta = \frac{1}{T}$

Для рідин коефіцієнт об'ємного розширення  $\beta$  невеликою величиною якою можна нехтувати, в деяких випадках, як для води при  $t < 4$  С, може бути від'ємним, визначається експериментально.

## Коефіцієнт тепловіддачі.

Кількість тепла передану через поверхню контакту рідини та твердого тіла може бути записана з використанням закону Фур'є у вигляді:

$$Q = -\lambda_p \int_F \text{grad}(t_p) dF$$

Але цей вираз вимагає знання розподілу температури в рідині

Тому при інженерних розрахунках конвекційної тепловіддачі використовують формулу Ньютона:

$$dQ_c = \alpha(t_c - t_p) \cdot dF$$

де  $dQ_c$  - тепловий потік від елемента поверхні  $dF$  твердого тіла (стінки) до рідини (або навпаки),  
 $t_{c,p}$  - температура стінки, рідини.

Коефіцієнт пропорційності  $\alpha$ , який входить в це рівняння, називають коефіцієнтом тепловіддачі. Він враховує особливості конкретних умов теплообміну, що відбувається між стінкою і рідиною:

$$\alpha = f(w, t_c, t_p, \lambda_p, c_p, \rho_p, \mu_p, \varepsilon_p, \beta_p, \Phi, l_1, l_2, \dots)$$

- $w$  – швидкість руху рідини;
- $t_c, t_p$  – температури стінки, рідини;
- $\lambda_p, c_p, \rho_p$  – к-т теплопровідності, питома теплоємність, густина рідини;
- $\mu_p$  – в'язкість рідини;
- $\varepsilon_p, \beta_p$  – Стисливість, коефіцієнт об'ємного розширення;
- $\Phi$  – форма поверхні теплообміну;
- $l_1, l_2, \dots$  – геометричні розміри.



Крім того  $\alpha = f$  {

- стан...поверхні...тіла*
- режим...руху...рідини*
- різниця...температур*
- природа...сил,...збуджуючих...рух*

## Диференціальні рівняння конвекційного теплообміну

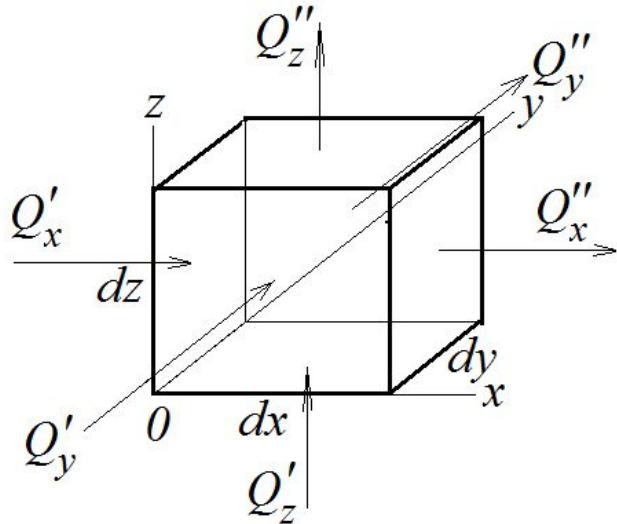
Перенос теплоти здійснюється одночасно теплопровідністю і конвекцією. Перенос конвекцією є пропорціональним швидкості руху,  $W$ , густині,  $\rho$ , та ентальпії рідини,  $h$ :

$$\dot{q}_{\text{конв}} = \rho \dot{w} h.$$

Загальне перенесення тепла описується рівнянням:

$$\dot{q} = \dot{q}_{\text{конв}} + \dot{q}_{\text{мпр}} = \rho \dot{w} h - \lambda \cdot \text{grad} t.$$

## Рівняння енергії



Виділимо в рідині нерухомий відносно системи координат елемент об'єму, так як це було зроблено при виведенні рівняння теплопровідності. Тоді було отримане рівняння

$$c \cdot \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_v,$$

так як  $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$  отримаємо

$$c \cdot \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v, \quad 4.1$$

Змінилися джерела надходження в елемент теплоти, загальна ж структура рівняння залишається незмінною. Тому підставимо в рівняння замість  $Q_{\text{тпр}}$  вираз для конвекційного переносу енергії:

$$\overset{\Delta}{q} = \overset{\Delta}{q}_{\text{конв}} + \overset{\Delta}{q}_{\text{тпр}} = \rho w h - \lambda \cdot \text{grad}t;$$

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho w_x h; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho w_y h; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho w_z h.$$

Враховуючи, що  $h = c_p t$ , отримуємо з 4.1 після нескладних перетворень

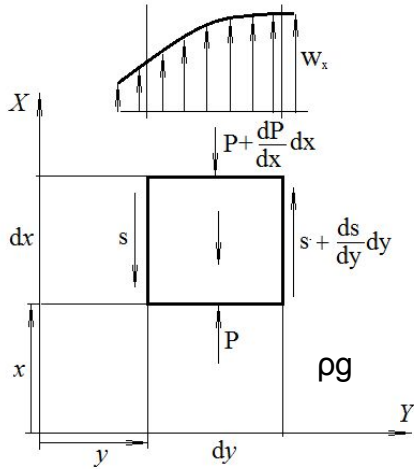
$$\frac{Dt}{d\tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} \quad 4.2$$

$$c \cdot \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v,$$

$\frac{Dt}{d\tau}$  — повна похідна від температури в умовах руху рідини:

$$\begin{aligned}\frac{Dt}{d\tau} &= \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \\ &= \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau}.\end{aligned}$$

# Рівняння руху



На виділений елемент діють  
-Сила тяжіння

$$df_1 = \rho g_x dv$$

-Рівнодіюча сил тертя

$$df_2 = \left( s + \frac{ds}{dy} dy \right) dx dz - s dx dz = \frac{ds}{dy} dv$$

-Рівнодіюча сил тиску

$$df_3 = - \frac{dP}{dx} dv$$

Так як  $s = \mu \frac{dw}{dx}$  отримаємо рівнодіючу всіх сил,

що діють на елемент:

$$df = df_1 + df_2 + df_3 = \left( \rho g_x - \frac{dP}{dx} + \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right) dv$$

Згідно до законів механіки, ця рівнодіюча дорівнює добутку маси виділеного елемента на його прискорення

$$df = \rho \frac{dw_x}{d\tau} dv$$

З двох останніх рівнянь отримаємо

$$\rho \frac{dw_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{dP}{dx} + \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2}$$

Аналогічно отримаємо і для інших координат:

$$\rho \frac{dw_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{dP}{dy} + \mu \frac{d^2 w_y}{dy^2}$$

$$\rho \frac{dw_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{dP}{dz} + \mu \frac{d^2 w_z}{dy^2}$$

Ці три рівняння об'єднуються в єдине векторне рівняння

$$\rho \frac{d\vec{w}}{d\tau} = \rho \vec{g} - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{w} \quad 4.3$$



Яке перетворюється на рівняння **рівняння руху**, або рівняння Нав'є-Стокса,

$$\frac{d\overset{\Delta}{w}}{d\tau} = -\overset{\Delta}{g}\beta\vartheta - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\overset{\Delta}{w} \quad 4.4$$

$$\frac{d\overset{\Delta}{w}}{d\tau}$$

- Субстанціональна похідна

$$\overset{\Delta}{g}\beta\vartheta$$

- Піднімальна сила

$$\frac{1}{\rho}\nabla p$$

- Сила зовнішнього тиску

$$\nu\nabla^2\overset{\Delta}{w}$$

- Сили тертя

Рівняння суцільності, або рівняння Бернуллі:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) = 0 \quad 4.5$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \quad \text{- зміна густини.}$$

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) \quad \text{- потік маси.}$$

Як і до рівняння теплопровідності, яке витікає з першого рівняння, при  $w=0$ , до трійки рівнянь необхідно додати рівняння однозначності, які складаються із геометричних, фізичних, початкових та граничних умов (крайова задача).

**Фізичний аналіз процесів конвекційного теплообміну показує, що без внесення великих похибок, ця система рівнянь може бути суттєво спрощена. Наприклад, використання гіпотези пограничного шару дозволяє отримати досить точні математичні розв'язки окремих задач. Але в більшості випадків і ці рішення потребують уточнень, які можуть бути внесені тільки за допомогою експериментальних досліджень.**

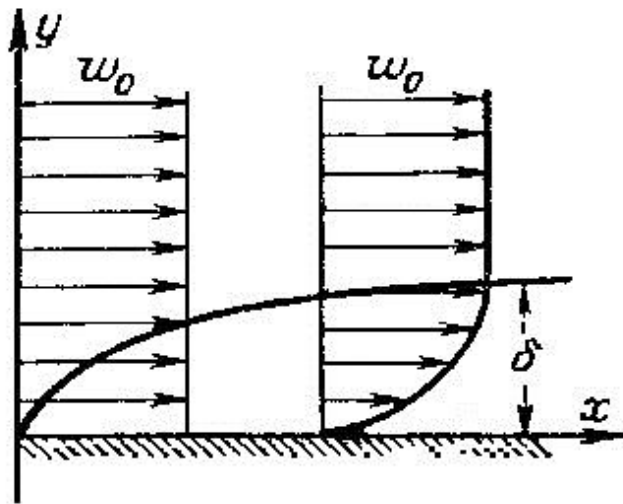
## Гіпотеза пограничного шару

В сучасній теорії теплообміну використовується припущення, що частинки рідини, які безпосередньо торкаються поверхні, адсорбуються нею, якби прилипають. В такому випадку швидкість рідини на поверхні тіла дорівнює нулю і густина теплового потоку в рідині на поверхні твердого тіла може бути визначена за законом Фур'є. З другого боку, так як той самий тепловий потік за законом Ньютона-Ріхмана є і функцією коефіцієнта тепловіддачі, з цих двох рівнянь витікає, що

$$\alpha = - \frac{\lambda}{t_c - t_p} \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0} \quad 4.6$$

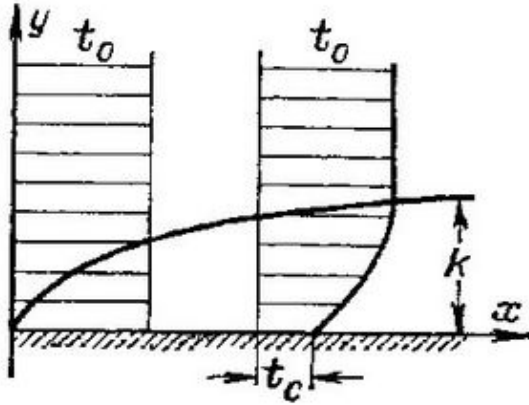
і визначене з рівнянь поле температур дозволяє визначити коефіцієнт тепловіддачі.

На значній відстані від поверхні тіла збурення, внесені поверхнею, практично не відчуються. Відстань, на якій це виконується з заданою величиною відхилення, зветься товщиною гідродинамічного пограничного шару.



Потік рідини біля поверхні тіла може бути розбитий на дві зони, зону в якій відбуваються зміни швидкості під впливом дії контакту рідини з поверхнею - гідродинамічний пограничний шар і зону в якій вплив поверхні практично не відчувається - зона незбуреного потоку.

Все сказане для поля швидкостей може бути перенесене і на поле температур, де вводиться поняття теплового пограничного шару - шару рідини в якій температура рідини змінюється від температури поверхні тіла до температури незбуреного потоку.



Припущення існування пограничного гідродинамічного шару виправдовує себе і в випадку вільного руху рідини, тільки тут швидкість змінюється від нуля на поверхні тіла до нуля на відстані, проходячи через максимум в межах пограничного шару.

