

Синтез произвольных комбинаторных схем.

**Arbitrary Combinatory Logic.**

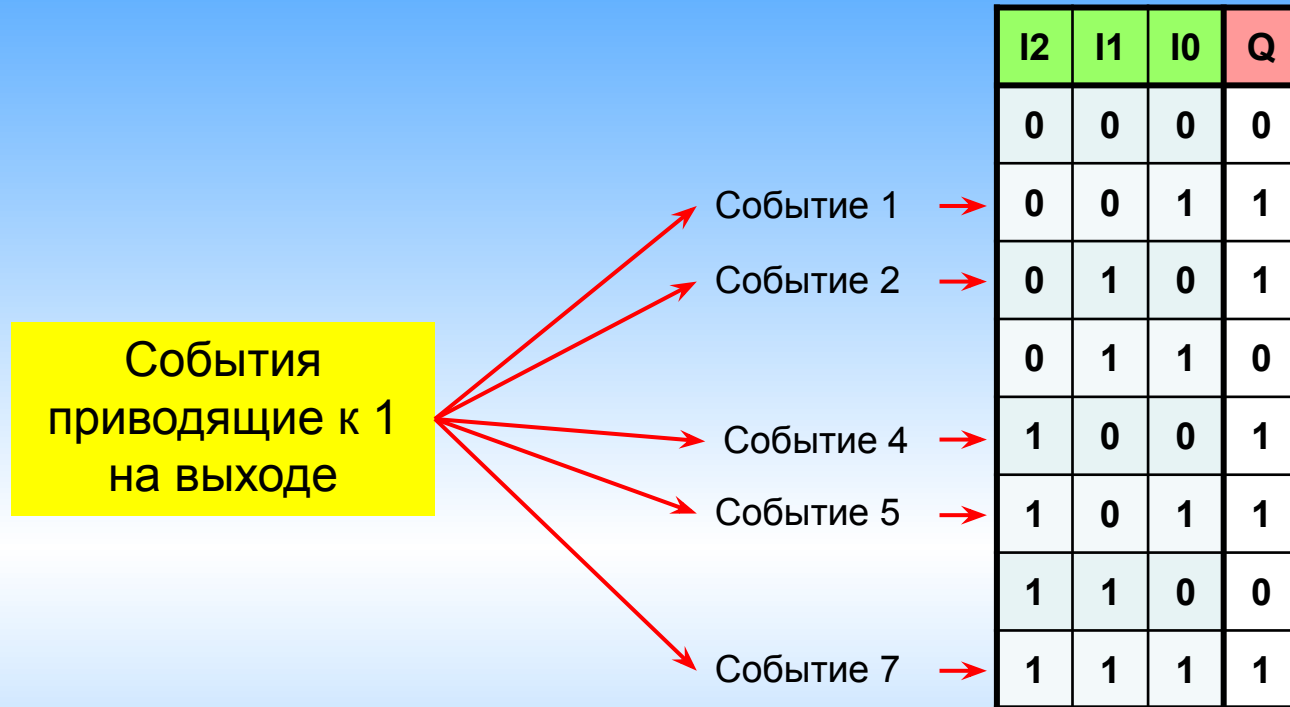
# Произвольная таблица истинности

I2	I1	I0	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Как построить схему?

# ДНФ

## Дизъюнктивная Нормальная Форма



$$Q = (\text{Событие1}) + (\text{Событие2}) + (\text{Событие 4}) + (\text{Событие 5}) + (\text{Событие 7})$$

ИЛИ

События  
приводящие к 1  
на выходе

- Событие 1 →
- Событие 2 →
- Событие 4 →
- Событие 5 →
- Событие 7 →

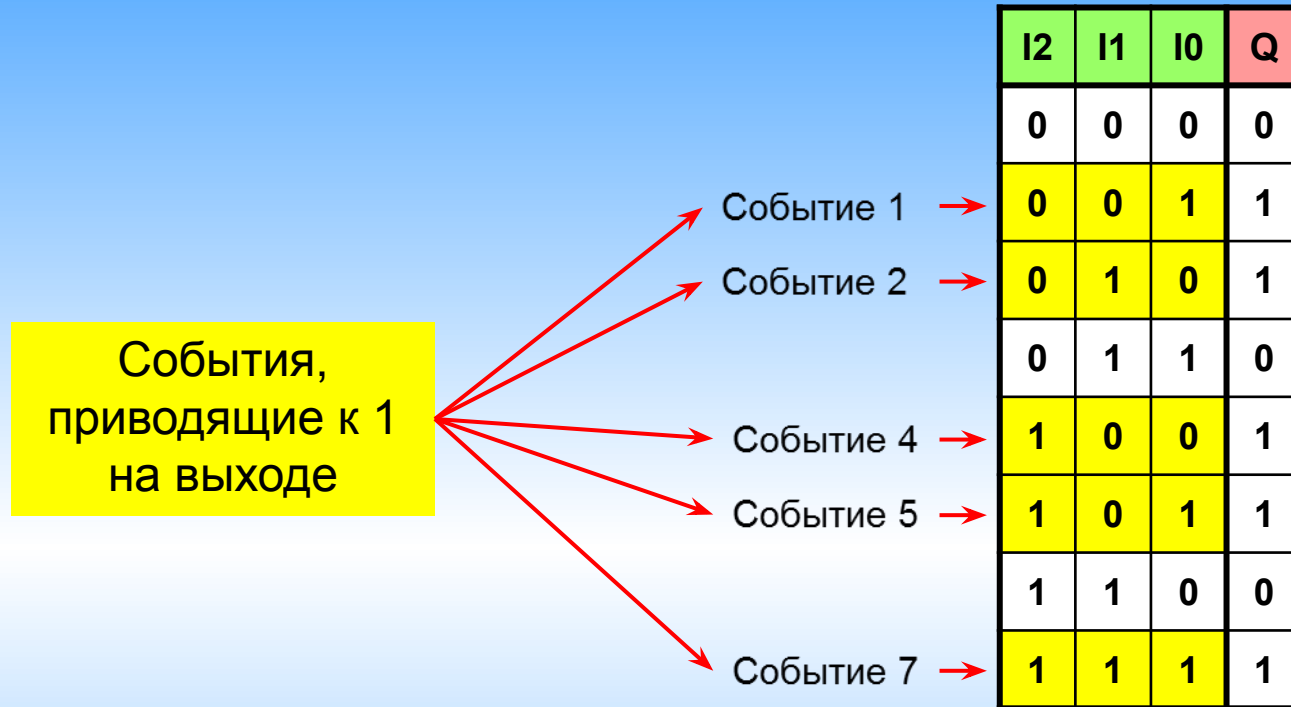
I2	I1	I0	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$Q = (\text{Событие 1}) + (\text{Событие 2}) + (\text{Событие 4}) + (\text{Событие 5}) + (I2 \cdot I1 \cdot I0)$$

Что делать, если на вход поступят другие слова то же приводящие к 1?

# ДНФ

Надо их превратить в 111



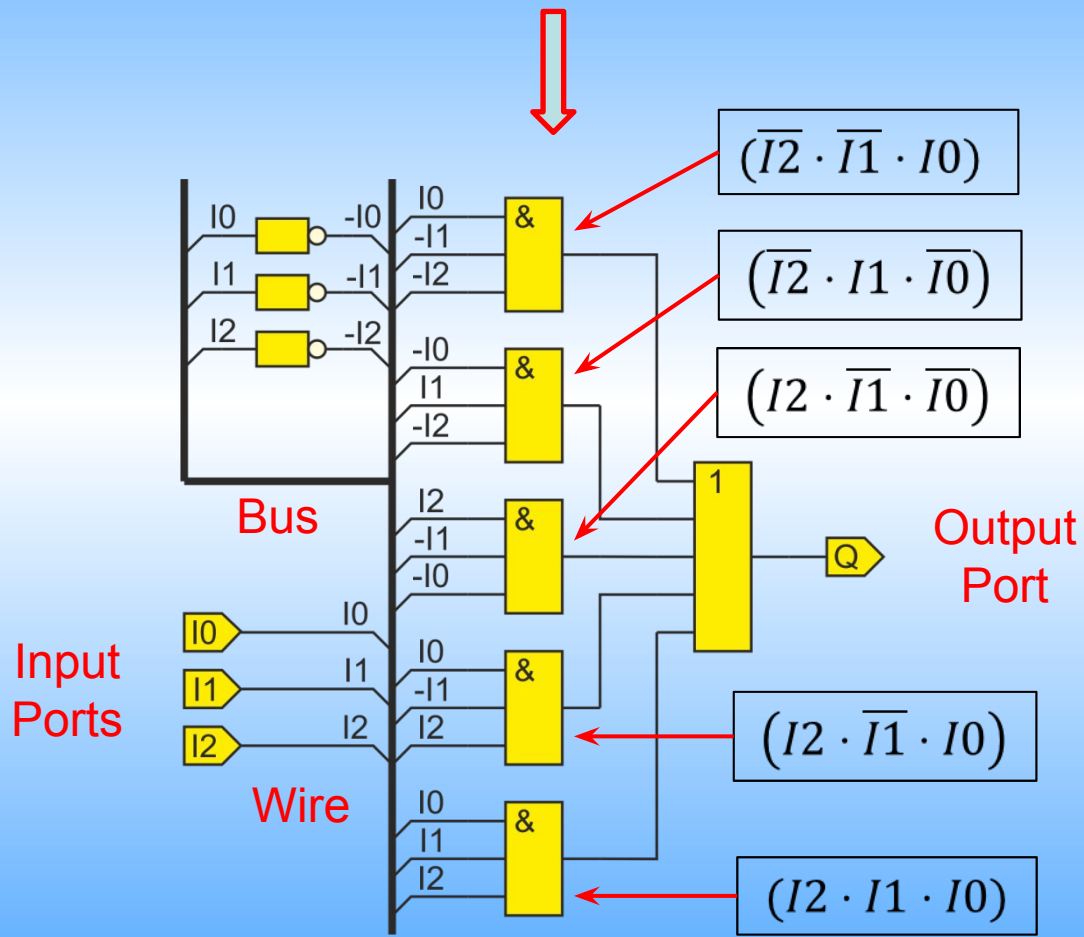
$$Q = (\text{Событие 1}) + (\text{Событие 2}) + (\text{Событие 4}) + (\text{Событие 5}) + (\text{Событие 7})$$

$$Q = (\overline{I_2} \cdot \overline{I_1} \cdot I_0) + (\overline{I_2} \cdot I_1 \cdot \overline{I_0}) + (I_2 \cdot \overline{I_1} \cdot \overline{I_0}) + (I_2 \cdot \overline{I_1} \cdot I_0) + (I_2 \cdot I_1 \cdot I_0)$$

# ДНФ

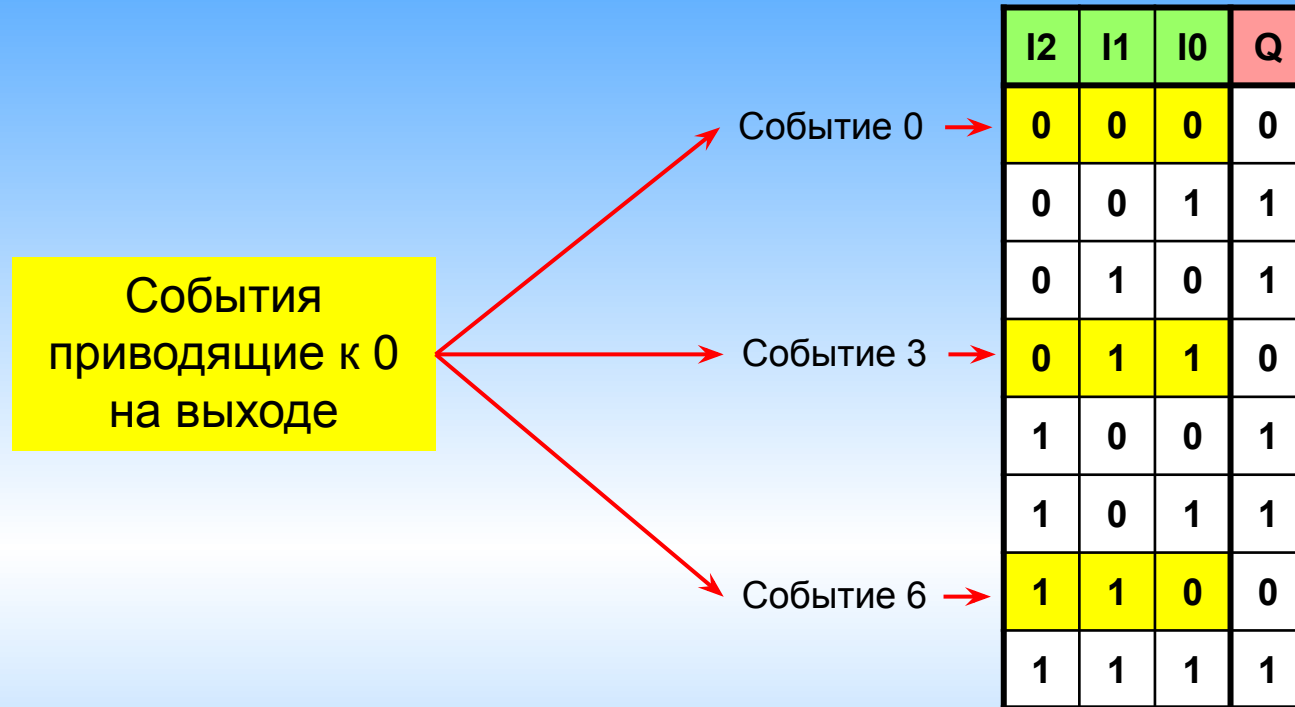
## Дизъюнктивная Нормальная Форма

$$Q = (\bar{I}_2 \cdot \bar{I}_1 \cdot I_0) + (\bar{I}_2 \cdot I_1 \cdot \bar{I}_0) + (I_2 \cdot \bar{I}_1 \cdot \bar{I}_0) + (I_2 \cdot \bar{I}_1 \cdot I_0) + (I_2 \cdot I_1 \cdot I_0)$$



# КНФ

## Конъюнктивная Нормальная Форма



$$Q = (\text{Событие 0}) \cdot (\text{Событие 3}) \cdot (\text{Событие 6})$$

И

# КНФ

## Конъюнктивная Нормальная Форма

События приводящие к 0 на выходе

I2	I1	I0	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Событие 0 →

Событие 3 →

Событие 6 →

$$Q = (\text{Событие 0}) \cdot (\text{Событие 3}) \cdot (\text{Событие 6})$$

$$Q = (I_2 + I_1 + I_0) \cdot (I_2 + \bar{I}_1 + \bar{I}_0) \cdot (\bar{I}_2 + \bar{I}_1 + I_0)$$



# ДНФ vs КНФ

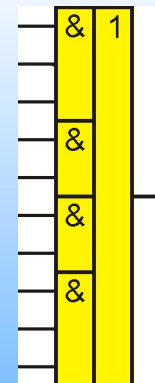
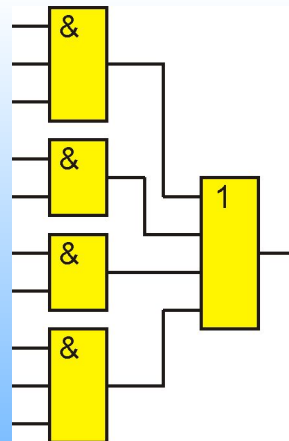
$$Q = (\overline{I_2} \cdot \overline{I_1} \cdot I_0) + (\overline{I_2} \cdot I_1 \cdot \overline{I_0}) + (I_2 \cdot \overline{I_1} \cdot \overline{I_0}) + (I_2 \cdot \overline{I_1} \cdot I_0) + (I_2 \cdot I_1 \cdot I_0)$$

I2	I1	I0	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$Q = (I_2 + I_1 + I_0) \cdot (I_2 + \overline{I_1} + \overline{I_0}) \cdot (\overline{I_2} + \overline{I_1} + I_0)$$

Множество решений!

В нашем случае ДНФ короче чем КНФ.  
Но **всегда будем выбирать ДНФ.**



Древняя микросхема

К555ЛР13 (74LS54)

(с точностью до инверсии выхода)



# ДНФ vs КНФ

$$\text{ДНФ } Q = (\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot I0) + (\overline{I2} \cdot I1 \cdot \overline{I0}) + (I2 \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (I2 \cdot \overline{I1} \cdot I0) + (I2 \cdot I1 \cdot I0)$$

$$\text{КНФ } Q = (I2 + I1 + I0) \cdot (I2 + \overline{I1} + \overline{I0}) \cdot (\overline{I2} + \overline{I1} + I0)$$

Но КНФ у нас короче и схема проще.

Нулей меньше чем единиц.

I2	I1	I0	Q	-Q
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

Нули всегда можно превратить в единицы инверсией.

$$\overline{Q} = (\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I2} \cdot I1 \cdot I0) + (I2 \cdot I1 \cdot \overline{I0})$$

ДНФ по 0

$$Q = \overline{(\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I2} \cdot I1 \cdot I0) + (I2 \cdot I1 \cdot \overline{I0})}$$

Можно вполне обойтись только ДНФ

# Карты Карно

Можно ли еще сократить?

Можно как и задачи по алгебре



Морис Карно  
Maurice Karnaugh  
1953 Bell Labs

# Карты Карно. 2 переменные.

Представление функции

Таблица

Алгебраическое выражение

График

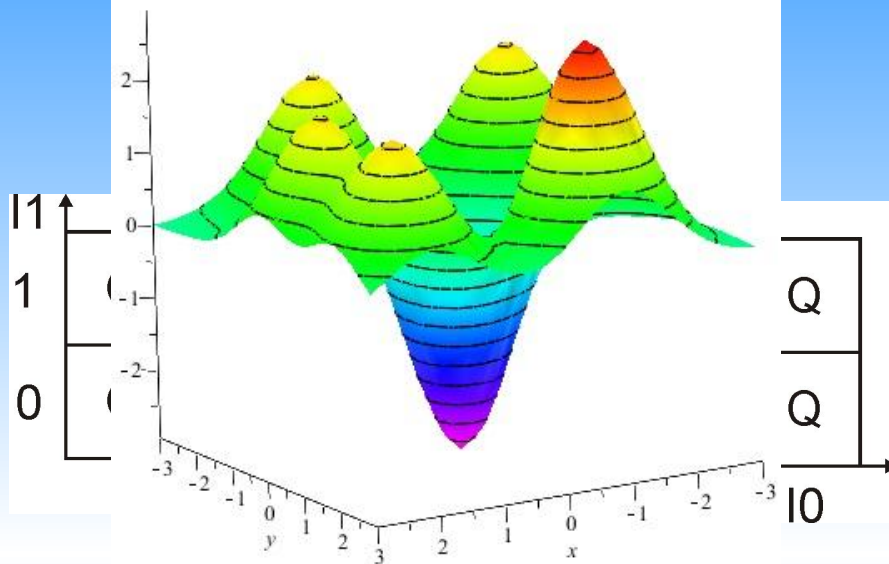
I2	I1	I0	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$Q = (\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot I0) + (\overline{I2} \cdot I1 \cdot \overline{I0}) + (I2 \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (I2 \cdot \overline{I1} \cdot I0) + (I2 \cdot I1 \cdot I0)$$

Карты Карно

# Карты Карно. 2 переменные.

Для  $f := (a, b, c) \rightarrow c e^{-(x-a)^2 - (y-b)^2}$  проще.



$$Q = (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0}) + (I1 \cdot I0)$$

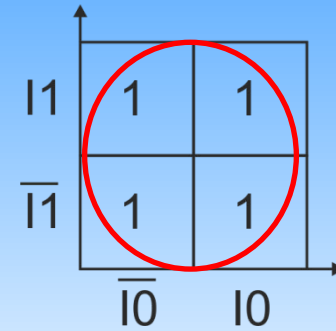
I1	I0	Q
0	0	Q
0	1	Q
1	0	Q
1	1	Q

I1	$\overline{I0}$	$I0$
1	Q	Q
$\overline{1}$	Q	Q

## Карты Карно. 2 переменные.

I1	I0	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\Rightarrow Q = (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0}) + (I1 \cdot I0)$$



Выходное значение не зависит от входных переменных

$$Q = 1$$

# Карты Карно. 2 переменные.

I1	I0	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

$$\Rightarrow Q = (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I1} \cdot I0) \Rightarrow$$

I1	0	0
$\overline{I1}$	1	1
	$\overline{I0}$	I0

I1	0	0
$\overline{I1}$	1	1
	$\overline{I0}$	I0

Координата группы

$\overline{I1}$

Если I1=0, то Q=1  
независимо от I0

$$Q = \overline{I1}$$

# Карты Карно. 2 переменные.

I1	I0	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(2NAND)  
 $Q = \overline{I1 \times I0}$



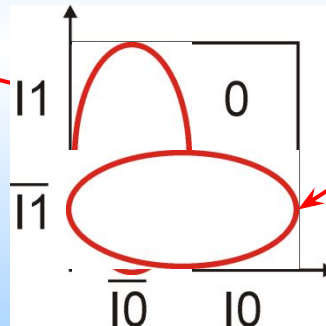
$$Q = (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0})$$



Координата группы

$\overline{I0}$

Если  $I0=0$ , то  $Q=1$   
независимо от  $I1$



Координата группы

$\overline{I1}$

Если  $I1=0$ , то  $Q=1$   
независимо от  $I0$



$$Q = \overline{I1} + \overline{I0}$$

$$\overline{I1 \times I0} = \overline{I1} + \overline{I0}$$

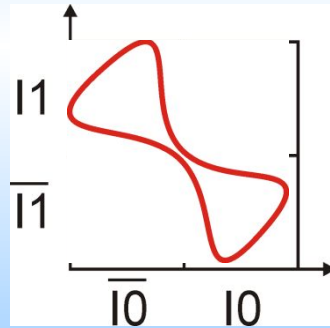


# Карты Карно. 2 переменные.

I1	I0	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(XOR)

$$\Rightarrow Q = (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0})$$



$$Q = (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0})$$

Не упрощается.

Это **НЕ** группа.

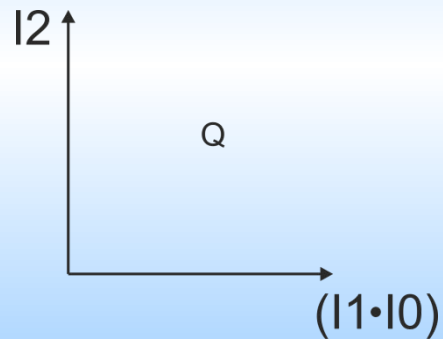
Координату записать невозможно!

# Карты Карно. 3 переменные.

I2	I1	I0	Q
0	0	0	Q
0	0	1	Q
0	1	0	Q
0	1	1	Q
1	0	0	Q
1	0	1	Q
1	1	0	Q
1	1	1	Q

$$Q = \overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0} + \overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot I0 + \overline{I2} \cdot I1 \cdot I0 + I2 \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0} + I2 \cdot \overline{I1} \cdot I0 + I2 \cdot I1 \cdot I0$$

$$Q = \overline{I2} \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + \overline{I2} \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + \overline{I2} \cdot (I1 \cdot I0) + I2 \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + I2 \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + I2 \cdot (I1 \cdot I0)$$



I2	Q	Q	Q	Q
$\overline{I2}$	Q	Q	Q	Q
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$

Соседние клеточки отличаются только одной переменной

# Карты Карно. 3 переменные.

$I2 \cdot \overline{I1}$

$I2$	1	1	0	0
$\overline{I2}$	0	0	0	0
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$	$I1 \cdot I0$

$I2$

$I2$	1	1	1	1
$\overline{I2}$	0	0	0	0
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$	$I1 \cdot I0$

$\overline{I1}$

$I2$	1	1	0	0
$\overline{I2}$	1	1	0	0
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$	$I1 \cdot I0$

$I2$

$\overline{I1}$

$I2$	1	1	1	1
$\overline{I2}$	1	1	0	0
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$	$I1 \cdot I0$

$$Q = I2 + \overline{I1}$$

# Карты Карно. 3 переменные.

???

$I\bar{2}$	1	1	1	0
$\bar{I}2$	0	0	0	0
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}0$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}0$

$I\bar{2} \cdot I0$

$I\bar{2}$	1	1	1	0
$\bar{I}2$	0	0	0	0
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}0$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}0$

$$Q = I\bar{2} \cdot \bar{I}\bar{1} + I\bar{2} \cdot I0$$

В группе должно быть  $2^n$  клеточек

???

$I\bar{2}$	1	1	0	0
$\bar{I}2$	0	1	1	0
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}0$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}0$

$I\bar{2} \cdot \bar{I}\bar{1}$        $\bar{I}2 \cdot I0$

$I\bar{2}$	1	1	0	0
$\bar{I}2$	0	1	1	0
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}0$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot I0$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}0$

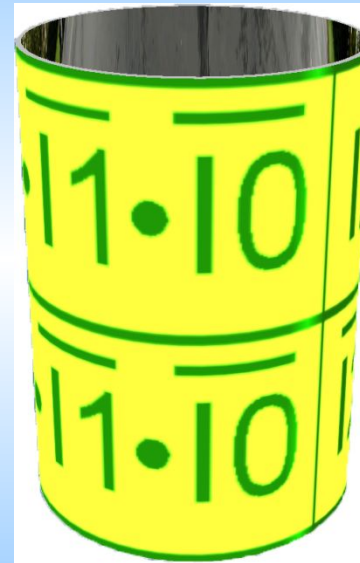
$$Q = I\bar{2} \cdot \bar{I}\bar{1} + \bar{I}2 \cdot I0$$

Группа должна быть компактной

# Карты Карно. 3 переменные.

	$I2 \cdot \overline{I0}$			
$I2$	1	0	0	1
$\overline{I2}$	0	0	0	0
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$

	$\overline{I0}$			
$I2$	1	0	0	1
$\overline{I2}$	1	0	0	1
	$\overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \overline{I0}$



# Карты Карно. 4 переменные.

I3	I2	I1	I0	Q
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Q =

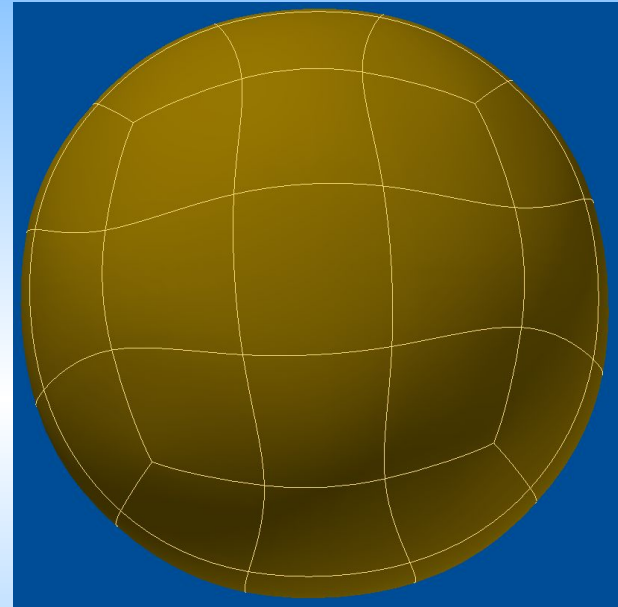
$$\begin{aligned}
 & (\overline{I3} \cdot \overline{I2}) \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I3} \cdot \overline{I2}) \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + (\overline{I3} \cdot \overline{I2}) \cdot (I1 \cdot I0) + \\
 & (\overline{I3} \cdot I2) \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I3} \cdot I2) \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + (\overline{I3} \cdot I2) \cdot (I1 \cdot I0) + \\
 & (I3 \cdot \overline{I2}) \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (I3 \cdot \overline{I2}) \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + (I3 \cdot \overline{I2}) \cdot (I1 \cdot I0) + \\
 & (I3 \cdot I2) \cdot (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (I3 \cdot I2) \cdot (\overline{I1} \cdot I0) + (I3 \cdot I2) \cdot (I1 \cdot I0) \dots
 \end{aligned}$$

I3·I2				
I3·I2				
I3·I2				
I3·I2				
I3·I2				
	I1·I0	I1·I0	I1·I0	I1·I0

Соседние клеточки отличаются только одной переменной

# Карты Карно. 4 переменные.

	$\overline{12} \cdot \overline{10}$			
$13 \cdot \overline{12}$	1	0	0	1
$13 \cdot 12$	0	0	0	0
$\overline{13} \cdot 12$	1	0	0	1
$\overline{13} \cdot \overline{12}$	1	0	0	1
	$\overline{11} \cdot \overline{10}$	$\overline{11} \cdot 10$	$11 \cdot 10$	$11 \cdot \overline{10}$



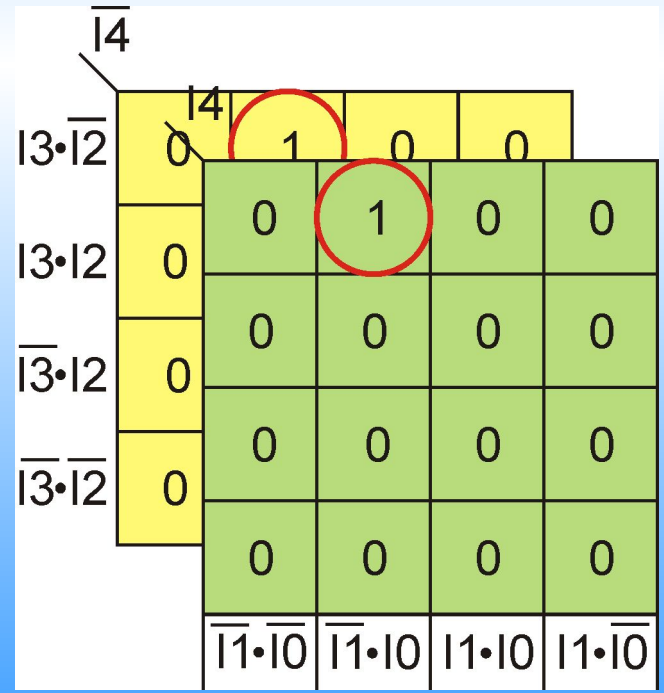
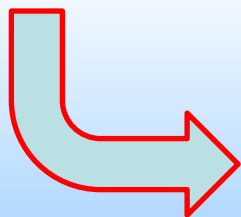
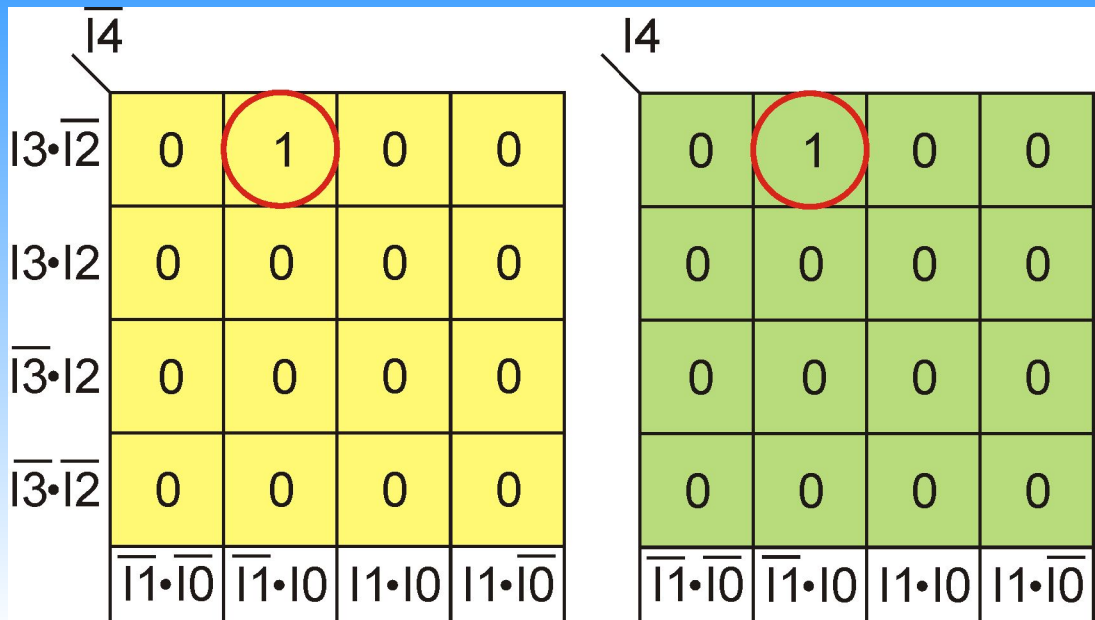
# Карты Карно. 5 переменных.

$$\overline{I4} \cdot \overline{I3} \cdot \overline{I1} \cdot I0$$

$I4 \cdot \overline{I3}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$I4 \cdot I3$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\overline{I4} \cdot I3$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\overline{I4} \cdot \overline{I3}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$\overline{I2} \cdot \overline{I1} \cdot I0$	$\overline{I2} \cdot I1 \cdot \overline{I0}$	$\overline{I2} \cdot I1 \cdot I0$	$I2 \cdot \overline{I1} \cdot \overline{I0}$	$I2 \cdot \overline{I1} \cdot I0$	$I2 \cdot I1 \cdot \overline{I0}$	$I2 \cdot I1 \cdot I0$



# Карты Карно. 5 переменных.



Программы

KARNAUGH MAP MINIMIZER  
 Gorgeous  
 Karnaugh

# Недоопределенные таблицы истинности.

Пример: на комбинаторный преобразователь подается двоично-десятичный код

I3	I2	I1	I0	Q
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Двоично-десятичный код

Здесь 0 и 1 в зависимости от задачи

Таких входных слов быть не может

Что написать здесь?

# Недоопределенные таблицы истинности.

Пример: на комбинаторный преобразователь подается двоично-десятичный код

I3	I2	I1	I0	Q
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Здесь 0 и 1 в зависимости от задачи

X – безразличное состояние

# Недоопределенные таблицы истинности.

$I3 \cdot \bar{I}2$			X	X
$I3 \cdot I2$	X	X	X	X
$\bar{I}3 \cdot I2$				
$\bar{I}3 \cdot \bar{I}2$				
	$\bar{I}1 \cdot \bar{I}0$	$\bar{I}1 \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \bar{I}0$

Пример:

$I3 \cdot \bar{I}2$	0	0	X	X
$I3 \cdot I2$	X	X	X	X
$\bar{I}3 \cdot I2$	0	0	1	1
$\bar{I}3 \cdot \bar{I}2$	0	0	1	1
	$\bar{I}1 \cdot \bar{I}0$	$\bar{I}1 \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \bar{I}0$

Что делать с X?

# Недоопределенные таблицы истинности.

Пример:

$I\bar{3}\cdot\bar{I}\bar{2}$	0	0	X	X
$I\bar{3}\cdot I\bar{2}$	X	X	X	X
$\bar{I}\bar{3}\cdot I\bar{2}$	0	0	1	1
$\bar{I}\bar{3}\cdot \bar{I}\bar{2}$	0	0	1	1
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}\bar{0}$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I\bar{0}$	$I\bar{1}\cdot I\bar{0}$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}\bar{0}$

Что делать с X?

X заменить на 0 и 1

$I\bar{3}\cdot\bar{I}\bar{2}$	0	0	$X_1$	$X_1$
$I\bar{3}\cdot I\bar{2}$	$X_0$	$X_0$	$X_1$	$X_1$
$\bar{I}\bar{3}\cdot I\bar{2}$	0	0	1	1
$\bar{I}\bar{3}\cdot \bar{I}\bar{2}$	0	0	1	1
	$\bar{I}\bar{1}\cdot\bar{I}\bar{0}$	$\bar{I}\bar{1}\cdot I\bar{0}$	$I\bar{1}\cdot I\bar{0}$	$I\bar{1}\cdot\bar{I}\bar{0}$

$$Q = I1$$