

# Лекция 5

Работа. Энергия.

Законы сохранения энергии

Профессор А.М.Тишин

# ЭНЕРГИЯ

## Посмотрим опыт со свинцовыми шариками

- Полностью неупругий удар. Закон сохранения количества движения справедлив: до удара суммарный импульс  $0$  после удара  $0$ .
- Важно, что нагрелись после удара. Т.е. переход кинетической энергии в тепло. **Какую форму описания процесса выбрать**, чтобы охарактеризовать процесс преобразования механической энергии в тепло?

**ЭНЕРГИЯ – количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.** Условно можно разбить на механическую, внутреннюю, электромагнитную, химическую, ядерную.

# Формы энергии

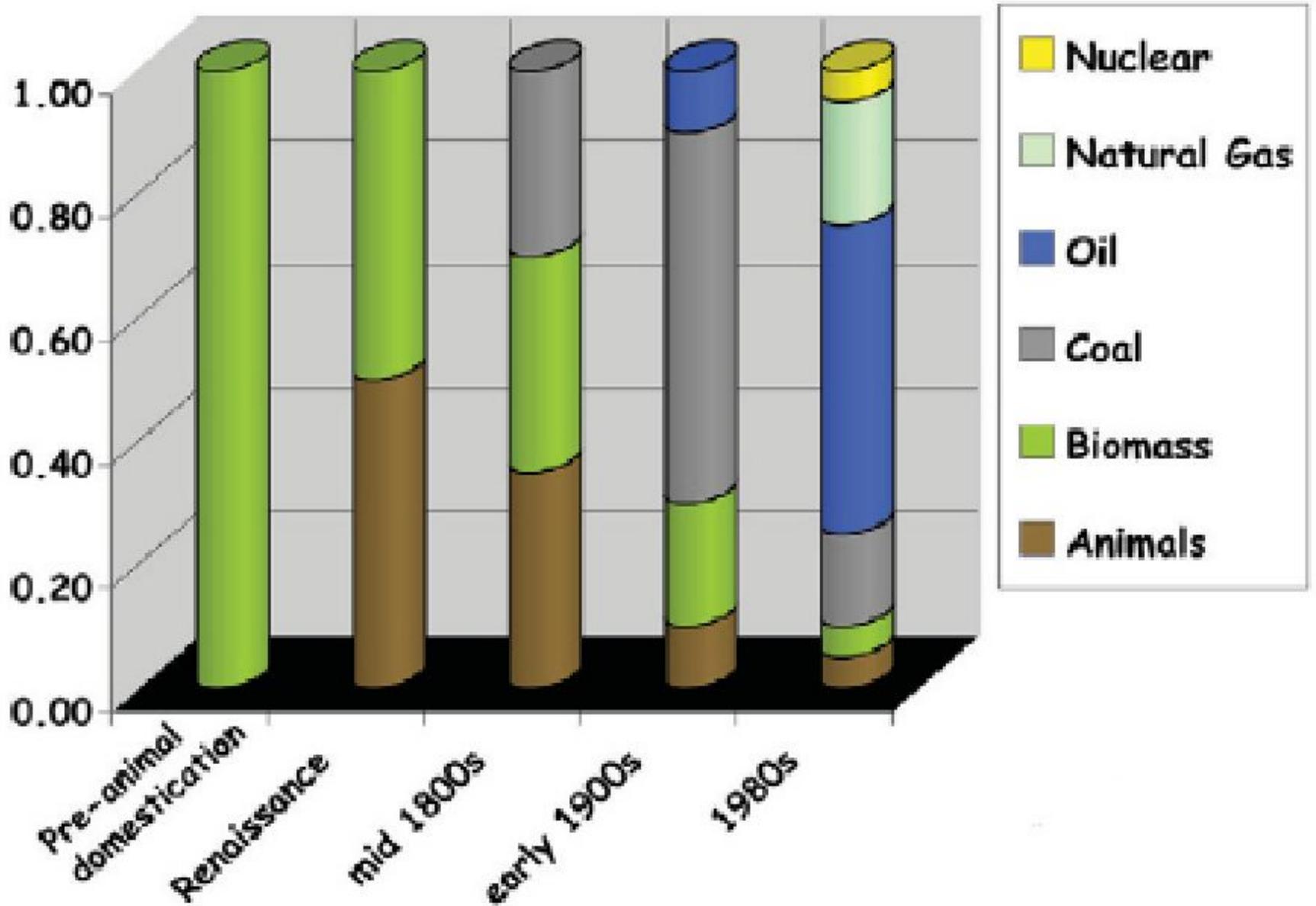


Fig. 2 Global energy sources through the ages. A simplified version of how things

# Тело на столе и паровоз в движении

- **Как передается** энергия от одного тела к другому? Посредством **Работы** (размерность как  $u$  энергии)
- Тело на столе лежит, а паровоз на рельсах двигается прямолинейно с  $V = \text{const}$ . Так как равнодействующие сил в обоих случаях равны 0, то количество движения не меняется. Но в 1-м случае вообще ничего не происходит, а во втором для создания силы тяги **нужна энергия и надо совершать работу!** Из опыта **количество сожженного топлива пропорционально произведению силы тяги на путь**. Везде важна работа! Не важно в механике или бизнесе! Чем больше сил (в нужном направлении) Вы приложили при большем перемещении тем больше совершили работу! Или наоборот для перемещения в нужном направлении нужно приложить больше сил и следовательно совершить большую работу. А без серьезной систематической работы в любой области далеко не продвинешься!
- Вспомним конец прошлой лекции. **Природа массы? Масса и энергия? Поле или вещество?** Различных видов энергии на химическую, ядерную и т.д. чисто условное - **есть различные формы материи** Например, электромагнитное поле и «неполевая» масса.
- Энергия и работа измеряются в одних и тех же единицах. В СИ: работу в **1 Дж = совершает сила 1 Н на пути 1 м**. (в системе СГС:  $1 \text{ Дж} = 10^7 \text{ эрг}$ )

# Работа сил

**Элементарной работой  $dA$  силы  $F$**  на элементарном перемещении  $ds$  называется скалярное произведение силы на перемещение:

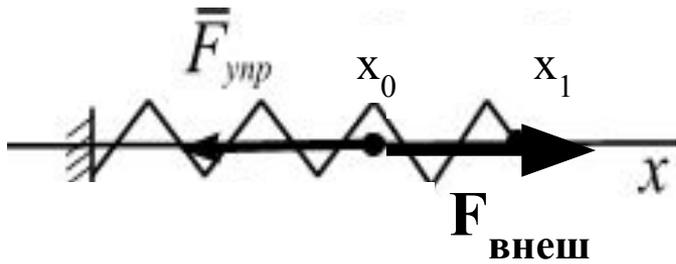
$$dA = (F \times ds) = F ds \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между направлением силы и перемещением. Работа в механике может быть как положительной ( $\alpha < \pi/2$ ,  $\cos \alpha > 0$ ) так и отрицательной ( $\alpha > \pi/2$ ,  $\cos \alpha < 0$ ) и нулевой (при  $\alpha = \pi/2$   $dA=0$ , то есть сила работы не совершает если направление приложения силы и движения перпендикулярны). Работа силы на конечном участке траектории от точки 1 до точки 2 равна определенному интегралу:

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds$$

где  $F_s = F \cos \alpha$  – проекция силы на направление перемещения. **Работа равна площади под кривой  $F(s)$ .**

# Работа упругих сил пружины

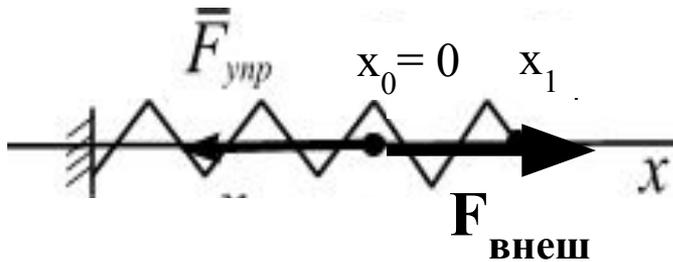


МТ движется из точки  $x_0$  (где пружина не деформирована) в точку  $x_1$ . Вычислим работу упругих сил  $F_{\text{упр}}$  при растяжении пружины под действием внешней силы  $F_{\text{внеш}}$  (в пределах закона Гука). Пружина деформируется и при малых отклонениях  $x$  от точки  $x_0$  к

телу приложена сила  $F_{\text{упр}} = -kx$ . В общем случае **работа силы упругости** на перемещении тела от  $x_0$  до  $x_1$ :

$$A_{01} = \int_{x_0}^{x_1} -F_{\text{упр}} dx = \int_{x_0}^{x_1} -kx dx = -k \int_{x_0}^{x_1} x dx = -\frac{k}{2} (x_1^2 - x_0^2)$$

# Работа внешней силы



Если взять  $x_0 = 0$ , то  $A_{01} = -\frac{k}{2}x_1^2 < 0$

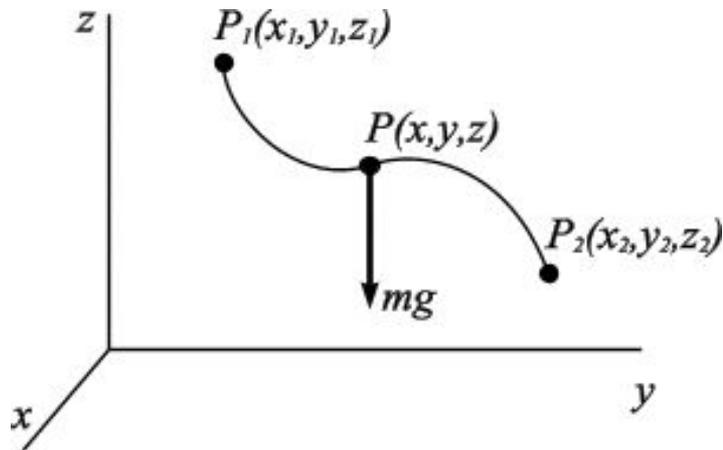
то есть **работа силы упругости пружины отрицательна**. Т.е.

внешняя сила  $F_{\text{внеш}}$  совершала положительную работу против сил упругости  $F_{\text{упр}}$ . Но пружина потому и растянулась, что действовала  $F_{\text{внеш}} = -F_{\text{упр}}$ .

**Работа внешней силы положительна:**  $A_{\text{Внеш}} = \frac{k}{2}x_1^2 > 0$

такую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину.

# Работа силы тяжести



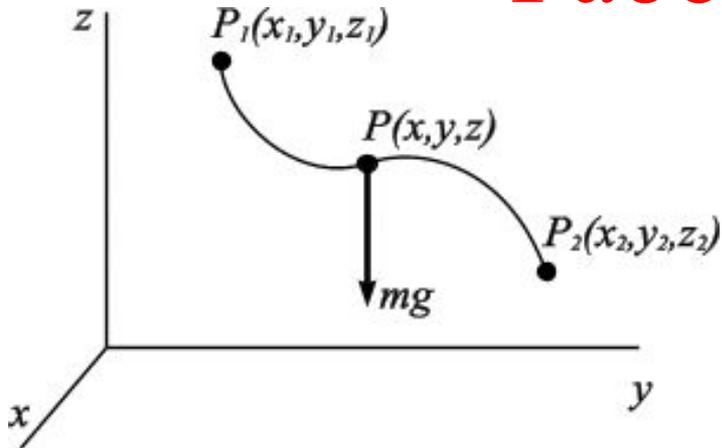
Любую траекторию движения **МТ** можно разбить на элементарные составляющие по горизонтали и вертикали. Пусть **МТ** движется под действием силы тяжести. Учитывая, что  $F_x=0$ ,  $F_y=0$ ,  $F_z=-mg$

$$\begin{aligned} A_{01} &= \int_{P_1}^{P_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = -mg \int_{z_1}^{z_2} dz = \\ &= -mg(z_2 - z_1) = mg(z_1 - z_2) = mgh > 0 \end{aligned}$$

где  $z_1 - z_2 = h$  - изменение координаты по вертикали.

Фактически мы говорим об изменении потенциальной энергии

# Работа силы тяжести



При перемещении на всех горизонтальных участках работа будет равна нулю из-за перпендикулярности силы и перемещения, и суммарная **работа**

- **$A = mgh > 0$ , если тело опускается, равной  $mgh$ . если поднимается.** Величина работы не зависит от формы траектории, а лишь от начальной и конечной точек.
- **Работа студента, поднимающегося по ступенькам?**
- Если сил несколько то = работе равнодействующей силы
- Переменная сила. Разбиваем на отрезки на которых сила и/или угол константа и суммируем или интегрируем
- Центральная сила  $A = F(r)dr$ . Разбиваем на отрезки и интегрируем. **Зависит от вида  $F(r)$  и начального и конечного положения и не зависит от вида траектории.**

# Мощность

- Быстроту совершения работы характеризует мощность.

**Мощностью  $P$**  называется отношение работы  $dA$  к промежутку времени  $dt$ , за которое она совершена:

$$P = \frac{dA}{dt} = Fv = Fr\omega = \frac{M n 2\pi}{60}$$

- Мощность в СИ измеряется в ваттах (Вт). 1 Вт это такая мощность, когда за одну секунду совершается работа в 1 Дж. Внесистемная единица **«лошадиная сила»** (л.с.) измеряет не силу, а именно мощность: 1 л.с. = 736 Вт
- При вращательном движении  $M$ –крутящий момент в Н х м,  $n$  – количество оборотов в минуту. Напомним, что угловая скорость измеряется в радианах в секунду

# Мощность

Какова мощность китайской электросети?

Если их 1.5 Г человек x одну лампочку 100 Вт на каждого = 150 ГВт но + заводы, и т.д. =600 ГВт. В РФ около 200 ГВт.

**Не путать!** Напряжение измеряется в Вольтах (В), а мощность в Ваттах (Вт) (назван в честь Джеймса Ватта 1736 - 1819) Шотландского изобретателя)

# Консервативные силы

- Если в механике (!) для стационарного поля сил работа, совершаемая силами поля зависит лишь от начального и конечного положений МТ и не зависит от пути, по которому она двигалась, то такие силы называются **консервативными (К-силы)** или **потенциальными**.
- Если работа не зависит от пути, то это означает, что работа по замкнутому контуру равна нулю:

$$\oint A = 0$$

- **К-силы** это силы, работа которых по любому замкнутому пути равна нулю.
- **Следовательно есть и неконсервативные силы.**

# Консервативные силы

- **К-силы** вводятся для формулировки закона сохранения энергии (см. ниже) (для закона сохранения импульса достаточно понятия **замкнутой системы** рассмотрим сегодня в конце лекции).
- **В консервативных системах (К - сис)**, как правило речь идет о взаимодействии **посредством поля** (гравитационное и т.д.). **В замкнутых системах** (см. ниже) имеются ввиду **контактные взаимодействия**.
- Примером **К-сис** являются солнечная система. Не идеальные **К-сис** является система с упругими или квазиупругими силами:  $\oint A = 0$  (при  $x_1 = x_0$ ) (если сопротивления воздуха и трения нет).

# Центральное поле

Мы уже говорили о центральной силе  $F(r)$  и о том, что можно показать, что **работа в центральном поле сил также не зависит от пути (см. слайды №7-8)**. Центральное поле - это такое поле, в котором :

- 1) сила, действующая на частицу в любой точке, проходит через одну точку, называемую центром поля.
- 2) величина силы зависит только от расстояния до этого центра  $F(r)$ .

# Примеры консервативных сил

- **Центральными** являются и силы **электростатического взаимодействия** между точечными зарядами, описываемые законом Кулона, и **гравитационные** силы, описываемые законом всемирного тяготения. Следовательно, электростатические и гравитационные силы также являются **К-силами**.

**Заключаем:**

**Силы центрального стационарного поля консервативны**

# Примеры неконсервативных сил

Примером **неконсервативных** сил (непотенциальных или диссипативных) являются **сила сопротивления среды (воздуха), силы трения**, причем как сухого трения, так и жидкого. Чем длиннее путь, проходимый по траектории при наличии сил трения, тем больше работа сил трения. Нуль при интегрировании работы не получается потому, что **силы трения всегда направлены в сторону, противоположную перемещению** (за исключением ведущих и ведомых колес), поэтому элементарная работа на любом перемещении отрицательна. А чтобы был нуль, надо чтобы на разных участках элементарная работа была разного знака (меняла знак)

# Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту $h$

- Если в системе действуют **только К-силы**, то можно ввести понятие потенциальной энергии **U**.
  - **U** взаимодействия частиц системы зависит только от их взаимного расположения, то есть от конфигурации системы.
- U** тела, поднятого на высоту  $h$  от поверхности Земли:

$$U = mgh$$

- Система тело-Земля обладает **неким запасом энергии U**. Эту энергию и называют **потенциальной**.
- При подъеме набирает энергию (работу совершает кто-то другой) при спуске отдаст  $mgh$ .
- Такое определение **U** годно **для всех К сил**. Количественная характеристика взаимодействия в механике – сила. **К-сила**  $\mathbf{F} = -\text{grad}U$ . Более общая характеристика взаимодействия - **U**.

# Потенциальная энергия сжатой пружины

Потенциальная энергия сжатой на величину  $x$  пружины:

$$U = kx^2 / 2$$

В случае пружины потенциальная энергия зависит от взаимного положения отдельных частей тела. Потенциальную энергию несжатой пружины мы взяли равной нулю. Чтобы пружина приобрела потенциальную энергию, необходимо над ней совершить работу, в точности равную величине приобретенной потенциальной энергии.

# Кинетическая энергия материальной точки

- Любое двигающееся тело представляет самую простую форму движения материи мерой которого и является **кинетическая энергия T**. T материальной точки называют половину произведения массы точки на квадрат ее скорости :

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

- Кинетическая энергия, является скалярной положительной величиной.
- Примеры: цунами (если глубина уменьшилась в 100 раз то скорость возрастет в первом приближении на порядок), внедорожник со V от 60 до 120км/ч , а T в 4 раза. Кто выигрывает в боксе, большой кулак или большая скорость?
- Почему именно в таком виде? **Напрямую следует из 2-го закона Ньютона**

# Кинетическая энергия

$$m \mathbf{v} = F$$

$$m \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dt = m \frac{d\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dt}{dt} = m \mathbf{v} d\mathbf{v} = F dS$$

$$m \mathbf{v} d\mathbf{v} = m d \frac{v^2}{2} = d \frac{mv^2}{2} = dT = F dS$$

$$F = 0 \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \text{const}$$

$$F \neq 0 \Rightarrow dA = F ds$$

$$\int_1^2 d \frac{mv^2}{2} = \int_1^2 F dS \Rightarrow A_{12} = T_2 - T_1$$

# Кинетическая энергия механической системы

Кинетической энергией механической системы называется сумма кинетических энергий всех  $i$ -х точек, входящих в систему:

$$T = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2$$

где  $v_i$  и  $m_i$  - скорости и массы точек системы. Скорости определяются относительно неподвижной системы отсчета.

**Потенциальная энергия может быть отрицательна  
а кинетическая нет !**

# Замкнутые системы

Система тел, в которой **внешние силы отсутствуют и нет обмена веществом (масса постоянна)**, называется **замкнутой** или **изолированной (в общем случае нет обмена энергией и веществом)**. Т.е. действуют только внутренние силы, обусловленные взаимодействием тел, входящих в систему. **Не путать замкнутые с консервативные системы. К-сис может не быть замкнутой** (движение происходит в потенциальном силовом поле, образованными телами не входящими в **К-сис**. Пример: колебания маятника в поле тяготения земли).

Замкнутые системы обладают очень важным свойством: при определенных условиях в них **сохраняются три физические величины – энергия, импульс и момент импульса**. Существуют три закона сохранения, которые являются фундаментальными законами природы. **Законы сохранения не зависят от природы и характера действующих сил**.

## Закон сохранения механической энергии

Полной механической энергией  $E$  системы **МТ** называется сумма их кинетической и потенциальной энергий:  $E=T+U$ . **В поле сил тяжести** полная механическая энергия равна:

$$E = T + U = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

**Закон сохранения механической энергии** гласит: полная механическая энергия **замкнутой** системы материальных точек, между которыми действуют только **консервативные силы**, остается постоянной (**замкнутая – энергия не поступает в систему; консервативные силы = нет сил трения**).

- Верен только для **К сил**. Для того, чтобы было изменение энергии необходимо, чтобы неконсервативные силы совершили отрицательную работу. Но если система не замкнута, появляются дополнительные члены описывающие работу внешних **К сил**.  $U=mgh$  - взаимная потенциальная энергия тел

# Невыполнение закона сохранения механической энергии

Если же в системе **есть и неконсервативные силы**, то полная механическая **энергия не сохраняется**. При наличии, например, трения, полная механическая энергия будет уменьшаться, постепенно переходя во внутреннюю энергию тел, что приводит к их нагреванию.

Закон сохранения энергии обусловлен **однородностью времени**. Это означает, что замена момента времени  $t_1$  моментом времени  $t_2$  без изменения значений координат и скоростей тел не изменяет механических свойств системы.

# Вечный двигатель не возможен

- Хорошая альтернатива паровым машинам появилась с созданием двигателей Стирлинга, который мог преобразовывать в работу любую разницу температур. Основной принцип работы двигателя Стирлинга заключается в постоянно чередуемых нагревании и охлаждении рабочего тела в закрытом цилиндре. Обычно в роли рабочего тела выступает воздух. При нагревании газа его объём увеличивается, а при охлаждении — уменьшается. Это свойство газов и лежит в основе работы двигателя Стирлинга.

Таким образом, при переходе от тёплого источника к холодному источнику происходит расширение и сжатие газа, находящегося в цилиндре. Разницу объёмов газа можно превратить в работу, чем и занимается двигатель Стирлинга.

# Цикл Стирлинга

