

# Задачи

**Задача 1.** Определить максимальную абсолютную, относительную, приведённую погрешности и сделать запись результата измерения напряжения аналоговым вольтметром с классом точности 1,5 с пределом 1 В для показания 0,87 В.

Решение: Для аналогового вольтметра с классом точности  $p = 1,5$  максимальная абсолютная погрешность равна :

$$\pm\Delta = p \cdot X_N / 100 = 1,5 \cdot 1 / 100 = 0,015 \text{ В} ,$$

где  $p$  – класс точности;  $X_N$  – нормирующее значение измеряемой величины

$$\pm\gamma = p\% = 1,5\%$$

Приведённая погрешность:  $p\% = 1,5\%$

$$\pm\delta = p \cdot X_N / X = 1,5 \cdot 1 / 0,87 = 1,72$$

Относительная погрешность:  $1,72\%$

В соответствии с правилами округления  
результат измерения имеет вид **0,870 ±  
0,015 В**

**Задача 2.** Определить абсолютную погрешность и сделать запись результата измерения напряжения цифровым вольтметром с классом точности  $0,1/0,05$  с пределом  $10\text{ В}$  для показания  $7,93\text{ В}$ .

Решение Для цифрового вольтметра относительная погрешность равна :

$$\pm\delta=(c + d(X_K / X - 1))=0,1 + 0,05 (10/7,93 - 1 )=0,113\%$$

Здесь  $X_K = 10$  В предел измерений;  $c/d = 0,1/0,05$  – класс точности;  $X = 7,93$  В – показание цифрового вольтметра.

По относительной погрешности определяется абсолютная:

$$\pm\Delta=\delta \cdot X/100 =0,113 \cdot 7,93/100=0,009 \text{ В}$$

В соответствии с правилами округления результат измерения имеет вид **7,930 ± 0,009 В**

### Задача 3.

Определить доверительный интервал и записать результат измерения напряжения  $37,86$  В при погрешности однократного измерения  $0,14$  В, если число измерений равно  $5$ , доверительная вероятность  $0,93$ .

Решение: Доверительный интервал результата измерения при доверительной вероятности равен  $\Delta = \pm t_{\alpha} \cdot \sigma$

$t_{\alpha}$  - коэффициент распределения Стьюдента, зависящий от  $\alpha$  и числа измерений  $N$ .

При  $\alpha = 0,93$  и  $N = 5$  в соответствии с табл.1 имеем значение  $t = 2,456$ .

Средняя квадратическая погрешность результата измерений  $x$  равна

$$\sigma_x = \pm \sigma / N = 0,14 / \sqrt{5} = 0,0625 \text{ В}$$



Доверительный интервал результата  
измерения получается равным

$$\Delta = \pm 2,456 \cdot 0,0623 = 0,153 \text{ В}$$

Результат:  $37,86 \pm 9,15 \text{ В}$ ,  $\alpha=0,93$

**Задача 4.** Дан результат измерения физической величины, выраженный в делениях шкалы и равный  $\alpha$ .

Дано:  $\alpha = 49$  дел.,  $\alpha_{\text{макс}} = 150$  дел.,  $I_{\text{н}} = 7,5$  А,  $K_{\text{л}} = 0,5$ .

Измерение произведено прибором с указанными параметрами (класс точности, верхний предел измерения, число делений шкалы). Вычислить значение измеренной величины и наибольшую ожидаемую абсолютную и относительную погрешности. Записать результат измерения с учетом погрешности.

Решение: 1) цена деления  $C_I$  амперметра  
(вольтметра –  $C_V$ , ваттметра –  $C_P$ )

равна  $C_I = I_H / \alpha_{\max} = 7,5 / 150 = 0,05$  А/дел;

2) измеренное значение тока

$$I = \alpha \cdot C_I = 49 \cdot 0,05 = 2,45 \text{ А};$$

3) допускаемая наибольшая погрешность прибора

$$\Delta_I = \pm K \cdot I_H / 100 = \pm 0,5 \cdot 7,5 / 100 = \pm 0,0375 \text{ А} = 0,04 \text{ А};$$

4) наибольшая ожидаемая относительная погрешность измерения;

$$\delta_I = \pm \Delta_I \cdot 100 / I = \pm 0,04 \cdot 100 / 2,45 = \pm 1,6 \%$$

5) наибольшая ожидаемая абсолютная погрешность измерения равна наибольшей допускаемой погрешности прибора, т. е.

$$\Delta_I = \pm 0,04 \text{ А};$$

$$\text{Результат измерения: } I = 2,45 \pm 0,04 \text{ А} = 2,45(1 \pm 0,016) \text{ А}.$$

Задача 5. Приведены данные ряда многократных замеров частоты. Считая, что систематическая составляющая погрешности измерения пренебрежимо мала, а случайные погрешности распределены по нормальному закону, вычислить среднее арифметическое значение результата частоты  $\bar{f}$ , оценку среднего квадратического значения случайной погрешности отдельного замера  $s$ ,

оценку среднего квадратического значения случайной погрешности в определении среднего арифметического  $\bar{S}$ . Проверить, нет ли среди погрешностей отдельных измерений грубых погрешностей ( по правилу « 3-х сигм»). Задавшись доверительной вероятностью, вычислить границы доверительного интервала. Записать результат измерений.

50,06; 49,82; 48,98; 50,30; 50,15; 50,08; 49,93;  
49,76; 49,92; всего – 9 значений.

Решение: 1) определяем среднее арифметическое значение частоты:

$$x = \sum x_i / n = (50,06 + 49,82 + 48,98 + 50,30 + 50,15 + 50,08 + 49,93 + 49,76 + 49,92) / 9 = 50,003 = 50,00 \text{ Гц};$$

2) определяем оценку среднеквадратического отклонения отдельного замера S.

Для этого находим погрешности отдельных замеров:  $\Delta_i$



Получаем следующий ряд значений : +0,06;  
−0,18; −0,02; +0,30; +0,15; +0,08; −0,07; 0,24;  
−0,08.

Вычисляем  $S$  по формуле:  $S = \sqrt{\sum \Delta_i^2 / n-1}$  ,  $S$   
 $= \pm 0,1674$  Гц  $= \pm 0,17$  Гц;

- 3) проверим, имеются ли грубые ошибки (промахи) по правилу:  $\Delta_i > 3\sigma$ ,  $3S = 0,51$  Гц;
- . Среди имеющихся девяти остаточных погрешностей наибольшая – в четвертом замере, равная 0,30 и не превосходит  $3S = 0,51$ , поэтому повторного расчета  $S$  не требуется. В противном случае необходимо исключить грубые ошибки и вновь выполнить расчеты по пунктам 1 и 2;
- 4) находим оценку среднеквадратического отклонения (ошибки) среднего арифметического значения:  $S_x = \pm S/\sqrt{n} = \pm 0,1674/3 = \pm 0,0558 = \pm 0,06$  Гц;

5) определим границы доверительного интервала, приняв доверительную вероятность равной  $P = 0,95$ ;

по табл. 1. находим коэффициент Стьюдента  $t_{\alpha}$  для заданной доверительной вероятности

$P = 0,95$  и  $n = 9$ :  $t_{\alpha} = 2,3$ ;

доверительный интервал равен  $\Delta = \pm t_{\alpha} \cdot S_x$   
 $= \pm 2,3 \cdot 0,6 = \pm 0,138 = 0,14$  Гц;

6) результат измерения частоты  $\hat{x} = 50,00 \pm 0,14$  Гц, при  $P = 0,95$ .

**Задача 6.** Дано:  $\alpha_1 = 30$  дел.,  $\alpha_2 = 45$  дел.

Амперметр: Кл=1,5, верхний предел  
измерения тока  $I_H = 1,5$  А,

$\alpha_{\text{макс}} = 75$  дел.

Вольтметр: верхний предел измерения  
напряжения  $U_H = 300$  В,  $\alpha_{\text{макс}} = 150$ , Кл  
=1,0.

Решение:

1) цена деления амперметра:

$$C_I = I_H / \alpha_{\max} = 1,5 / 75 = 0,02 \text{ А/дел};$$

2) наибольшая допускаемая погрешность амперметра:

$$\Delta_I = \pm K \cdot I_H / 100 = \pm 1,5 \cdot 1,5 / 100 = \pm 0,0225 \text{ А} = 0,02 \text{ А};$$

3) измеренный ток равен  $I = \alpha \cdot C_I = 30 \cdot 0,02 = 0,60 \text{ А};$

4) относительная погрешность измерения тока:

$$\delta_I = \pm \Delta_I / I = \pm 0,0225 / 0,6 = \pm 0,0375 = 0,04$$

5) цена деления вольтметра:

$$C_U = U_H / \alpha_{\max} = 300 / 150 = 2 \text{ В/дел};$$

6) наибольшая допускаемая погрешность вольтметра:

$$\Delta_U = \pm K \cdot U_H / 100 = \pm 1,0 \cdot 300 / 100 = \pm 3 \text{ В};$$

7) измеренное напряжение равно  $U = \alpha_2 \cdot C_U$   
 $= 45 \cdot 2 = 90 \text{ В};$

8) относительная погрешность измерения  
напряжения составляет

$$\delta_U = \pm \Delta_U / U = \pm 3, / 90 = \pm 0,033 \text{ В} = 0,03 \text{ В}$$

9) мощность и сопротивление резистора:

$$P = U \cdot I = 90 \cdot 0,6 = 54 \text{ Вт}, \quad R = U / I = 90 / 0,6 = 150 \text{ Ом};$$

10) относительная погрешность измерения мощности (наибольшая ожидаемая, то же и для измерения сопротивления) равна

$$\delta_{P=R} = \delta_U + \delta_I = \pm (0,03 + 0,04) = \pm 0,07$$

т. к. и при умножении, и при делении двух измеренных значений относительная погрешность результата измерения равна сумме относительных погрешностей измерения каждого значения



11) абсолютная погрешность и результат измерения мощности составят

$$\Delta P = \delta p \cdot P = \pm(0,07 \cdot 54) = 3,78 \approx 4 \text{ Вт}, P = (54 \pm 4) \text{ Вт};$$

12) абсолютная погрешность и результат определения сопротивления:

$$\Delta R = \delta R \cdot R = \pm(0,07 \cdot 150) = 10,5 \approx 11 \text{ Ом}, R = (150 \pm 11) \text{ Ом}.$$