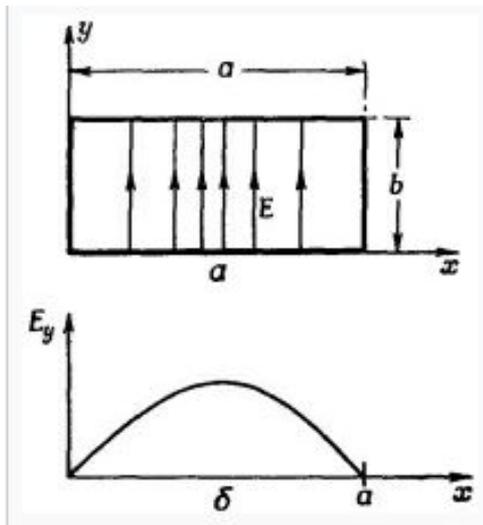
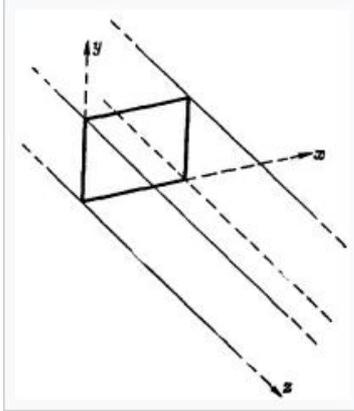
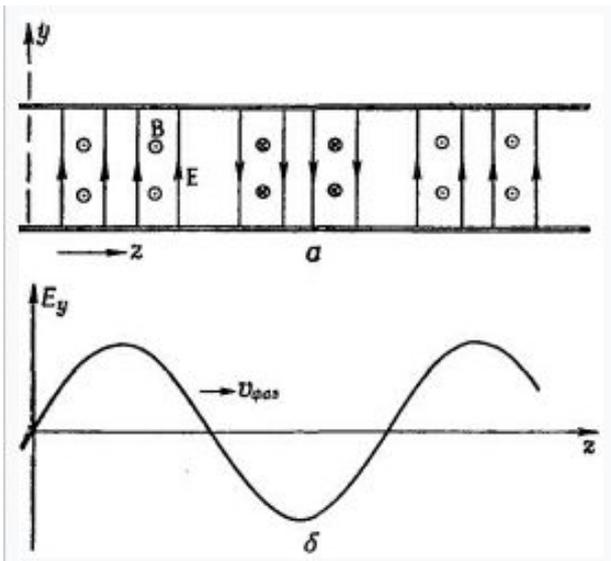


Л 12 Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе.

H -волны и E -волны в прямоугольном волноводе. Критические частоты и длины волн. Основные параметры распространения электромагнитной волны в прямоугольном волноводе



ЭМВ распространяются по трубе с проводящими стенками, их электрическое поле поперечно; найдем такие решения, в которых E перпендикулярно z , например, с одной только y -компонентой E_y . Это электрическое поле должно как-то меняться поперек волновода; действительно, ведь оно должно обратиться в нуль на сторонах, параллельных оси y ; токи и заряды в проводнике устраиваются всегда так, чтобы на его поверхности не осталось никаких касательных составляющих электрического поля. Значит, график E_y от x будет напоминать некоторую дугу. При прямоугольных сечениях волны — это обычные гармонические функции, например, $\sin kx$.



Поскольку ЭМВ распространяется вдоль прямоугольного волновода, то следует ожидать, что поле как функция z будет колебаться между положительными и отрицательными значениями и что эти колебания будут бежать вдоль трубы с какой-то скоростью v . Если имеются колебания с определенной частотой ω , то надо проверить, может ли волна меняться по z как $\cos(\omega t - k_z z)$ или, в более удобной математической форме, как $e^{i(\omega t - k_z z)}$. Такая зависимость от z представляет бегущую волну, распространяющуюся со скоростью $v = \omega/k_z$. Значит, можно допустить, что волна в трубе имеет следующую математическую форму:

$$E_y = E_0 \sin k_x x e^{i(\omega t - k_z z)}$$

Электрическое поле не должно иметь составляющих, касательных к проводнику. Для этого наше поле вверх и вниз направлено поперек стенок, а с боков равно нулю. Для последнего необходимо, чтобы полволны $\sin k_x x$ как раз укладывалось на всей ширине волновода, т. е.

$$k_x a = \pi, \quad k_x a = n\pi$$

где n — целое. Все они представляют различные сложные расположения полей, но самое простое, когда $k_x = \pi/a$, a — внутренняя ширина прямоугольного волновода.

Дивергенция E в пустом пространстве внутри трубы должна быть равна нулю, потому что в трубе нет зарядов. У нашего E есть только y -компонента, но по y она не меняется, так что действительно $\text{div} \cdot E = 0$.

Электрическое поле должно согласовываться с остальными уравнениями Максвелла для пустого пространства внутри прямоугольного волновода. Это равнозначно тому, чтобы оно удовлетворяло волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0.$$

Вторая производная E_y по x просто равна $-k_x^2 E_y$.

Вторая производная по y равна нулю, потому что от y ничего не зависит.

Вторая производная по z есть $-k_z^2 E_y$, а вторая производная по t это $-\omega^2 E_y$

$$k_x^2 E_y + k_z^2 E_y - \frac{\omega^2}{c^2} E_y = 0. \quad \text{это уравнение выполняется всегда, если} \quad k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} = 0.$$

Число k_x мы уже закрепили, так что это уравнение говорит нам, что волны предположенного нами типа возможны лишь тогда, когда k_z связано с частотой ω условием, т. е. когда

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}}.$$

Волновое число k_z дает нам при данной частоте ω скорость, с которой бегут вдоль трубы узлы волны. Фазовая скорость равна

$$v = \frac{\omega}{k_z}.$$

Длина λ бегущей волны дается формулой $\lambda = 2\pi v/\omega$, так что k_z также равняется $2\pi/\lambda_g$, где λ_g — длина волны осцилляции в направлении z — «длина волны в волноводе». Длина волны в волноводе, конечно, отличается от длины электромагнитных волн той же частоты, но в пустом пространстве. Если длину волны в пустом пространстве обозначить λ_0 (что равно $2\pi c/\omega$), то:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}}$$

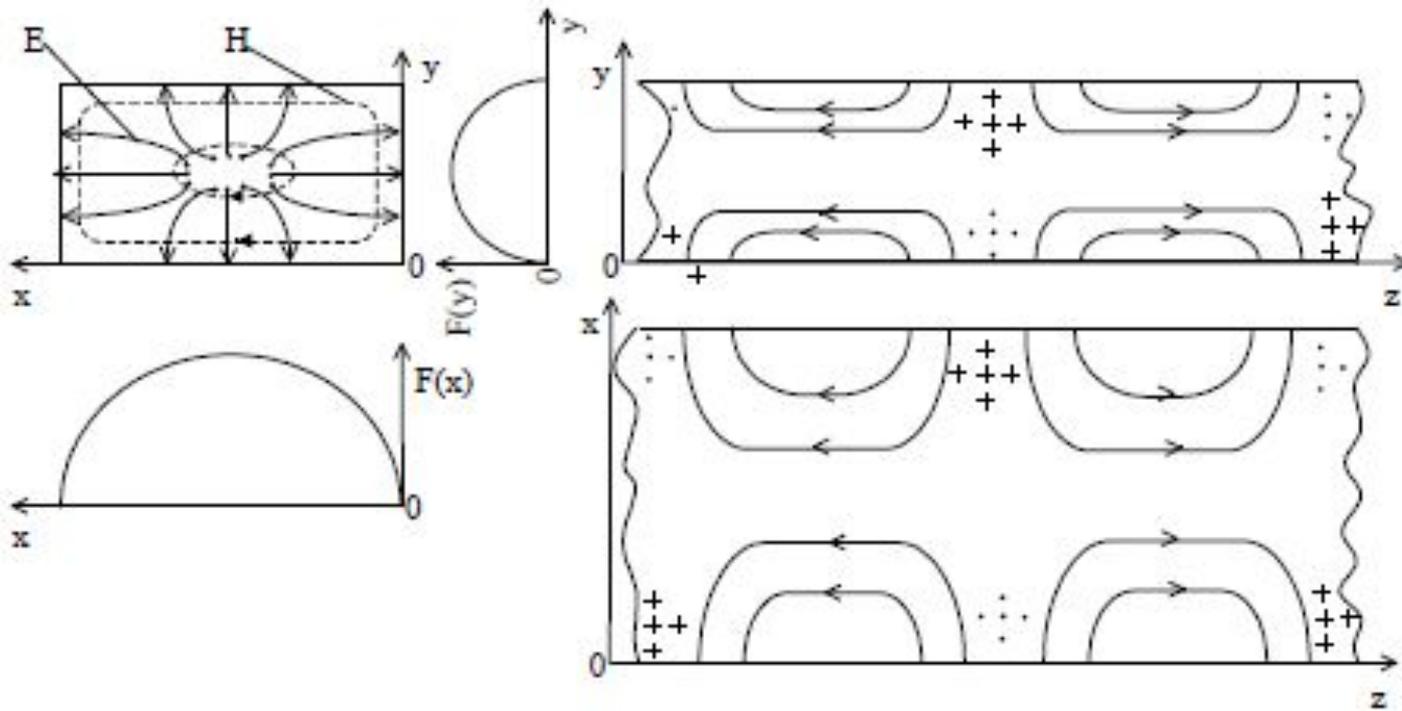
Условие распространения волны в волноводе $\lambda < \lambda_g$

$$f_{\text{кр}} = \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Критическая частота для прямоугольного волновода зависит от геометрических размеров волновода (a и b), типа волны (m и n) и параметров внутреннего заполнения волновода (ϵ_a , μ_a).

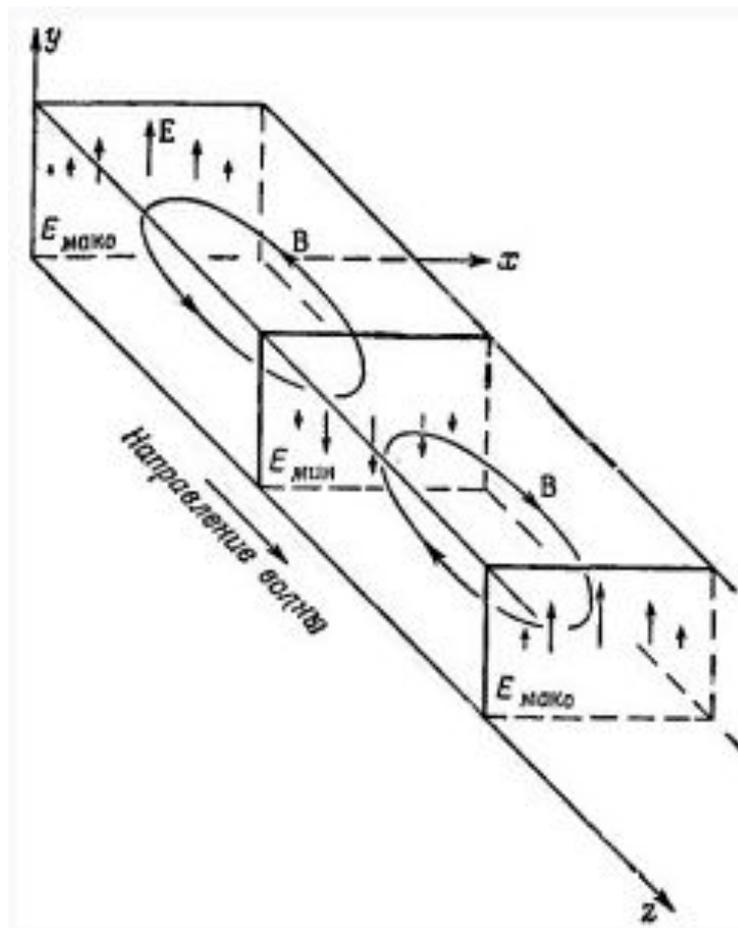
Условие прохождения волны в волноводе можно записать в виде $f > f_{\text{кр}}$.

В полом металлическом волноводе распространяются волны не любых частот, а только превышающих некоторую критическую. Это основной недостаток волноводных ЛП.

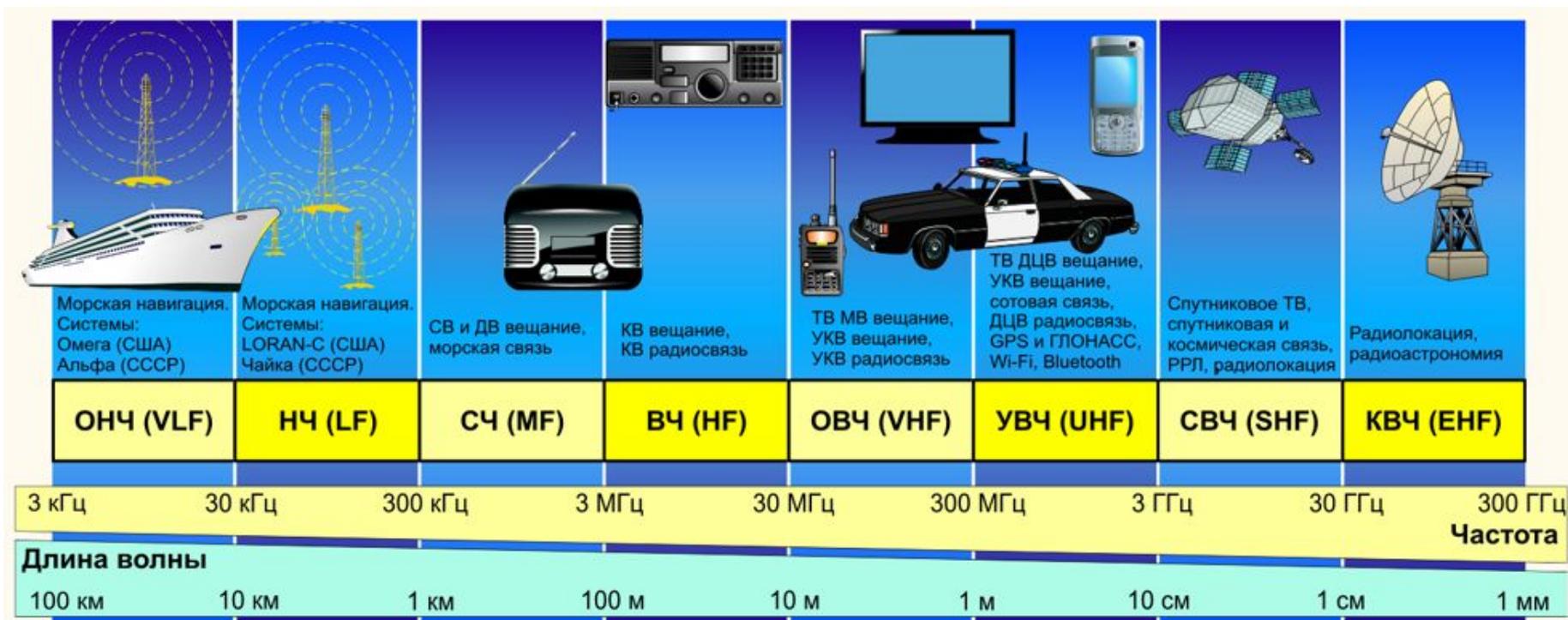


Если хотя бы один из индексов m или n равен нулю, все поперечные компоненты напряженности электрического обращаются в нуль. Иначе говоря, в прямоугольном волноводе не могут существовать волны типа E_{00} , E_{m0} , E_{0n} . Низшим типом E -волн в прямоугольном волноводе является волна E_{11} .

Кроме электрических полей, существуют и магнитные поля, которые тоже движутся волнообразно. Ведь $c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \partial \mathbf{E} / \partial t$, и линии \mathbf{B} циркулируют вокруг областей, где $\partial \mathbf{E} / \partial t$ — наибольшее, т. е. на полпути между максимумом и минимумом \mathbf{E} . Петли \mathbf{B} лежат параллельно плоскости xz и между гребнями и впадинами \mathbf{E} .



Диапазон	длины волны, λ	Частоты, f
СДВ	100 ÷ 10 км	3 ÷ 30 кГц
ДВ	10 км ÷ 1000 м	30 ÷ 300 кГц
СВ	1000 ÷ 100 м	300 кГц ÷ 3 МГц
КВ	100 ÷ 10 м	3 ÷ 30 МГц
УКВ:		
Метровый	10 ÷ 1 м	30 ÷ 300 МГц
Дециметровый	1 м ÷ 10 см	300 МГц ÷ 3 ГГц
Сантиметровый	10 ÷ 1 см	3 ÷ 30 ГГц
Миллиметровый	1 см ÷ 1 мм	30 ÷ 300 ГГц
Децимиллиметровый	1 ÷ 0,1 мм	300 ГГц ÷ 3 ТГц



<http://www.mirradio.info/2008/01/02/begushhie-volny-v-linijakh.html>

Ссылка по теме бегущие стоячие волны нагрузка