

# Законы регулирования

Цель лекции: рассмотреть двухпозиционный закон, ПИ закон, ПИД закон и П законы регулирования

# Программа регулирования

- План формирования задающего воздействия  $g(t)$  на систему.
- временной:  $y=y(t)$ ;
- параметрический:  $y=y(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)$ .

# Законы регулирования

- Линейные непрерывные.
- Нелинейные.

# Классификация нелинейных законов регулирования

- Функциональные.

- Логические.

Если  $|x| < 0.2Gm$ , тогда  $u = k_1x$ ;

Если  $|x| > 0.2Gm$ , тогда  $u = k_2x$ ;

где:  $k_1 < k_2$

- Параметрические.

$$u = k(t[^\circ C]; h[m]; G[\text{кг}])x.$$

- Оптимизирующие.

$$u = k(\min(\text{CO}_2); \max(\text{КПД}))x.$$

# Линейные законы регулирования

Закон регулирования — называется математическое выражение, описывающее зависимость между входом автоматического регулятора  $Dx(t) = x(t) - x_{ос}(t)$  и его выходом  $y(t)$ . Качество регулирования обеспечивается выбором закона регулирования. Наибольшее распространение получили следующие пять основных законов регулирования:

- двухпозиционный - РЕЛЕЙНЫЙ,
- пропорциональный - П,
- интегральный - И,
- дифференциальный – Д,
- пропорционально – интегрально -дифференциальный - ПИД.



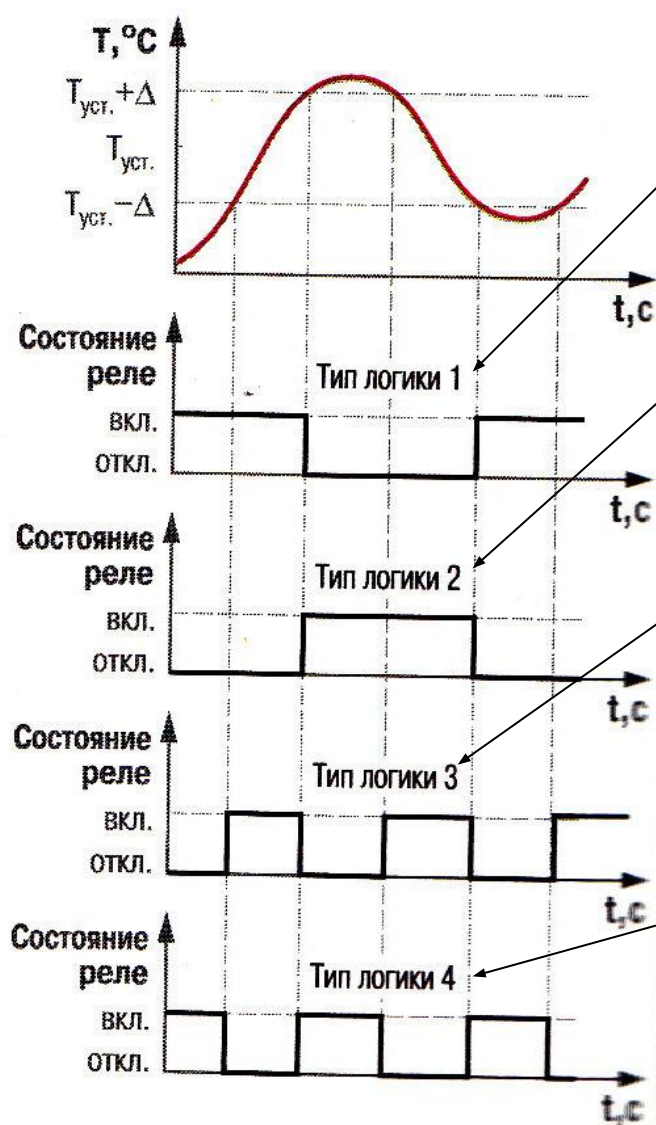
# Двухпозиционный регулятор

- В режиме двухпозиционного регулятора логическое устройство (компаратор) сравнивает значение входной величины с заданием и выдает управляющий сигнал на входное устройство в соответствии с заданной логикой.
- Выходной сигнал двухпозиционного регулятора имеет только два значения: ВКЛ. и ВЫКЛ.
- Тип логики, уставка Туст. Или задание, гистерезис – задаются пользователем при программировании.

# Применение двухпозиционного регулятора

- Для регулирования измеряемой величины в несложных системах, когда не требуется точности поддержания регулируемой величины.
- Для сигнализации о выходе контролируемой величины за заданные пределы.

# Разновидности двухпозиционного закона регулирования



Тип логики 1 – применяется для управления работой нагревателя или сигнализации. Название - *прямой гистерезис*. При  $T < T_{уст.-\Delta}$  устройство включается  $T > T_{уст.+\Delta}$  - выключается.

Тип логики 2 – применяется для управления холодильником, вентилятором. Название - *обратный гистерезис*. Инверсия Логики 1.

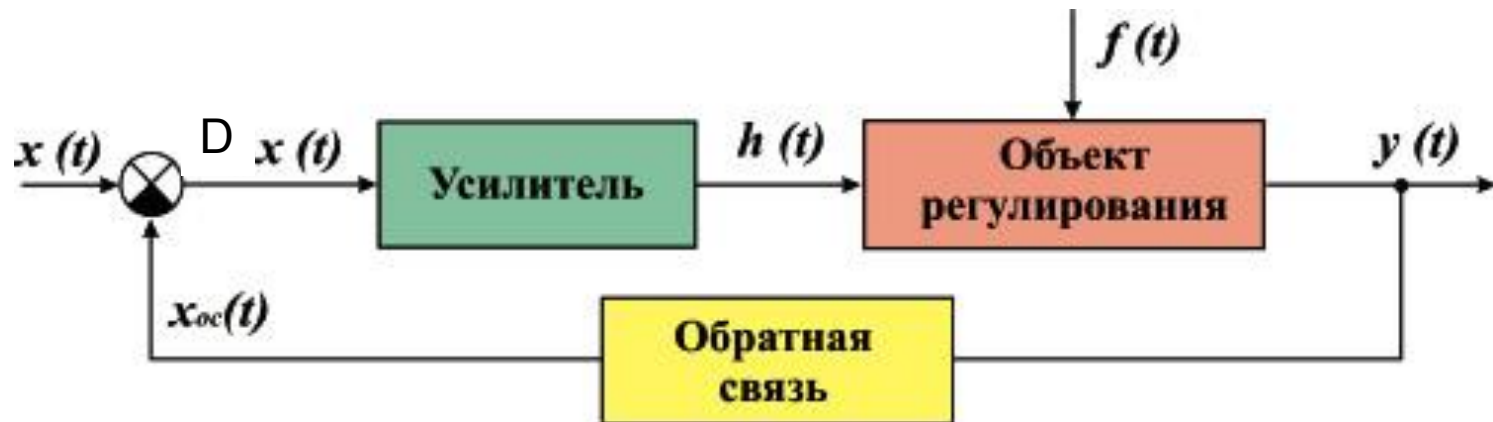
Тип логики 3 – применяется для сигнализации о выходе контролируемого параметра за заданные границы задания. Название – *П – образная*. При  $T_{уст.-\Delta} < T < T_{уст.+\Delta}$

Тип логики 4 – применяется для сигнализации о выходе контролируемого параметра за заданные границы задания. Название – *U – образная*.



# Пропорциональный закон регулирования или П - закон

- Чаще всего такой функциональной зависимостью является простая пропорциональная зависимость, при которой регулируемая величина  $y(t)$  должна воспроизводить обычно на более высоком уровне мощности изменения заданной величины  $x(t)$  или рассогласования  $Dx(t)$ .



Выражение пропорциональной зависимости между величинами  $h(t)$  и  $Dx(t)$  имеет следующий вид  $h(t) = k Dx(t)$ , где  $k$  - коэффициент усиления регулятора.

# Свойства системы с П - регулятором

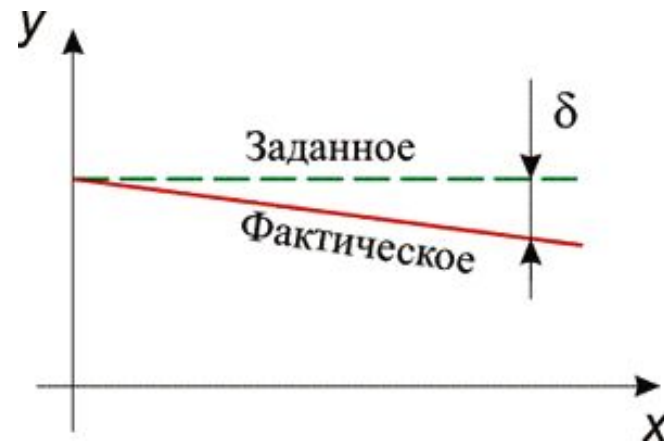
- Достоинство – отсутствие инерционности: реакция П - регулятора на изменение входной переменной формируется без задержки.
- Поэтому П - регулятор обеспечивает хорошее быстродействие и относительно невысокий уровень максимальной динамической ошибки.
- Но П - регуляторам свойственно наличие ошибки регулирования в статическом или установившемся состоянии.

# Статическая ошибка П - закона

- Как видно из приведенной формулы, нормальное функционирование данного регулятора возможно только в случае, когда  $Dx(t) > 0$ . Таким образом, автоматическая система имеет постоянную (статическую) ошибку, которую называют статизмом регулятора, а система автоматического регулирования называется статической системой.

Статизм выражается в процентах и определяется по формуле:

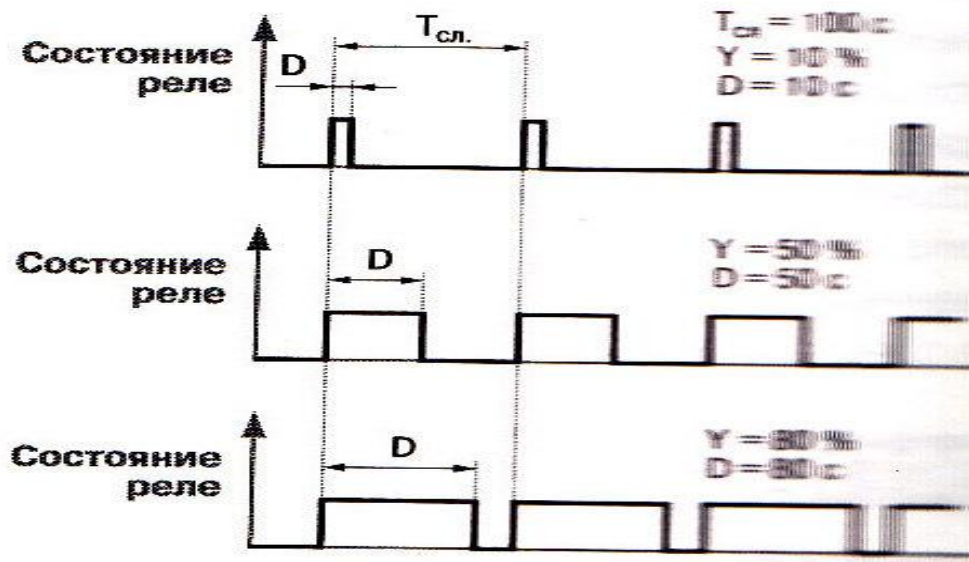
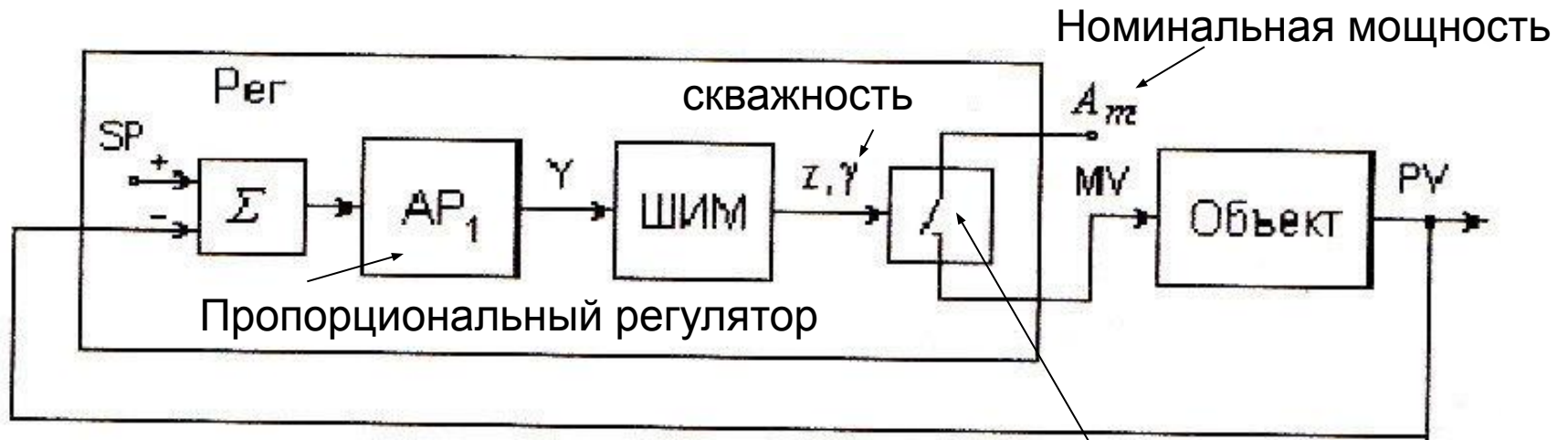
$$\delta = \frac{x(t) - y(t)}{y(t)} 100\%$$



# Линейные алгоритмы управления

- Алгоритмы управления для устройств пропорционального типа (например – управление нагревателем электропечи).
- Алгоритмы управления для исполнительных устройств интегрирующего типа (например – исполнительных устройств постоянной скорости) или электроприводов.

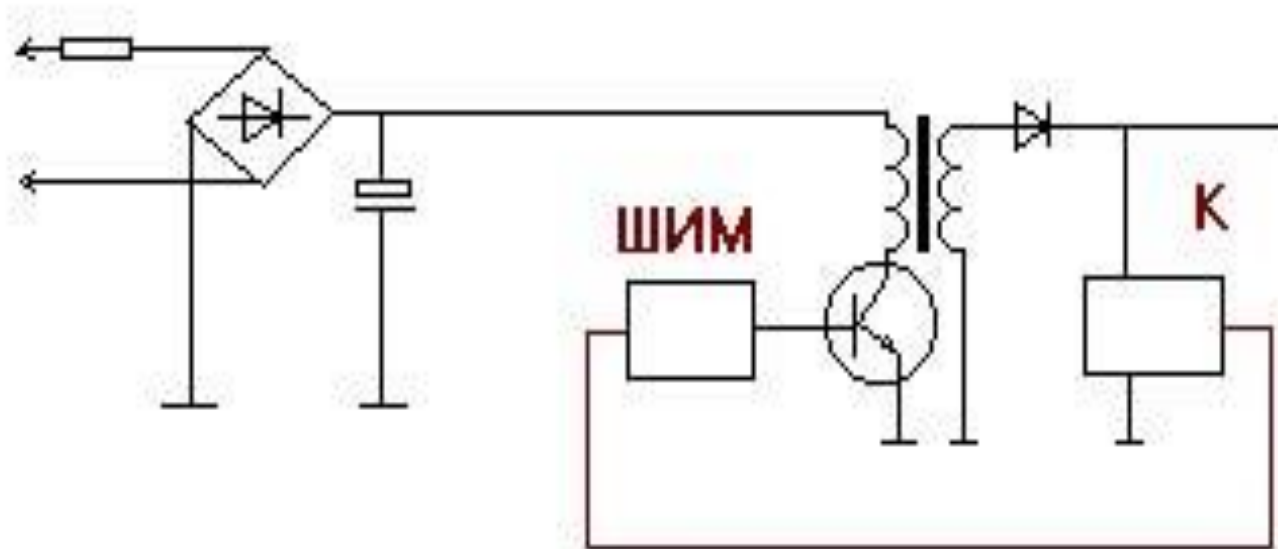
# Работа пропорционального регулятора с управлением средней мощностью нагревателя через двухпозиционный ШИМ



Контакт реле подключающий нагреватель

# Работа пропорционального регулятора с управлением выходного напряжения стабилизатора через двухпозиционный ШИМ

- Пример задачи стабилизации  
выходного напряжения

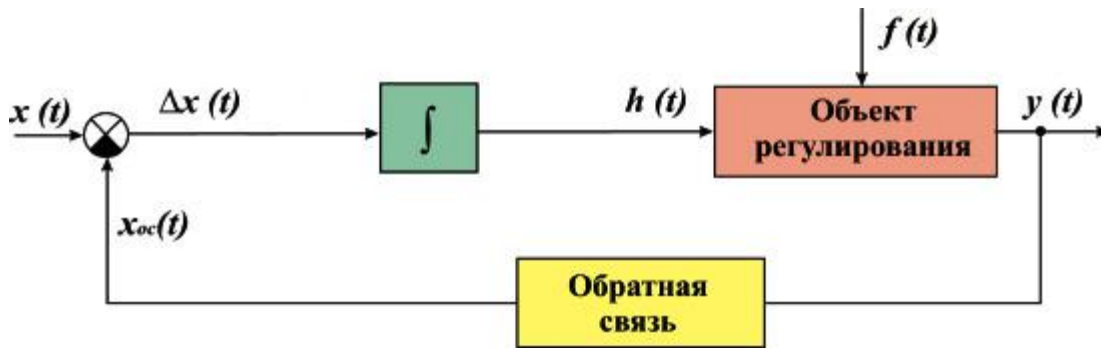


# Интегральный закон регулирования или И - закон

- Или интегральное звено СУ. Регулятор вырабатывает сигнал ( $MV(t)$ ), пропорциональный интегралу от ошибки регулирования ( $e(t)$ )

$$MV(t) = MV(0) + \frac{Kr}{Ti} \cdot \int_0^t E(t) \cdot dt$$

Коэффициент пропорциональности  
 Начальное значение MV  
 Постоянная времени интегрирования  
 Рассогласование



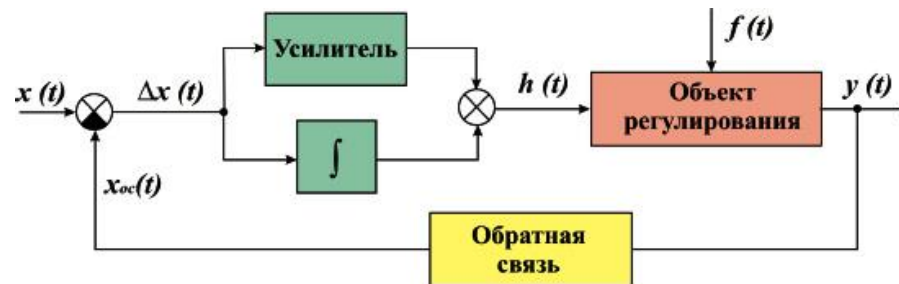
# Свойство системы с интегральным регулятором

- Достоинством И - регулятора является отсутствие ошибки регулирования в установившемся режиме. Это связано с тем что регулирующее воздействие  $MV(t)$  перестанет изменяться, когда сигнал рассогласования  $E=0$ .
- Однако система с И - регулятором обладает низким быстродействием. Процесс регулирования характеризуется большой продолжительностью и большим значением максимального динамического отклонения.
- Обычно интегральное звено регулирования самостоятельно не используется. Обычно используется ПИ регулятор.



# Пропорционально-интегральный закон регулирования или ПИ-закон

- Пропорционально-интегральное звено СУ. ПИ-регулятор можно рассматривать как два регулятора, соединенные параллельно



$$MV(t) = MV(0) + Kr \cdot \left[ E(t) + \frac{1}{Ti} \cdot \int_0^t E(t) \cdot dt \right]$$

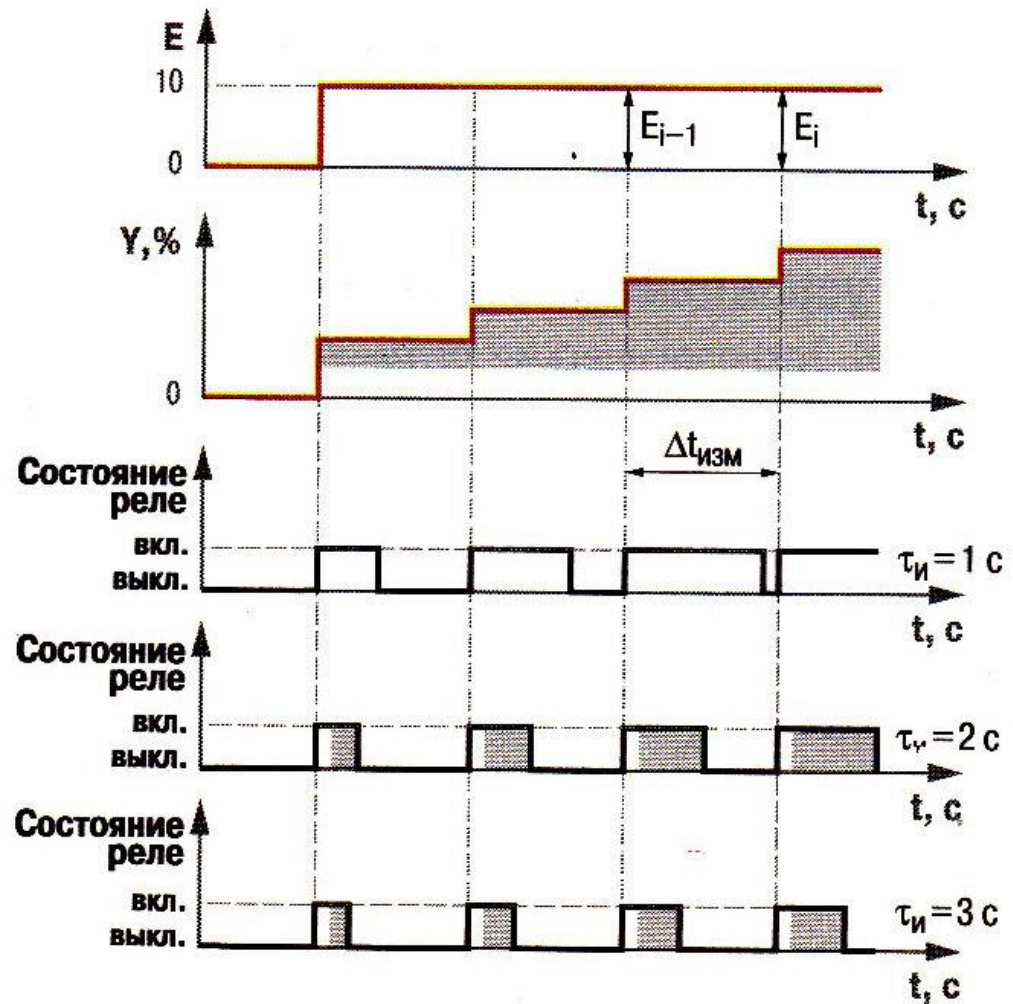
$$u(t) = K_1 \cdot e(t) + K_0 \int_0^t e(t) \cdot dt$$

П - звено

И - звено

# Пример работы ПИ -регулятора

- Выходной сигнал ПИ-регулятора и длительность управляющих ШИМ - импульсов при различных значениях длительности импульсов и рассогласовании равном 10.



# Свойства системы с ПИ-регулятором

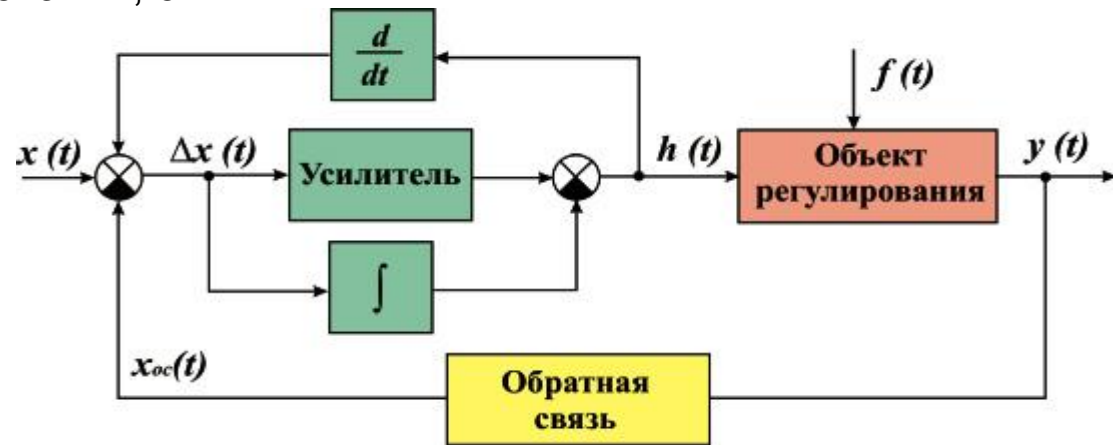
- Применение ПИ закона регулирования позволяет сочетать в одном устройстве положительные свойства П и И регуляторов. А именно П-составляющая обеспечивает быстроедействие системы, а И - составляющая обеспечивает отсутствие статической ошибки как заключительной стадии процесса регулирования.
- Однако при этом необходимо решать задачу рационального соотношения П и И составляющих.
- Недостатком ПИ регулирования является медленная реакция на возмущающие воздействия.

# Настройка ПИ регулятора

- Для настройки ПИ регулятора следует сначала установить постоянную времени интегрирования равной нулю, а коэффициент пропорциональности — максимальным.
- Затем как при настройке пропорционального регулятора, уменьшением коэффициента пропорциональности нужно добиться появления в системе незатухающих колебаний. Близкое к оптимальному значение коэффициента пропорциональности будет в два раза больше того, при котором возникли колебания, а близкое к оптимальному значение постоянной времени интегрирования — на 20% меньше периода колебаний.

# Классический пропорционально-интегральный-дифференциальный закон регулирования или ПИД-закон

- Для реализации ПИД - закона используются три основные переменные:
  - P – зона пропорциональности, %;
  - I – время интегрирования, с;
  - D – время дифференцирования, с.



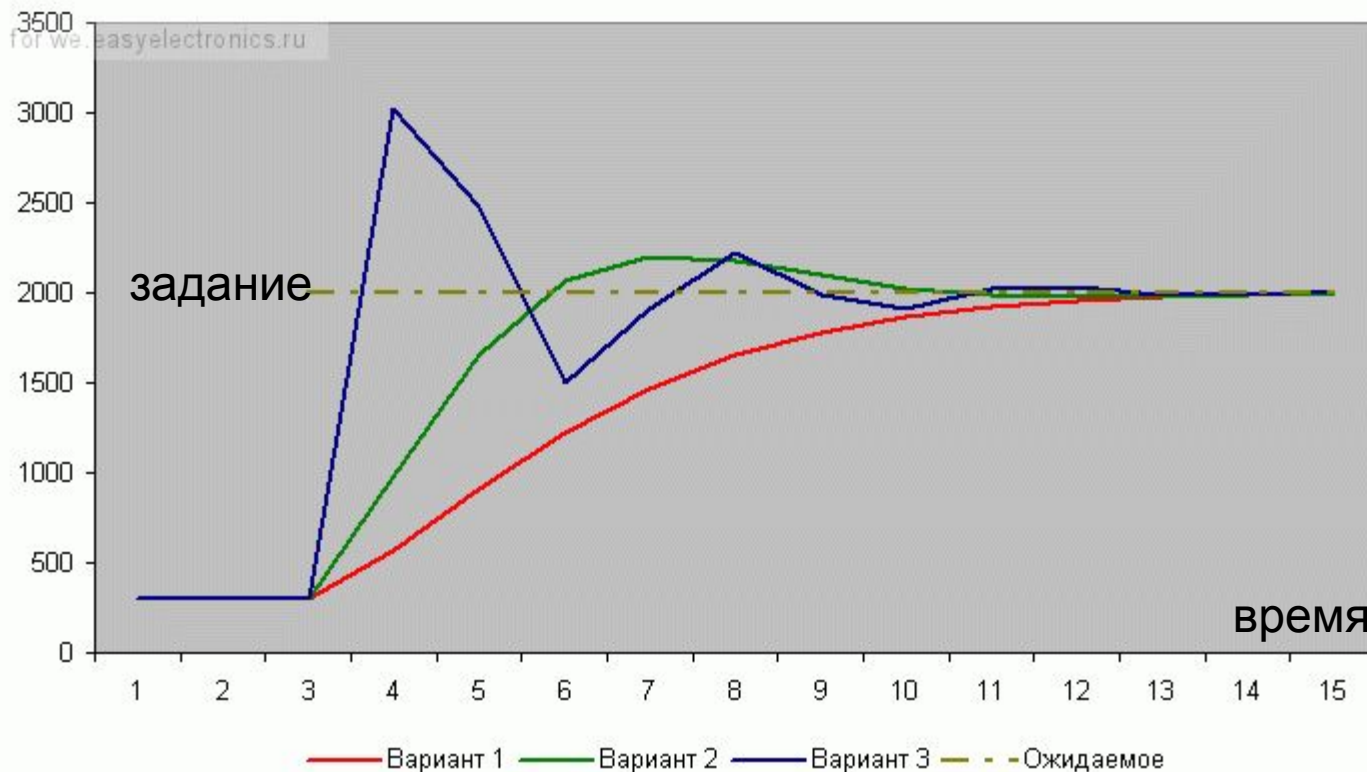
$$MV(t) = MV(0) + Kr \cdot \left[ E(t) + \frac{1}{Ti} \cdot \int_0^t E(t) \cdot dt + Td \cdot \frac{dE}{dt} \right]$$

Или так

$$u(t) = P + I + D = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

# Пропорциональная составляющая ПИД регулятора

- Увеличение коэффициента усиления приводит к появлению незатухающих колебаний выходного сигнала



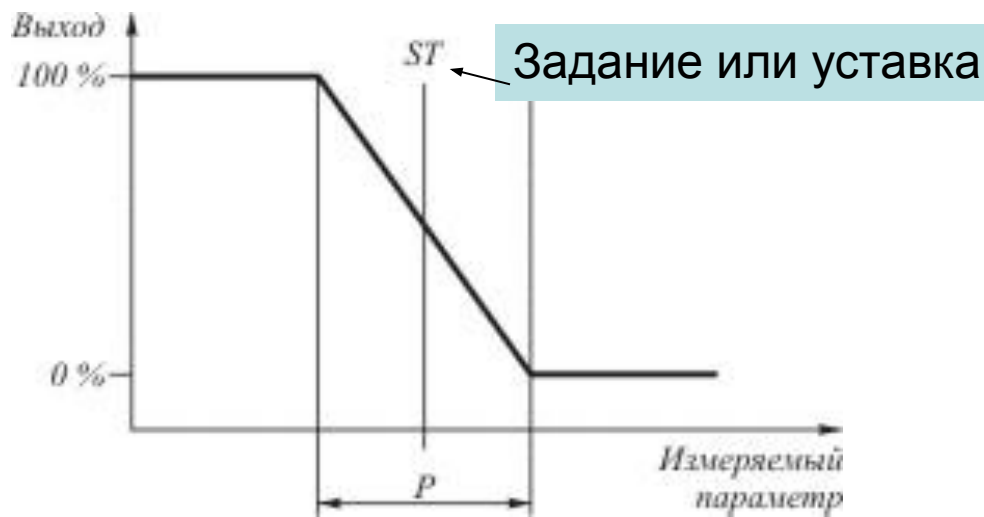
# Пропорциональная составляющая

- В зоне пропорциональности, определяемой коэффициентом  $P$ , сигнал управления будет изменяться пропорционально разнице между уставкой и действительным значением параметра (рассогласованию):

$$\text{сигнал управления} = 100/P \cdot E,$$

Рассогласование

Коэффициент пропорциональности

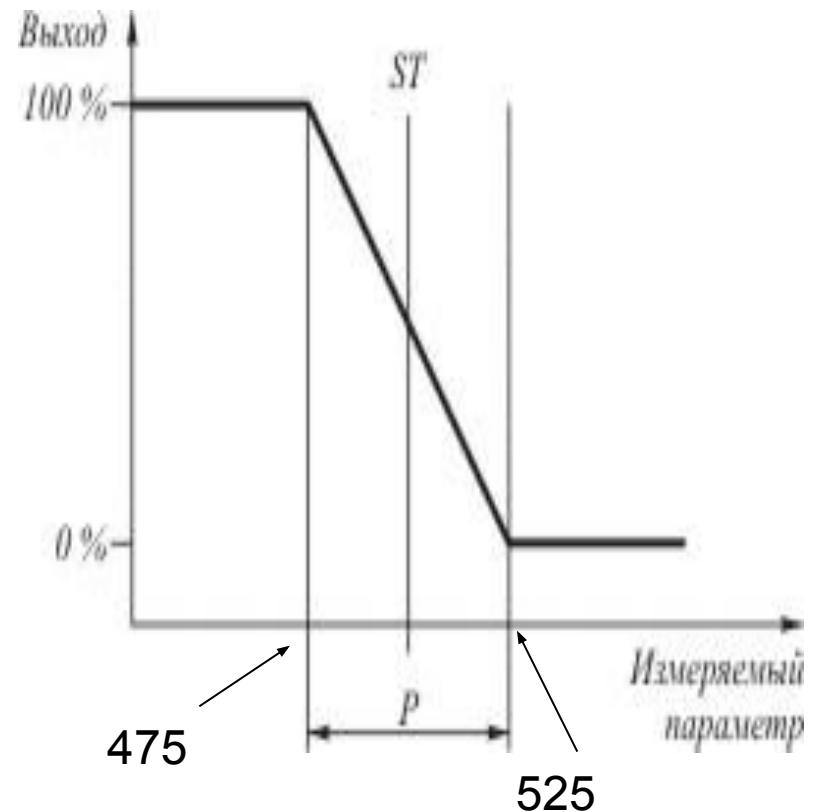


# Например

Диапазон измерения температуры 0...1000 °С установка регулирования  $ST = 500$  °С;

зона пропорциональности  $P = 5\%$ , что составляет 50 °С (5% от 1000 °С);

При значении температуры 475 °С и ниже управляющий сигнал будет иметь величину 100%; при 525 °С и выше – 0%. В диапазоне 475...525 °С (в зоне пропорциональности) управляющий сигнал будет изменяться пропорционально величине рассогласования с коэффициентом усиления  $K = 100/P = 20$ .



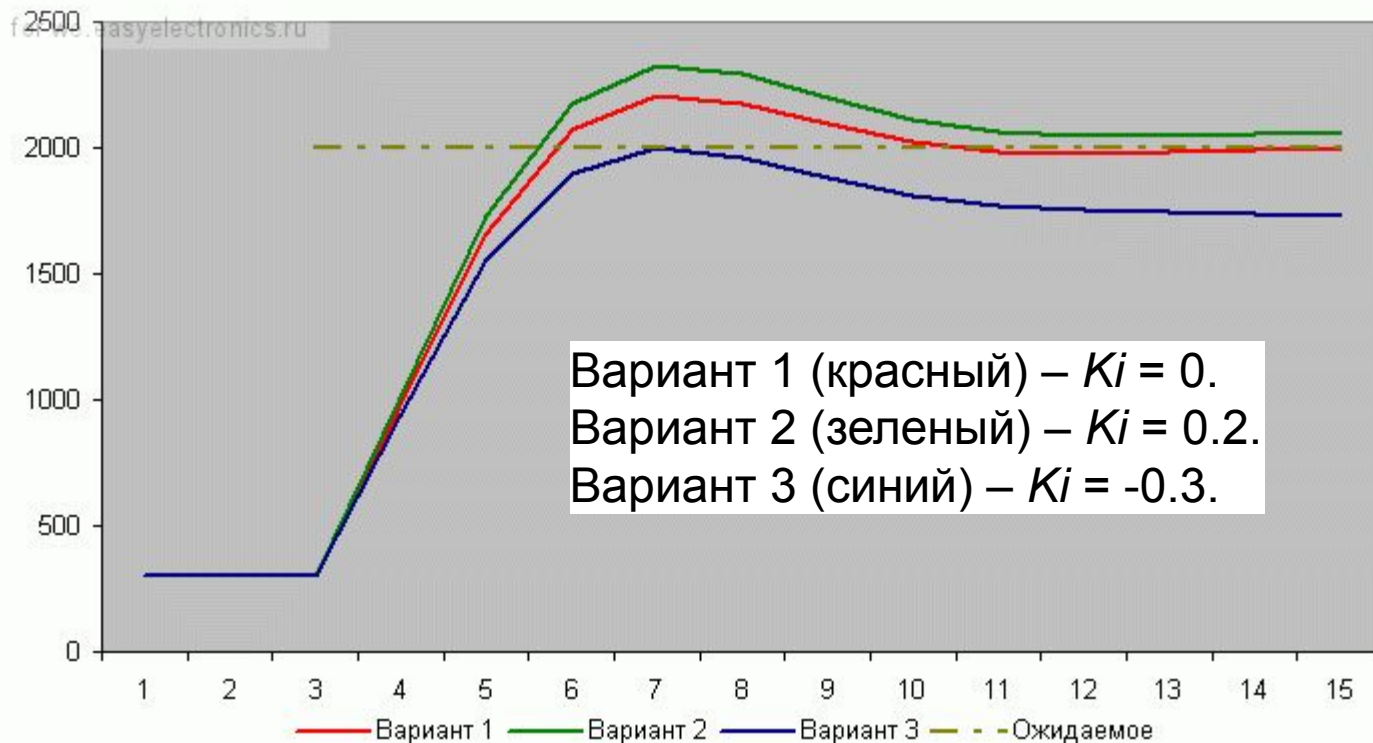


# Важно

- Уменьшение значения зоны пропорциональности  $P$  увеличивает реакцию регулятора на рассогласование, т. е. малому рассогласованию будет соответствовать большее значение управляющего сигнала. Но при этом, из-за большого усиления, процесс принимает колебательный характер около значения уставки, и точного регулирования добиться не удастся.
- При излишнем увеличении зоны пропорциональности регулятор будет слишком медленно реагировать на образующееся рассогласование и не сможет успевать отслеживать динамику процесса. Для того, чтобы компенсировать эти недостатки пропорционального регулирования, вводится дополнительная временная характеристика – интегральная составляющая.

# Интегральная составляющая ПИД регулятора

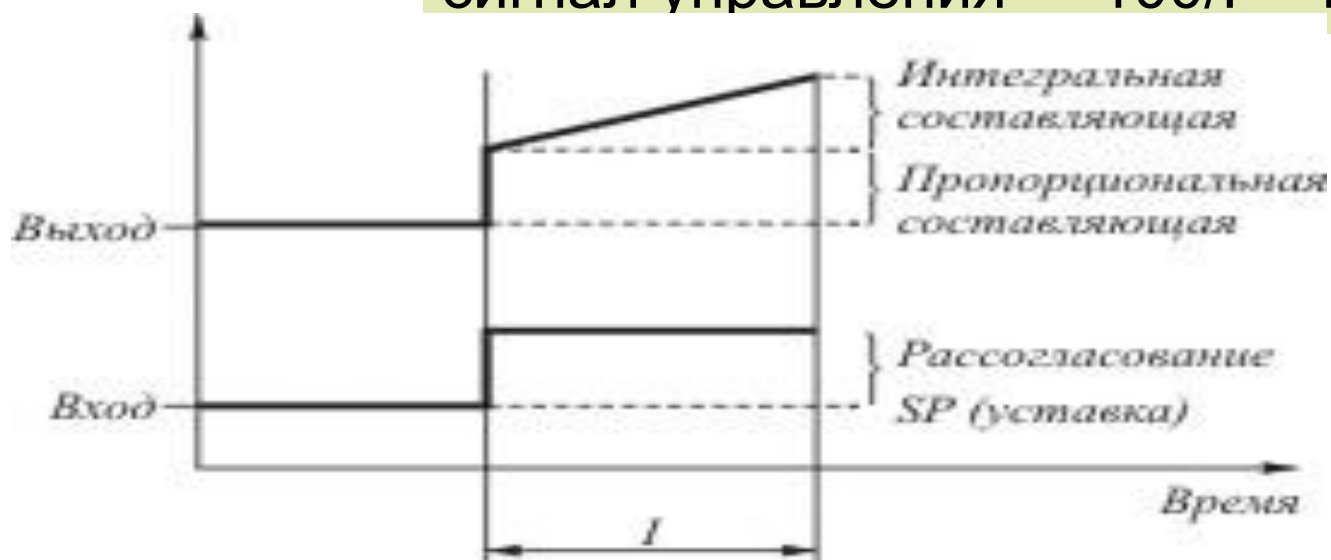
- Поведение выходного сигнала при изменении коэффициента интегрирования - накопление ошибки.



# Интегральная составляющая

- Определяется постоянной времени интегрирования  $I$ , является функцией времени и обеспечивает изменение коэффициента усиления (сдвиг зоны пропорциональности) на заданном промежутке времени.

$$\text{сигнал управления} = 100/P \cdot E + 1/I \cdot \int E dt.$$



Как видно из рисунка, если пропорциональная составляющая закона регулирования не обеспечивает уменьшение рассогласования, то интегральная составляющая начинает на периоде времени  $I$  плавно увеличивать коэффициент усиления. Через период времени  $I$  процесс этот повторяется.

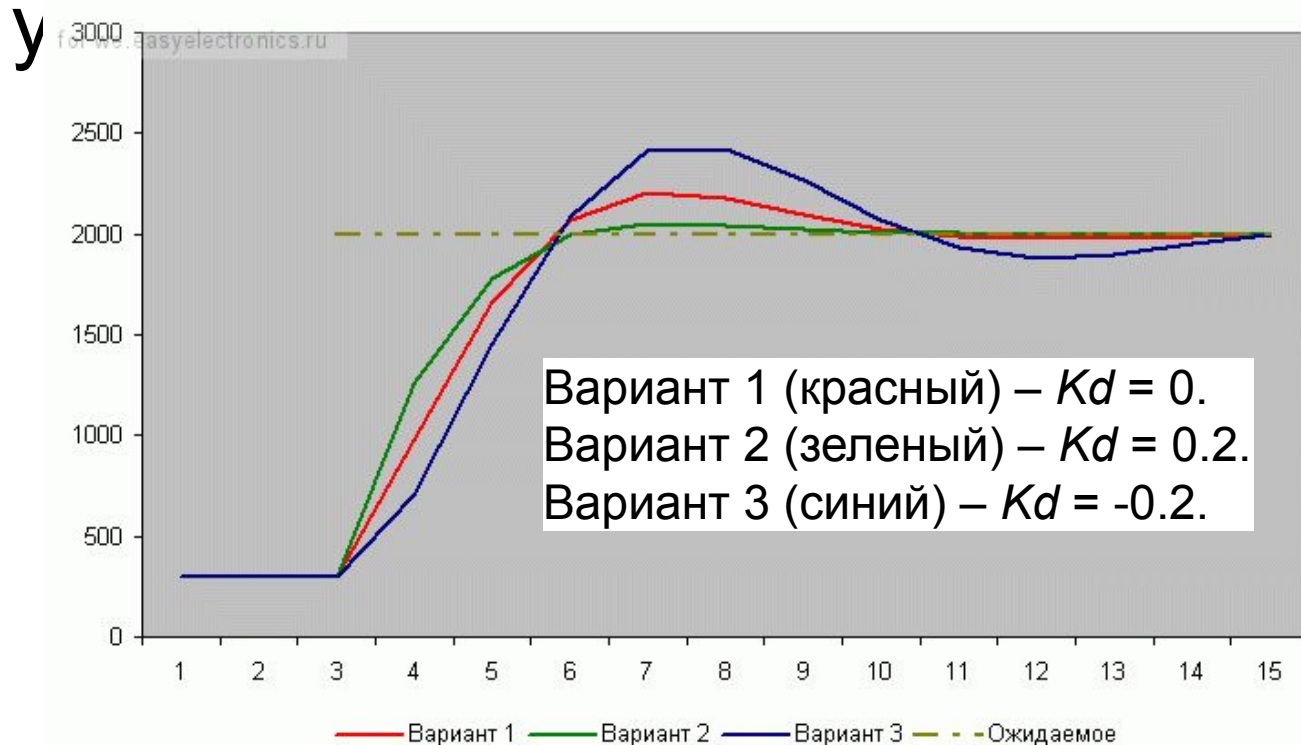
# Дифференциальная составляющая

- Многие объекты регулирования достаточно инерционны, т. е. имеют задержку реакции на приложенное воздействие (мертвое время) и продолжают реагировать после снятия управляющего воздействия (время задержки).
- Дифференциальная составляющая есть производная во времени от рассогласования, т. е. является функцией скорости изменения параметра регулирования. В случае, когда рассогласование становится постоянной величиной, дифференциальная составляющая перестает оказывать воздействие на сигнал управления.

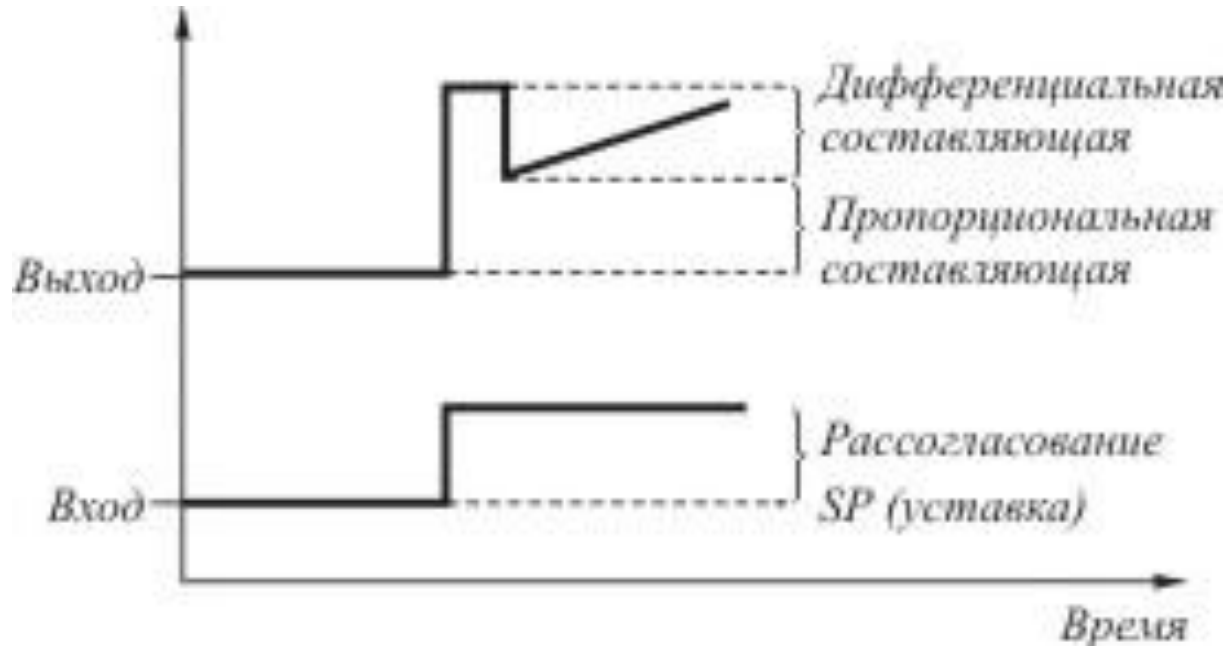
$$\bullet \text{сигнал управ.} = 100/P \cdot E + 1/I \cdot \int E dt + D \cdot d/dt \cdot E.$$

# Дифференциальная составляющая ПИД регулятора

- Эта составляющая пропорциональна *темпу* изменений рассогласования. Она «придает



# Влияние дифференциальной составляющей в ПИД законе



С введением дифференциальной составляющей регулятор начинает учитывать мертвое время и время задержки, заранее изменяя сигнал управления. Это позволяет значительно уменьшить колебания процесса около значения уставки и добиться более быстрого завершения переходного процесса.

# Свойства системы с ПИД-регулятором

- ПИД - закон является наиболее совершенным из общепромышленных алгоритмов регулирования с точки зрения достижимого качества регулирования.
- Повышается быстродействие.
- Однако применение Д-составляющей повышает чувствительность регулятора к пульсациям входного сигнала.

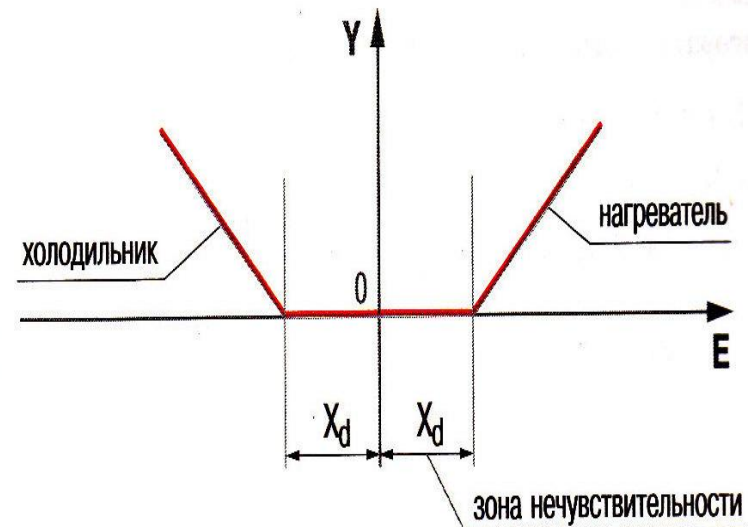
# Параметры ПИД-регулирования

## зона нечувствительности

- *Зона нечувствительности.* Для исключения излишних срабатываний регулятора при незначительных значениях рассогласования используется уточненное рассогласование вычисленное по следующим условиям:

если  $|E_i| \leq X_{d'}$  то  $E_p = 0$ ;  
если  $E_i > X_{d'}$  то  $E_p = E_i - X_{d'}$ ;  
если  $E_i < -X_{d'}$  то  $E_p = E_i + X_{d'}$ ;

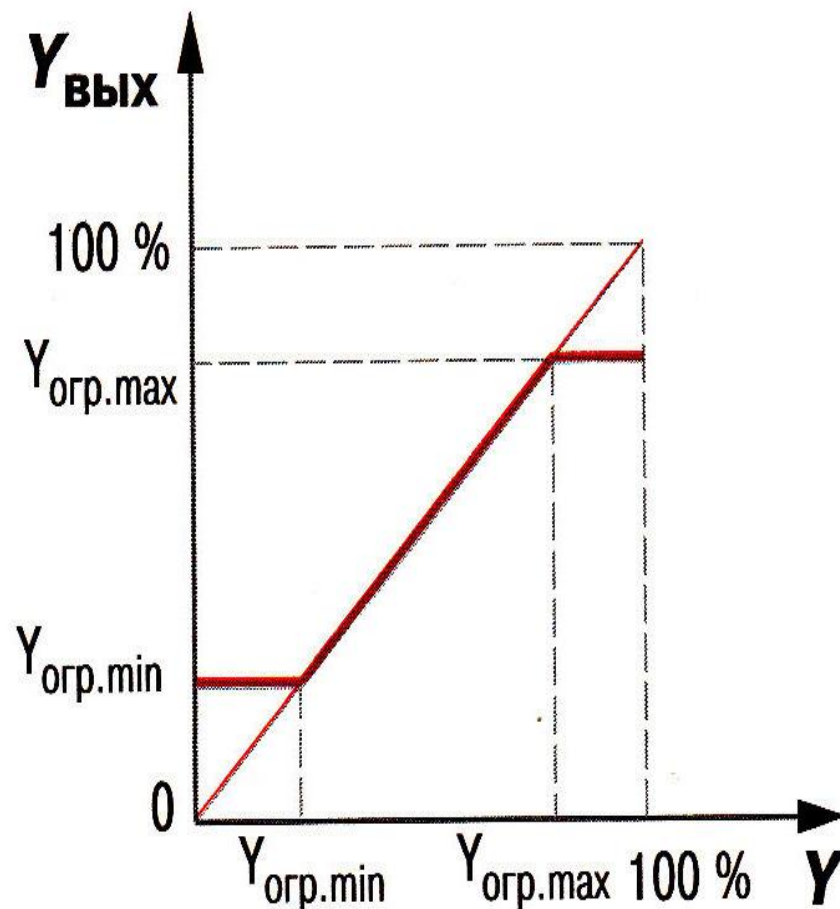
где  $X_{d'}$  — зона нечувствительности.





# Параметры ПИД-регулирования. Ограничение управляющего сигнала

- Если существуют технологические ограничения, не позволяющие, например, выключить нагрев или, наоборот включить нагрев на полную мощность, то для выходного управляющего сигнала  $Y_{\text{вых}}$  задаются ограничения в виде максимального или минимального значений.



# Немного математики

$u(t)$  — наша **Функция**;

- $P$  — пропорциональная составляющая;
- $I$  — интегральная составляющая;
- $D$  — дифференциальная составляющая;
- $e(t)$  — текущая ошибка;
- $K_p$  — пропорциональный коэффициент;
- $K_i$  — интегральный коэффициент;
- $K_d$  — дифференциальный коэффициент;

$$u(t) = P + I + D = K_p e(t) + K_i \int_0^{\tau} e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

# ПИД закон

- Дискретная реализация формулы на основе численных методов:

$$u(t) = P(t) + I(t) + D(t);$$

$$P(t) = K_p * e(t);$$

$$I(t) = I(t - 1) + K_i * e(t);$$

$$D(t) = K_d * \{e(t) - e(t - 1)\};$$

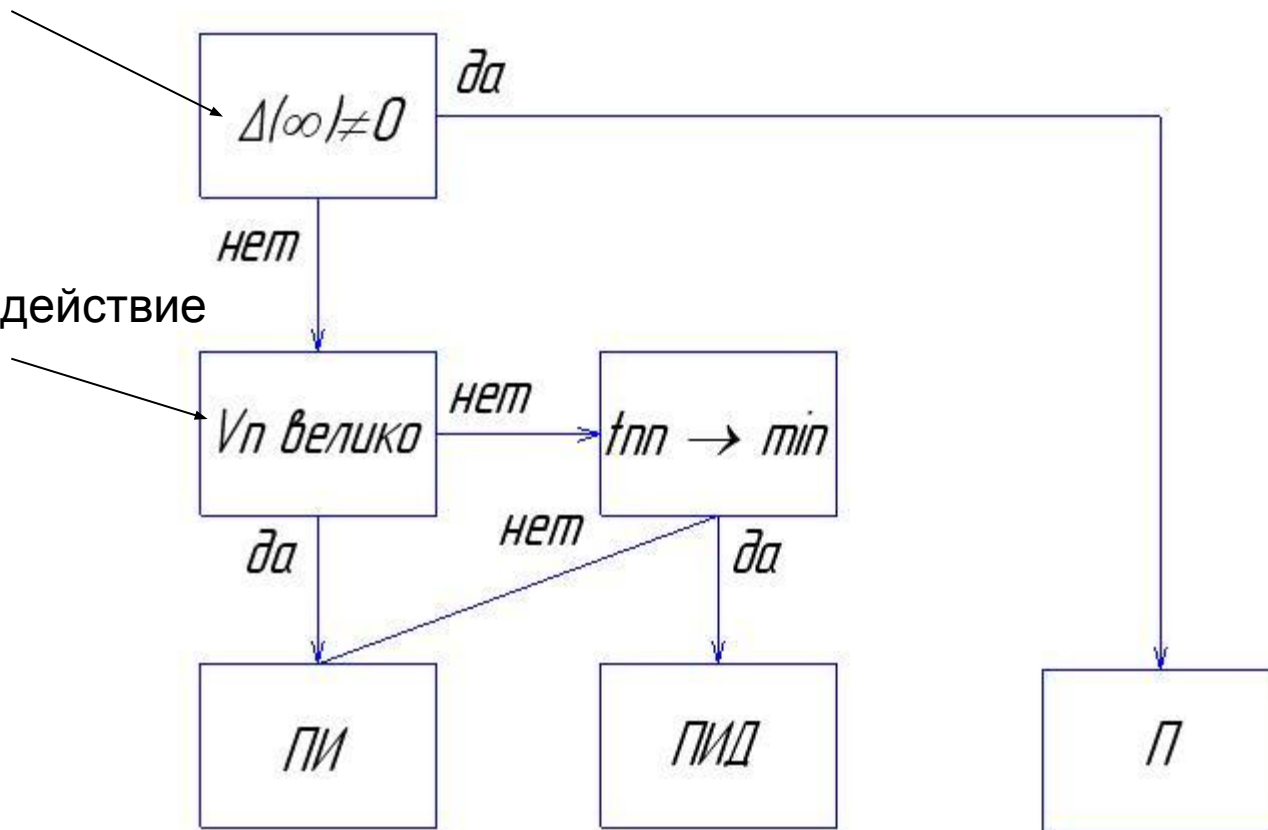
# Настройка ПИД - регулятора

- Увеличение пропорционального коэффициента увеличивает быстродействие и снижает запас устойчивости;
- С уменьшением интегральной составляющей ошибка регулирования с течением времени уменьшается быстрее;
- Уменьшение постоянной интегрирования уменьшает запас устойчивости;
- Увеличение дифференциальной составляющей увеличивает запас устойчивости и быстродействие.

# Выбор закона регулирования

Статическая ошибка

Внешнее воздействие



# Первый шаг выбора регулятора

- Итак, в первую очередь, необходимо оценить, важно ли нам получить в результате переходного процесса статическую ошибку, равную нулю. То есть, если мы даем задание регулятору, к примеру, 25 градусов, а регулятор выходит на 25,5 и нас устраивает – смело переходим по стрелке вправо и выбираем П закон регулирования. Тут также присутствует одна тонкость. Для объекта без самовыравнивания по каналу задание-выход статическая ошибка равна нулю даже при использовании П регулятора

## Второй шаг выбора закона регулирования

- Если же нам очень важно получить нулевую статическую ошибку, переходим по стрелке вниз. Далее необходимо оценить влияние возмущений на объект управления.

# Третий шаг выбора закона регулирования

- В случае, если влияние внешних возмущений велико, то «оптимальным» алгоритмом будет ПИ закон регулирования, то есть пропорционально интегральный закон регулирования способен справиться с возмущениями, благодаря присутствию интегральной составляющей и, к тому же, получить нулевую статическую ошибку.



# Четвертый шаг

- Если же влияние возмущений несущественное – переходим по стрелке вправо и оцениваем ещё один параметр

# Пятый шаг

- Насколько важно время переходного процесса? Если время переходного процесса для вас не существенно, а ваш объект боится динамических забросов (характерным примером являются печи, в которых производится длительная выдержка заготовок при определенной температуре), то, опять же таки, стоит вернуться к ПИ закону.

## Шестой шаг

- В случаи, если необходимо обеспечить минимальное время переходного процесса и выполняются все предыдущие условия – стоит выбрать ПИД алгоритм. Стоит отметить, что ПИД закон регулирования хорошо работает с объектами, в которых присутствует транспортное запаздывание.