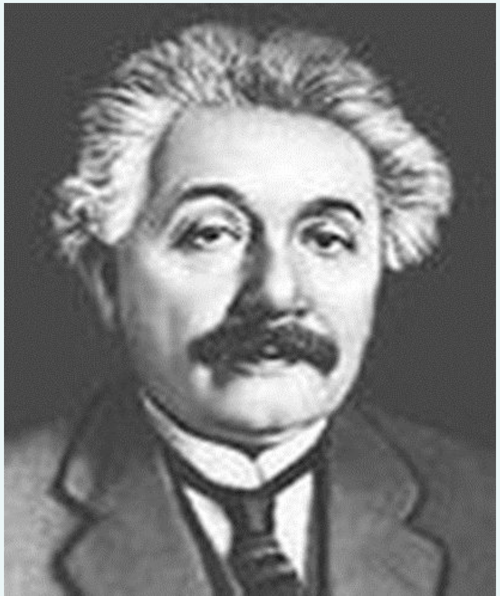
Специальная теория относительности (СТО)

Постулаты Эйнштейна (1905 г.)

- ***Принцип относительности***: **все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой**.

- ***Принцип постоянства скорости света***: **скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета**.



Эйнштейн Альберт
1879 – 1955

Принцип существования предельной скорости материальных объектов

Фундаментальный закон природы:

существует предельная скорость движения материальных объектов, она одинакова во всех ИСО и численно равна скорости света в вакууме.

Понятно, что одновременно удовлетворять принципам относительности Эйнштейна и принципу постоянства скорости света преобразования Галилея не могут.

Но этим условиям удовлетворяют преобразования Лоренца, с которых начинается специальная теория относительности и из которых вытекает ряд необычных с точки зрения ньютоновской механики следствий.

Преобразования Лоренца

Получим преобразования Лоренца, опираясь на постулаты Эйнштейна.

Учитывая однородность пространства и времени, можно предположим, что новые преобразования линейны, тогда

$$x = \gamma\left(x' + vt'\right)$$

По принципу относительности все инерциальные системы отсчета равноправны, следовательно, можно записать

$$x' = \gamma(x - vt)$$

Преобразования Лоренца

- Пусть в момент $t = 0$, когда начала систем отсчета *K* и *K*' совпадали, произошла вспышка света. Тогда распространение света будет происходить по законам:

$$x = ct, \qquad x' = ct'$$

- Следовательно,

$$ct = \gamma\left(c + v\right)t' \qquad ct' = \gamma(c - v)t$$

Преобразования Лоренца

- Подставив значение t' из второго уравнения в первое, получим

$$ct = \gamma^{2}\left(c^{2} - v^{2}\right)\frac{t}{c}$$

- откуда

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}}$$

Преобразования Лоренца

- Подставив значение γ в одну из формул

$$x = \gamma\left(x' + vt'\right)$$

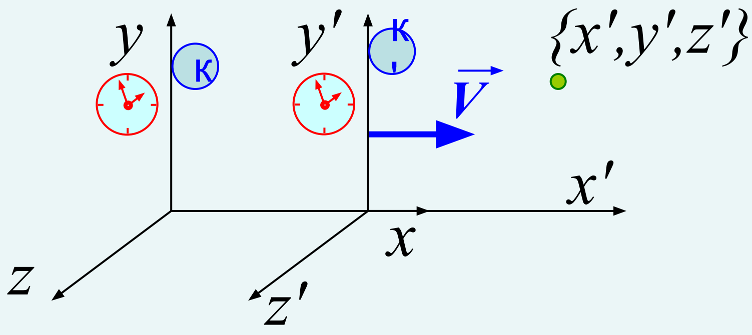
или

$$x' = \gamma\left(x - vt\right)$$

и решив полученное уравнение относительно t, получим

$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

Преобразования Лоренца



$$x = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad y = y'$$

$$z = z'$$

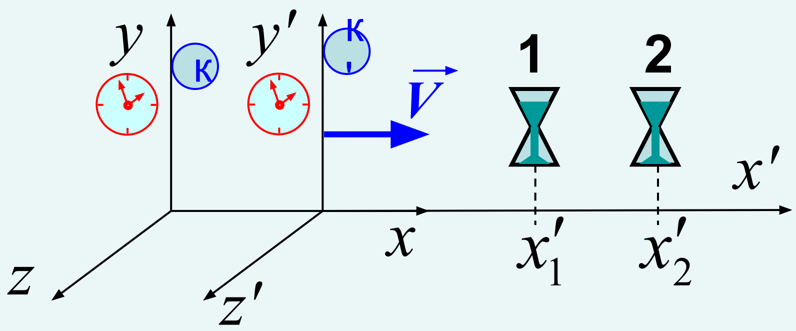
$$t = \frac{t' + \dfrac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$$

$$V / c = \beta$$

$$1 / \sqrt{1 - V^2 / c^2} = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} = \gamma$$

$$\boxed{x = \gamma\left(x' + V \cdot t'\right)} \qquad \boxed{t = \gamma\left(t' + \beta \cdot x' / c\right)}$$

Относительность одновременности



Пусть в системе к'

$$t'_1 = t'_2, \quad \text{но} \quad x'_1 \neq x'_2$$

Покажем, что в системе к

$$t_1 \neq t_2$$

$$x = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

или

$$x = \gamma\left(x' + V \cdot t'\right)$$

$$t = \gamma\left(t' + \beta \cdot x' / c\right)$$

Доказательство:

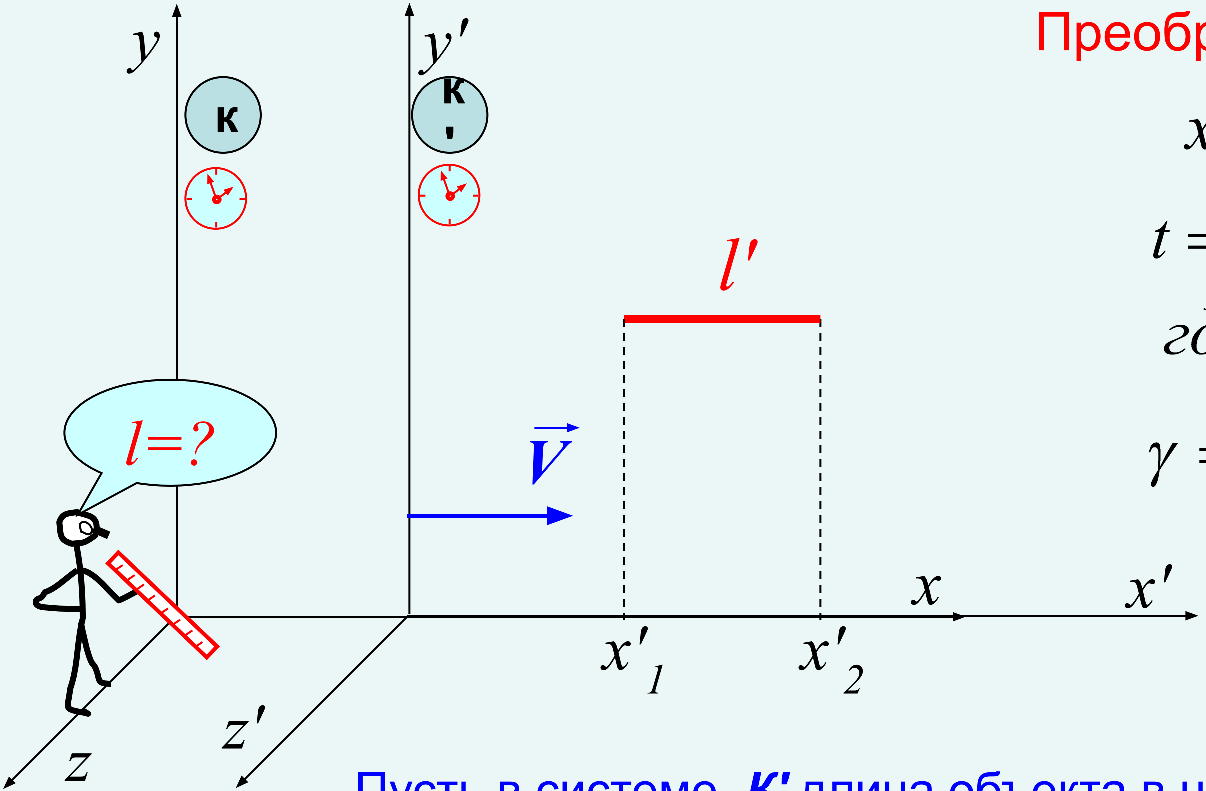
$$t_1 - t_2 = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c} x'_1 - t'_2 - \frac{\beta}{c} x'_2\right) =$$

$$= \gamma \frac{\beta}{c} \Delta x' \neq 0$$

Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований Лоренца:

  Лоренцево сокращение длины



Преобразования Лоренца:

$$x = \gamma\left(x' + V \cdot t'\right)$$

$$t = \gamma\left(t' + \beta \cdot x' / c\right)$$

$$где \quad \beta = V / c,$$

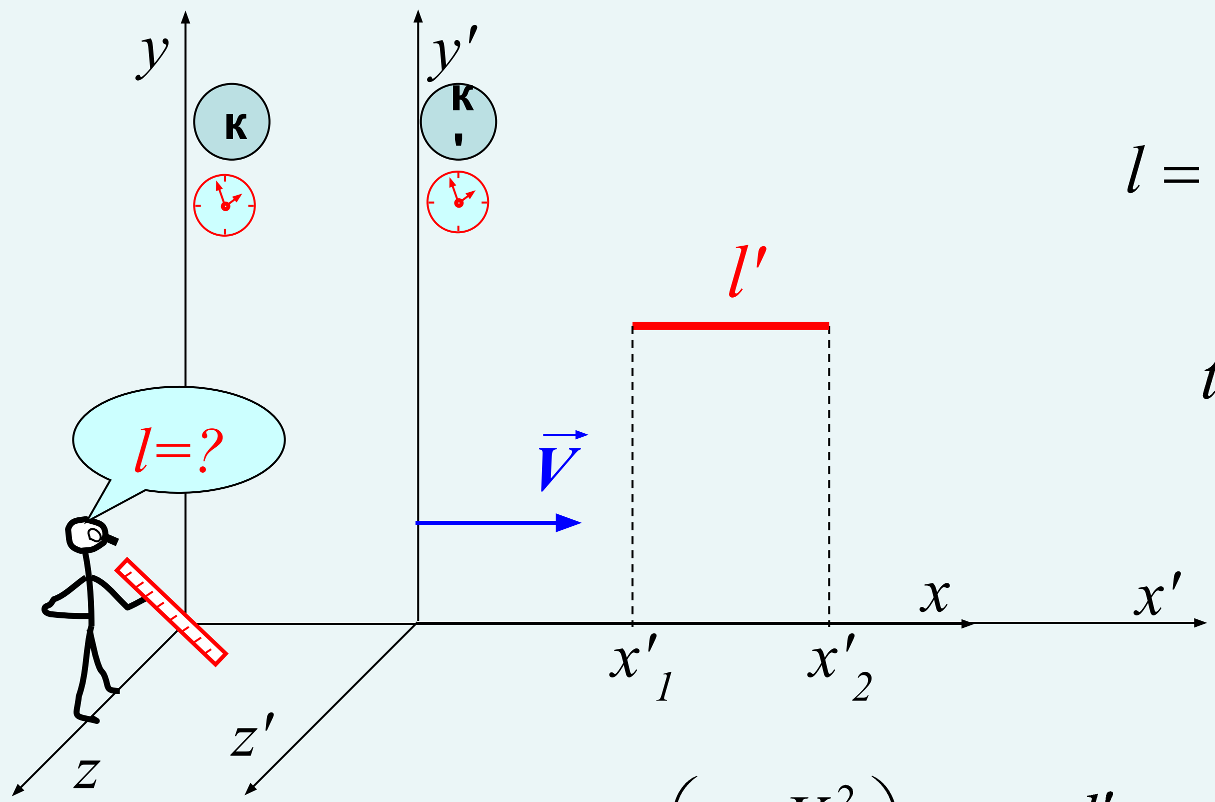
$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$$

Пусть в системе ***К'*** длина объекта в направлении скорости системы V равна ***l'***. Определим длину объекта в системе ***К***.

$$l = x_2 - x_1 = \gamma(x'_2 + Vt'_2 - x'_1 - Vt'_1), \qquad l = \gamma\left(l' + V(t'_2 - t'_1)\right)$$

Условие одновременности измерения координат: $t_1 = t_2$

$$\gamma(t'_1 + \frac{V}{c^2}x'_1) = \gamma(t'_2 + \frac{V}{c^2}x'_2), \qquad t'_2 - t'_1 = -\frac{V}{c^2}l'$$



$$l = \gamma\left(l' + V(t_2' - t_1')\right)$$

$$t_2' - t_1' = -\frac{V}{c^2}l'$$

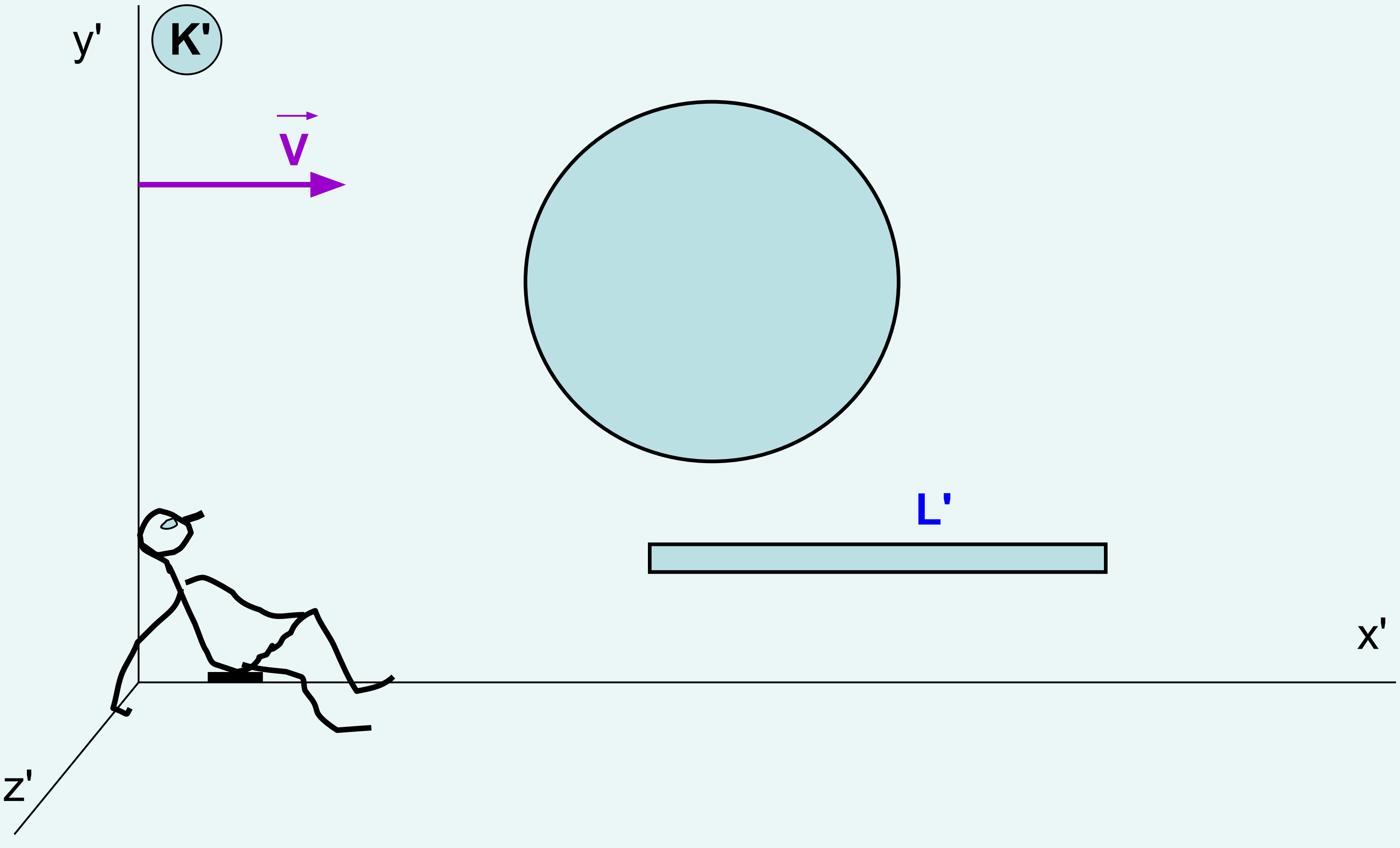
$$l = \gamma l'\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{l'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

$$\boxed{l = l'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{l < l'}$$!

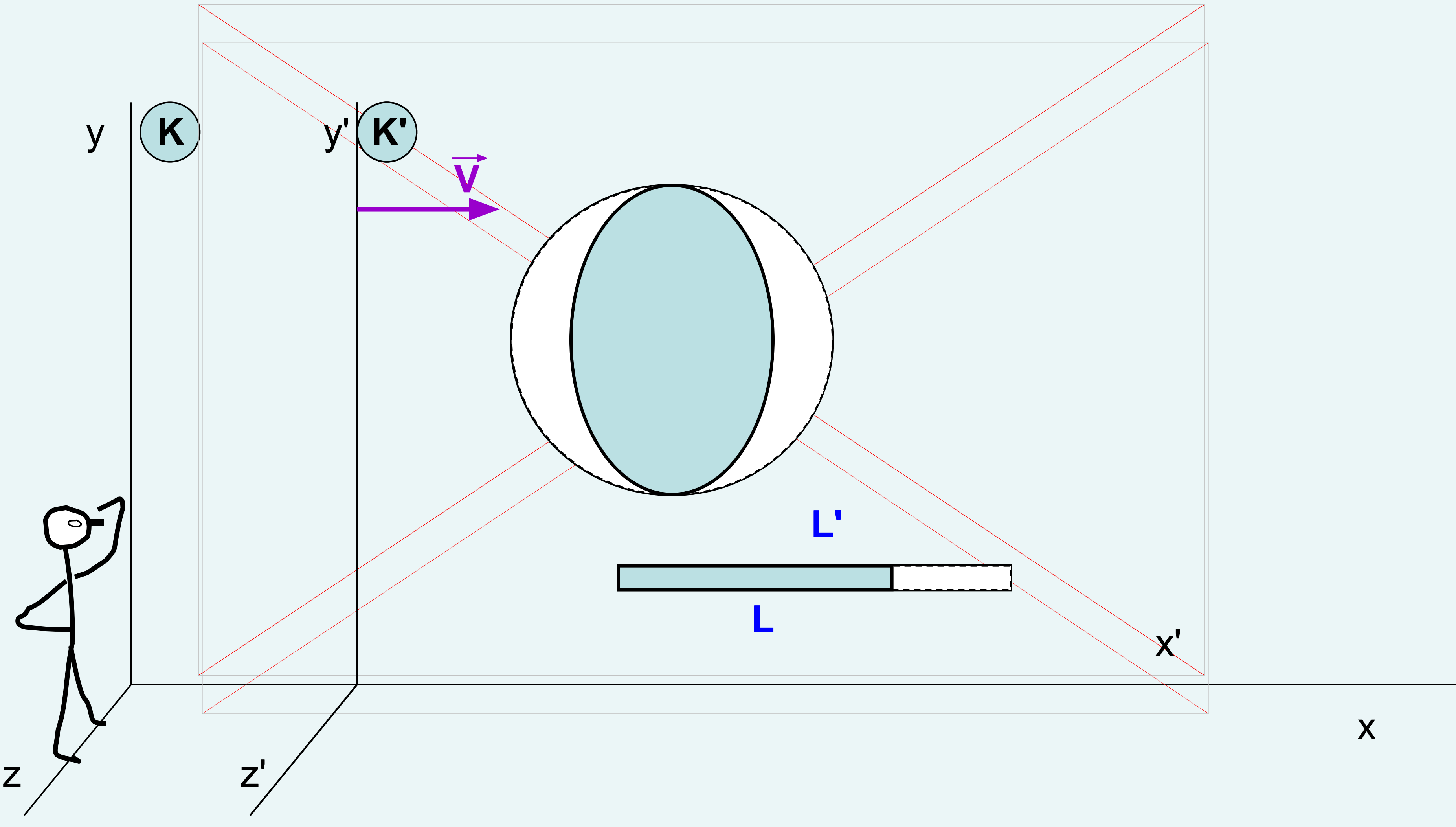
Лоренцево сокращение длины

Наблюдатель в движущейся системе отсчета:

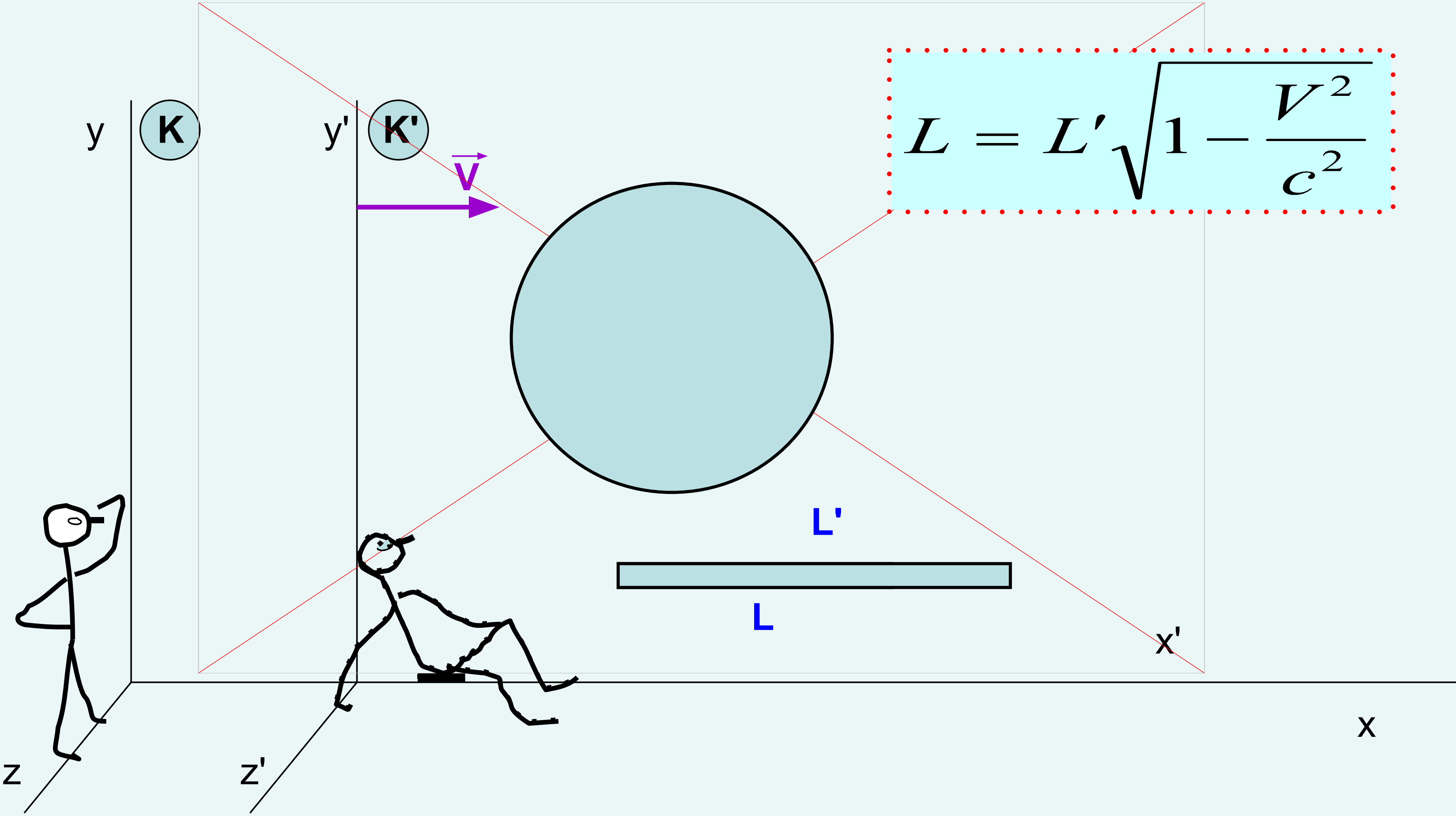


Лоренцево сокращение длины

Наблюдатель в неподвижной системе отсчета:



Лоренцево сокращение длины

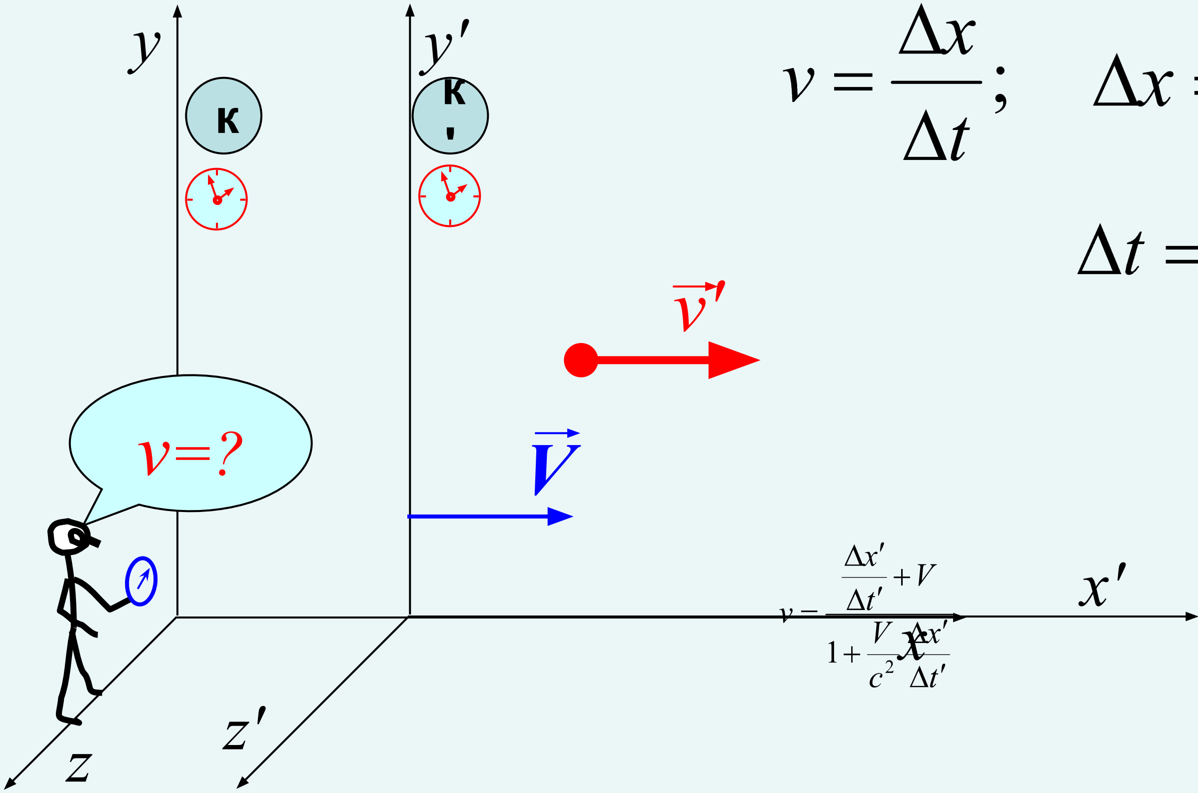


$$L = L'\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований Лоренца:

  Закон сложения скоростей в теории относительности



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t};\quad \Delta x = \gamma\left(\Delta x' + V\Delta t'\right)$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'\right)$$

$$v = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'}$$

делим на $\Delta t'$:

Преобразования Лоренца

$$x = \gamma\left(x' + V\cdot t'\right)$$

$$t = \gamma\left(t' + \beta\cdot x'/c\right)$$

$$\boxed{v = \frac{v' + V}{1 + \frac{Vv'}{c^2}}}$$

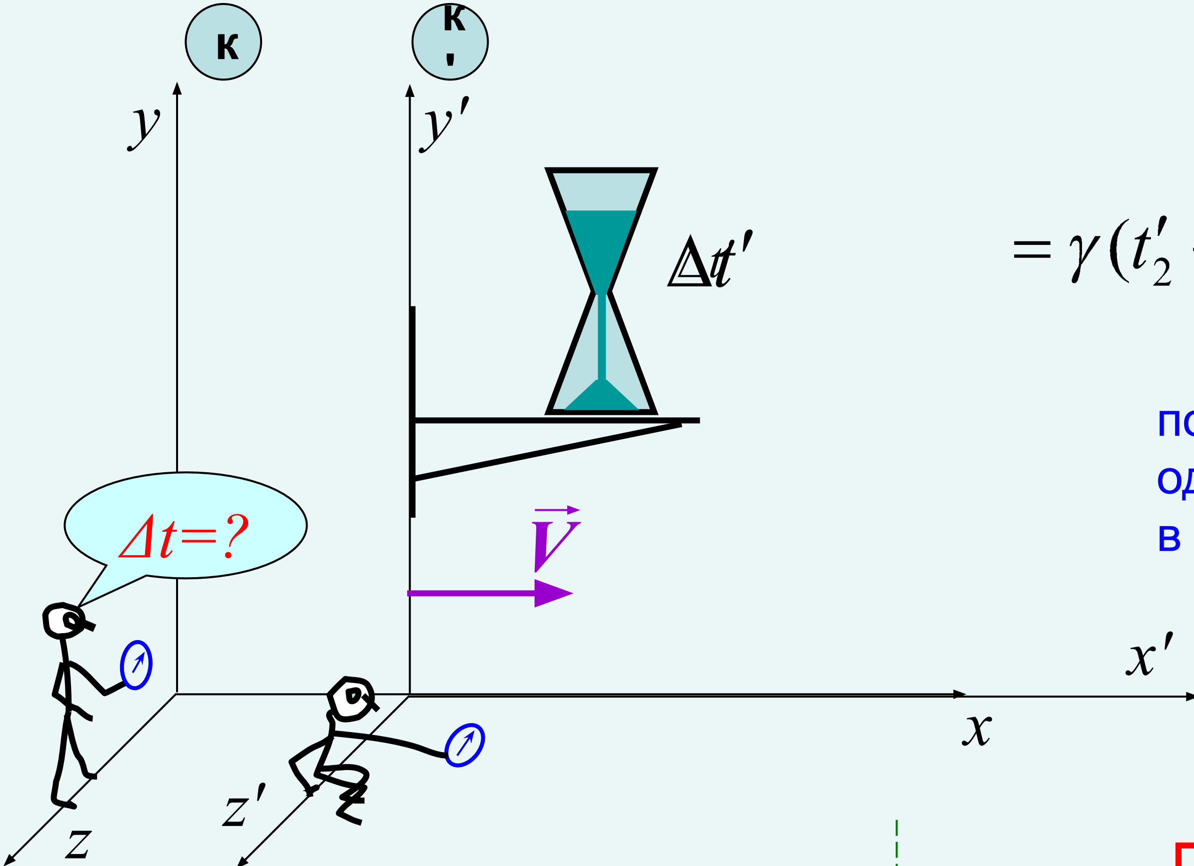
- закон сложения скоростей в теории относительности

Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований Лоренца:

  Лоренцево замедление

  Собственное время жизни объекта



$$\Delta t = t_2 - t_1 =$$

$$= \gamma\left(t_2' + \cancel{\frac{V}{c^2}x_2'} - t_1' - \cancel{\frac{V}{c^2}x_1'}\right)$$

поскольку из условия одноместности события в системе К':

$$x_1' = x_2'$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

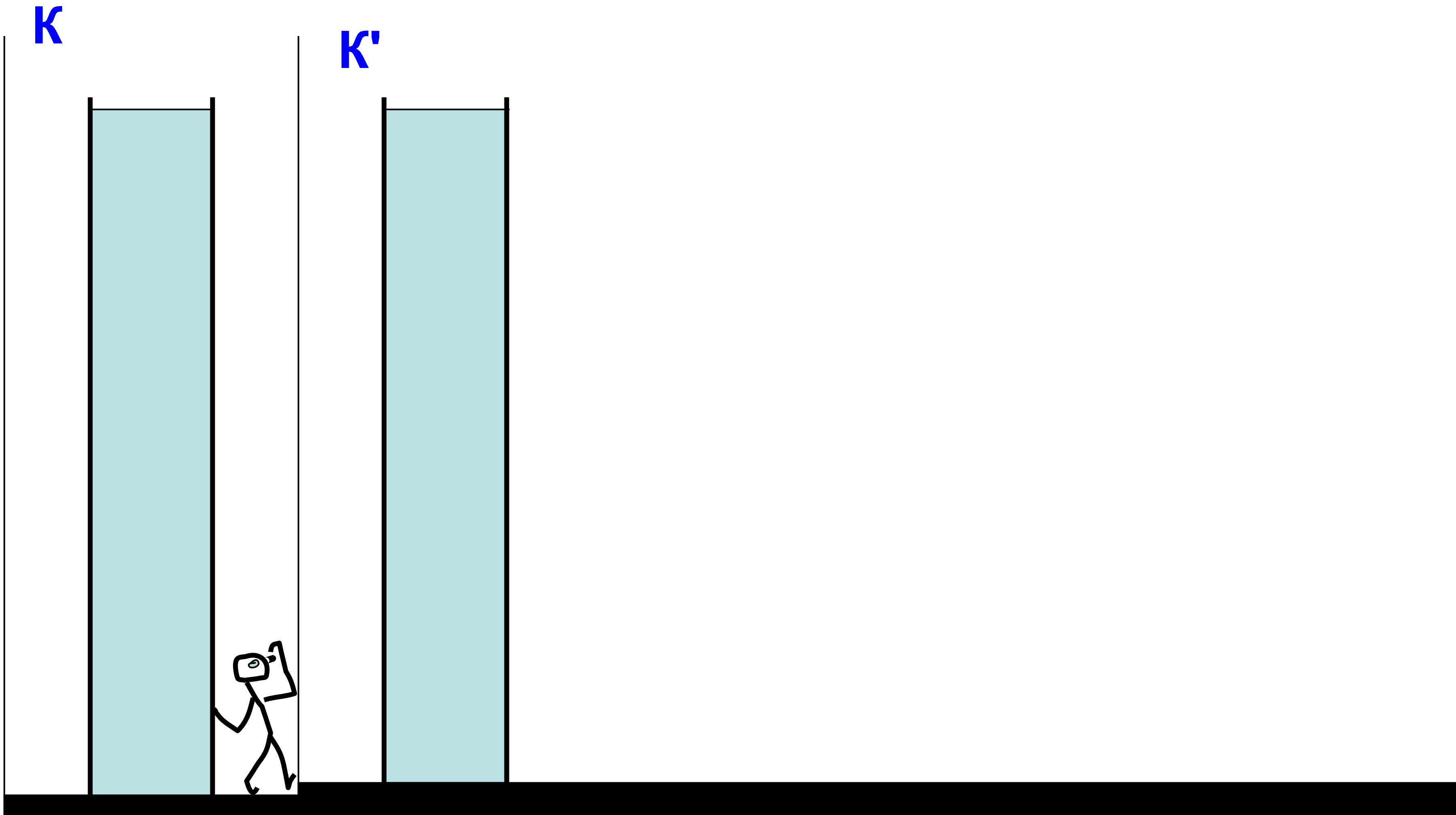
$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}$$

$$\boxed{\Delta t > \Delta t'}$$

Преобразование Лоренца для времени:

$$t = \gamma\left(t' + \frac{V \cdot x'}{c^2}\right)$$

Для наблюдателя, находящегося в неподвижной системе отсчета **К**, процессы, протекающие в движущейся системе **К'**, кажутся замедленными.



И для наблюдателя, находящегося в движущейся системе отсчета **К'**, процессы, протекающие в «неподвижной» системе **К**, также кажутся замедленными.

Собственное время объекта – время, отсчитанное по часам, движущимся вместе с объектом:

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Пространство и время в движущихся ИСО

- Единое пространственно-временное описание. Интервал

$$x'=f(x,t), \qquad t'=\varphi(x,t)$$

$$\Delta r \neq inv, \qquad \Delta t \neq inv$$

$$c = inv$$

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = inv$$

$$\Delta I = \sqrt{(c\Delta t)^2 - \Delta r^2} = inv$$

(доказать самостоятельно!)

- Следствия из преобразований Лоренца:

Лоренцево сокращение длины

$$l = l'\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Закон сложения скоростей в теории относительности

$$v = \frac{v' + V}{1 + \dfrac{Vv'}{c^2}}$$

Лоренцево замедление

Собственное время жизни объекта

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}$$

Энергия и импульс

- Релятивистская энергия и релятивистский импульс будут определяться следующими выражениями:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Закон взаимосвязи массы и энергии был установлен Эйнштейном и является фундаментальным законом природы

$$E = mc^2$$

-энергия покоя

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

-энергия движения

Связь между релятивистским импульсом и энергией

- Запишем выражения для импульса и энергии и исключим из них скорость

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- После преобразований получим

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

- Можно записать еще одну формулу

$$E = \frac{pc^2}{v}$$

Кинетическая энергия

- Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{\nu^2}{c^2}}} - mc^2$$

Уравнение динамики

- Основное уравнение динамики

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$