

Физика и общая математическая методология, современное естествознание учат нас-особенно...Нильс Бор...- что **точность любой научной дисциплины зависит не от количества ... математики в этой дисциплине, не от обилия формул в тексте, а от строгости и точности определений в этой области.** Любая область может стать предметом точных и строгих исследований, ежели точно и однозначно сформулированы в ней элементарные структуры... Николай Тимофеев – Ресовский «Воспоминания». М., 2008

4. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

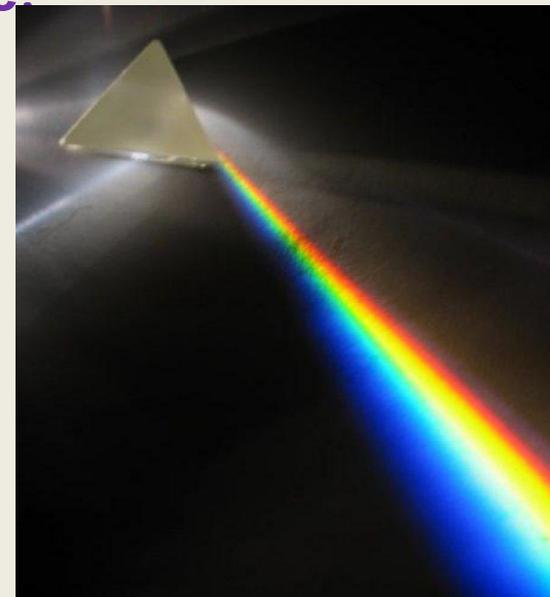
- включает ряд явлений, обусловленных зависимостью фазовой скорости световой волны от ее частоты:

$$V_{\phi}(\nu) ;$$

$$\text{а т.к. } V_{\phi} = \frac{c}{n} ,$$

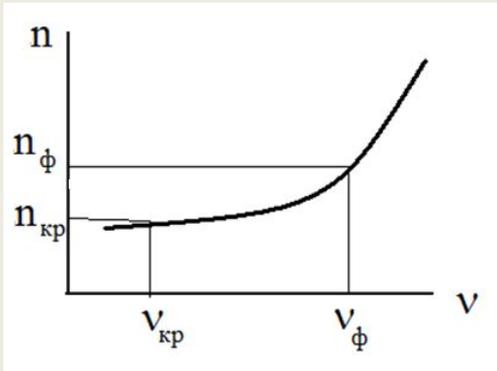
то, иначе говоря, дисперсия - ряд явлений, обусловленных зависимостью показателя преломления среды от частоты света, распространяющегося в этой среде:

$$n(\nu)$$



4.1 Нормальная и аномальная дисперсии

Нормальная дисперсия определяется зависимостью $\frac{dn}{d\nu} > 0$ и характерна для прозрачных сред, в которых излучение практически не



1). Нормальная дисперсия наблюдается для света видимого диапазона в стекле. Рассмотрим распространение белого света в стеклянной пластинке (рис.2):

$$\sin \beta = \frac{v}{n}$$

$$\nu_{\phi} > \nu_{kp} \Rightarrow n_{\phi} > n_{kp} \Rightarrow \beta_{\phi} < \beta_{kp}$$

Рис.1.

Однако из пластинки свет выходит под тем же углом α , смешиваясь, и дисперсии не наблюдается.

Ее можно наблюдать с помощью фаски на толстом стекле). Т.о. стеклянная призма (фаска) разлагает белый свет в спектр.

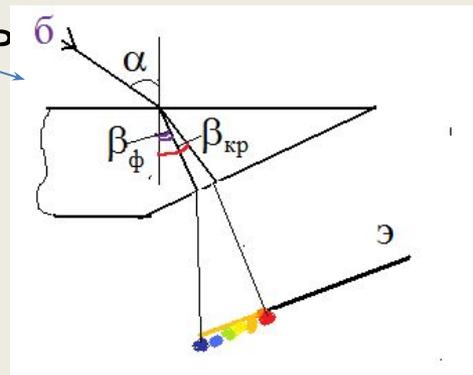
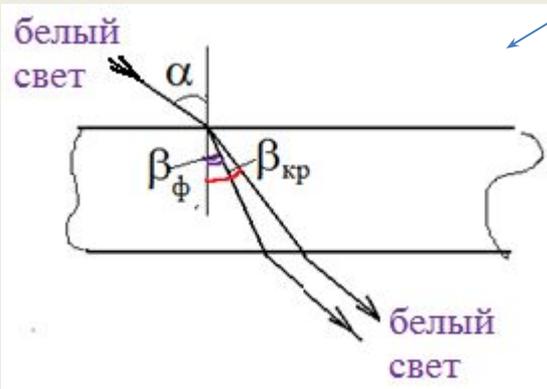


Рис.

Аномальная дисперсия определяется зависимостью $\frac{dn}{d\nu} < 0$ и наблюдается

в области частот сильного поглощения излучения веществом. Для стекла это ИК и УФ области спектра (рис.3).

В вакууме дисперсии нет: $\frac{dn}{d\nu} = 0$

Доказательство: астрофизики наблюдали излучение двойных звезд при затмении (рис.4), когда одна звезда (Z_1) закрывает другую (Z_2) от земного наблюдателя.

При наличии, например, нормальной дисперсии $n_\phi > n_{кр} \Rightarrow \nu_\phi < \nu_{кр}$,

$$t = \frac{l}{\nu} \Rightarrow t_\phi > t_{кр}$$

То есть свет фиолетовой части спектра должен прийти позднее, чем свет красной части, при обрыве излучения от Z_2 . Но изменения спектра излучения закрытой звезды не наблюдалось.

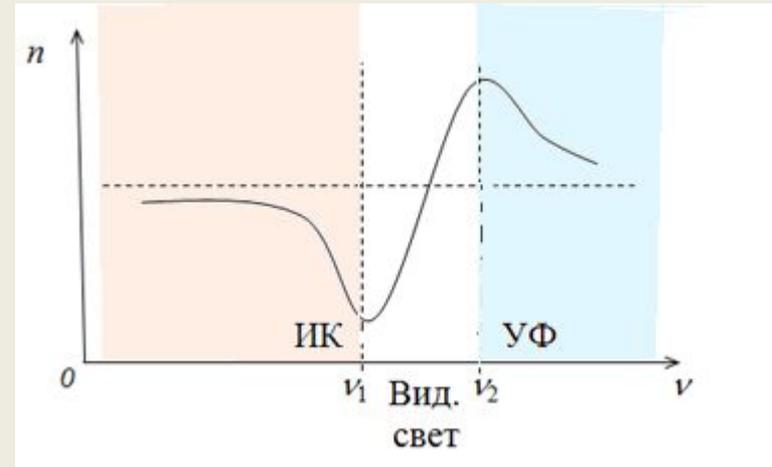


Рис.

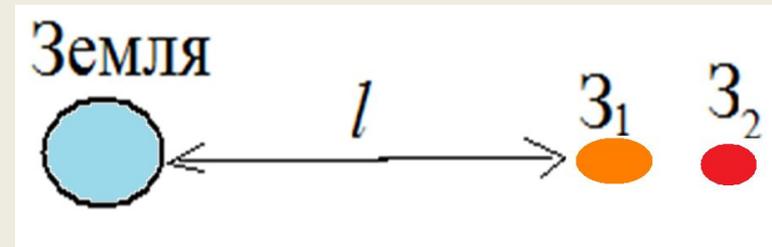
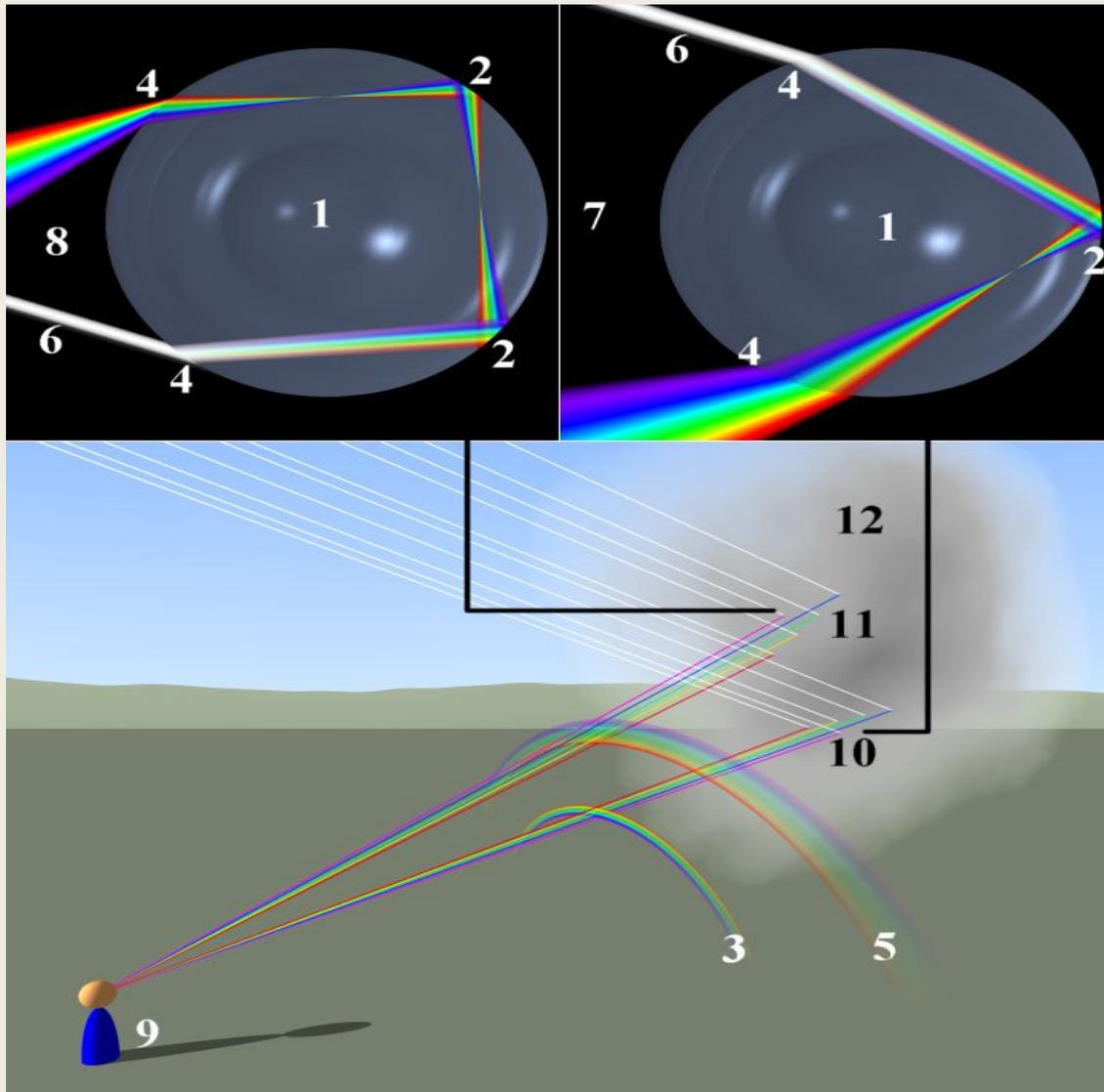


Рис.

Физика радуги (факультатив)



Радуга возникает из-за того, что солнечный свет испытывает преломление в капельках воды дождя или тумана, парящих в атмосфере. Эти капельки по-разному отклоняют свет разных цветов (показатель преломления воды для более длинноволнового (красного) света меньше, чем для коротковолнового (фиолетового), поэтому красный свет меньше отклоняется при преломлении — красный на $137^{\circ}30'$, фиолетовый на $139^{\circ}20'$ и т. д.), в результате чего белый свет разлагается в спектр. Данное явление вызвано дисперсией.

4.2 Волновой пакет и групповая скорость

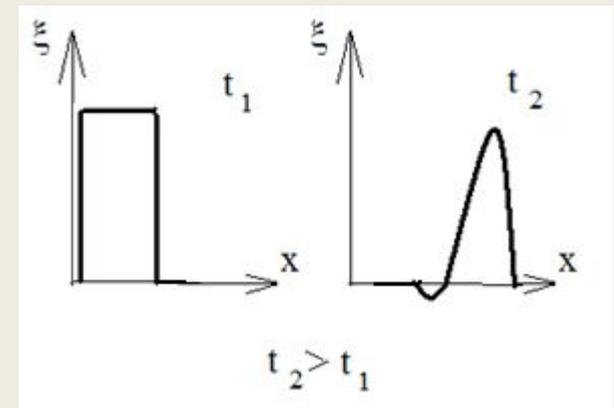
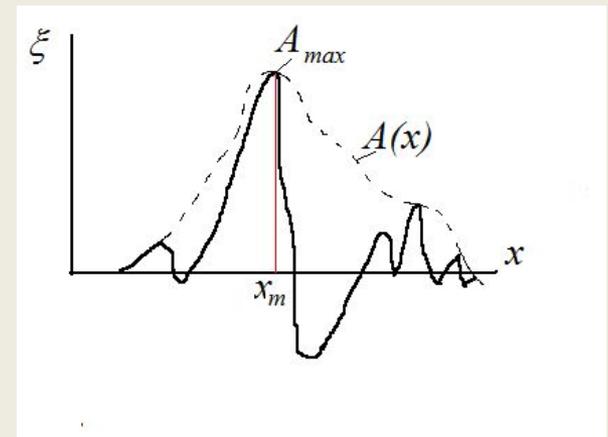
Реальный волновой процесс никогда не является гармоническим из-за его конечности, поглощения излучения веществом и т.д. В ряде случаев его можно описать **волновым пакетом**.

Волновой пакет – суперпозиция монохроматических волн, частоты которых непрерывно распределены в некотором диапазоне $\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right)$, причем $\Delta\omega \ll \omega_0$, т.е. пакет должен быть узким.

Для характеристики пакета можно выделить огибающую – амплитуду $A(x)$, максимальную амплитуду A_{max} , ее координату x_m , среднюю частоту ω_0 .

В **недиспергирующей среде** $\left(\frac{dn}{dv} = 0 \right)$ фазовая скорость от частоты не зависит, и пакет со временем форму не меняет.

В **диспергирующей среде**, где $v_\phi(v)$, огибающая $A(x)$ меняется и со временем пакет расплывается.



В диспергирующей среде **скоростью распространения волнового пакета (ВП)** считается скорость перемещения v_{\max} .

Образует ВП из двух распространяющихся вдоль оси OX плоских волн с одинаковыми амплитудами, начальными фазами и близкими частотами:

$$\begin{cases} \xi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx) & \Delta\omega \ll \omega, \\ \xi_2(x, t) = A \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x] & \Delta k \ll k \end{cases}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\omega}{2}t - kx - \frac{\Delta k}{2}x\right) \approx$$

$$\approx 2A \cos \frac{\Delta\omega t - \Delta kx}{2} \cos(\omega t - kx) \quad (4.1)$$

$\boxtimes \boxtimes \boxtimes \boxtimes \boxtimes \boxtimes$
 $A(x, t)$

(4.1) можно приближенно рассматривать как уравнение плоской волны с амплитудой $A(x, t)$:

$$\xi(x, t) \approx A(x, t) \cdot \cos(\omega t - kx)$$

- координата максимальной амплитуды
ВП.

Скорость перемещения максимальной
амплитуды:

v
пределе

Хотя последняя формула выведена для простого случая, она
обладает большой общностью и годится для любого волнового
пакета.

Скорость перемещения максимальной амплитуды ВП u
называется **групповой скоростью**; с этой скоростью
пакет переносит энергию.

Найдем связь групповой U и фазовой скоростей v_ϕ . Учтем, что $\frac{\omega}{k}$

$$U = \left[\frac{dk}{d\omega} \right]^{-1} = \left[\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{v_\phi} \right) \right]^{-1} = \left[\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega n}{c} \right) \right]^{-1} = \left[\frac{n}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn}{d\omega} \right]^{-1}$$

$$U = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} = \frac{v_\phi}{1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}} = \frac{v_\phi}{1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}}$$

получили

$$U = \frac{v_\phi}{1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}} \quad (4.2)$$

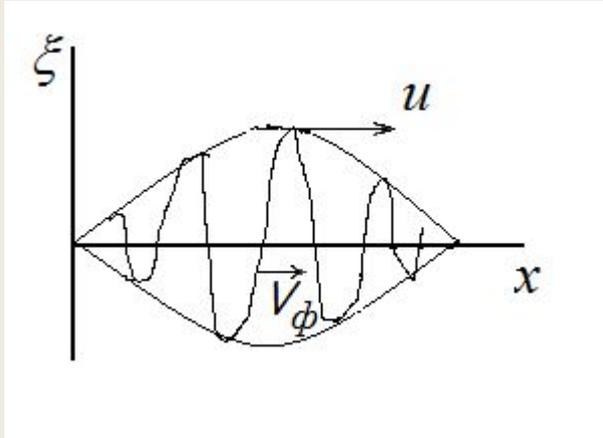
Проанализируем

(4.2).

Если нет дисперсии $\left(\frac{dn}{dv} = 0 \right)$,

$$U = v_\phi$$

Для нормальной дисперсии $\frac{dn}{dv} > 0$ $U < v_\phi$



Т.е. происходит движение горбов и впадин внутри пакета.

Для аномальной дисперсии $\frac{dn}{dv} < 0$ $U > v_\phi$ -?! – противоречит физическому смыслу.

Объяснени

При аномальной дисперсии поглощение излучения средой очень велико и ВП успевает развалиться прежде, чем перенесет на какое – то расстояние энергию. Т.о. для аномальной дисперсии понятие групповой скорости (и волнового пакета) теряет смысл.

Понятия волнового пакета и групповой скорости применимы только к сигналу, форма которого мало меняется со временем, то есть в среде с малым поглощением.

Классическая электронная теория дисперсии

Основная идея: колебания **электрического вектора световой волны**, распространяющейся в диэлектрической среде, вызывают вынужденные **колебания валентных электронов** вещества. **Если частота волны близка к собственной частоте колебаний электронов**, последние сами начинают излучать вторичные электромагнитные волны, активно отбирая энергию у исходной волны. **На этих частотах происходит сильное поглощение света веществом.**

Рассмотрим однородную изотропную среду малой плотности (молекулы не взаимодействуют между собой), в которой распространяется плоская монохроматическая световая волна частоты ω .

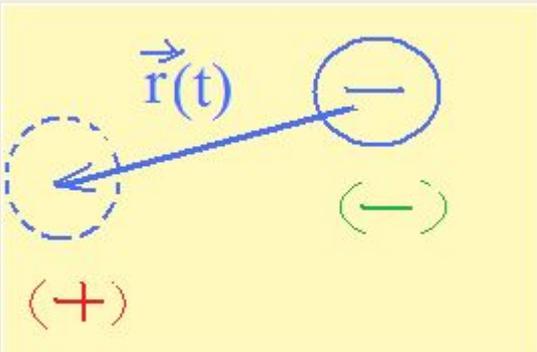
На каждый валентный электрон при этом действует сила:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}\vec{B}] \approx e\vec{E} \longrightarrow F \approx eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$\vec{r}(t)$ - мгновенное смещение электрона под действием $\vec{E}(t)$.

Мгновенный наведенный дипольный момент электрона

$$P_e(t) = e r(t)$$



При этом на электрон действуют

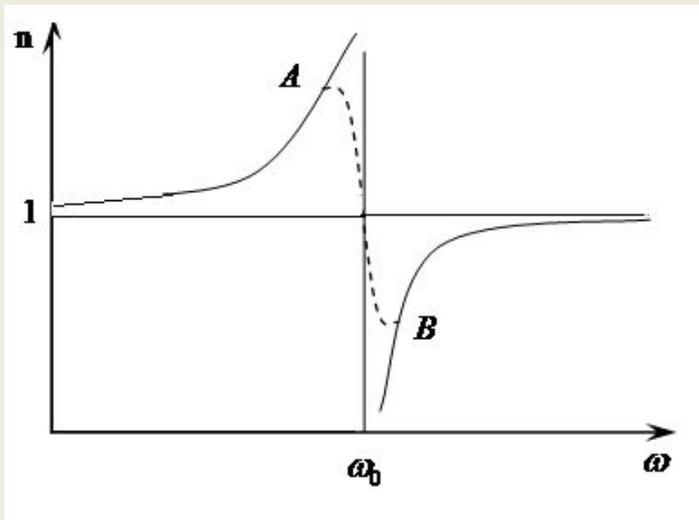
силы: квазиупругая $F = -kr$, характеризующая взаимодействие валентного электрона со своим атомом;

-сила сопротивления $F_c = -b\dot{r}$, отражающая потери энергии волной при вынужденных колебаниях электрона;

-вынуждающая сила $F \approx eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$, действующая со стороны электрического поля световой волны.

Уравнение вынужденных колебаний электрона без учета затухания ($b = 0$):

$$m \ddot{r} = -kr + eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$$



ω_0 - частота собственных колебаний электрона.

$$n^2 = 1 + \frac{N_0 e \cdot e E_0 \cos \omega t}{\varepsilon_0 E_0 \cos \omega t \cdot m (\omega_0^2 - \omega^2)}$$

$$n^2 = 1 + \frac{N_0 e^2}{m \varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2)$$

- зависимость $n(\omega)$ в среде без поглощения.

Построим график этой зависимости:

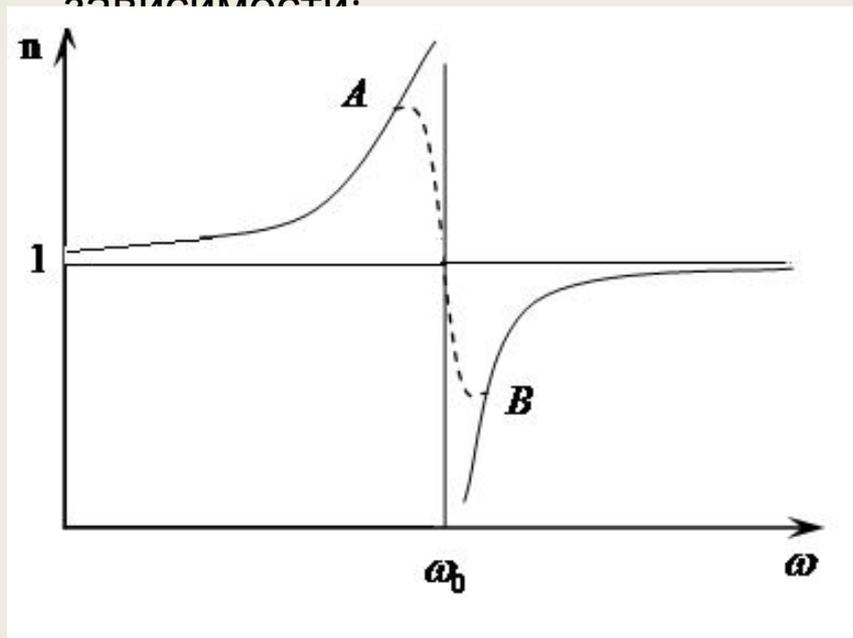
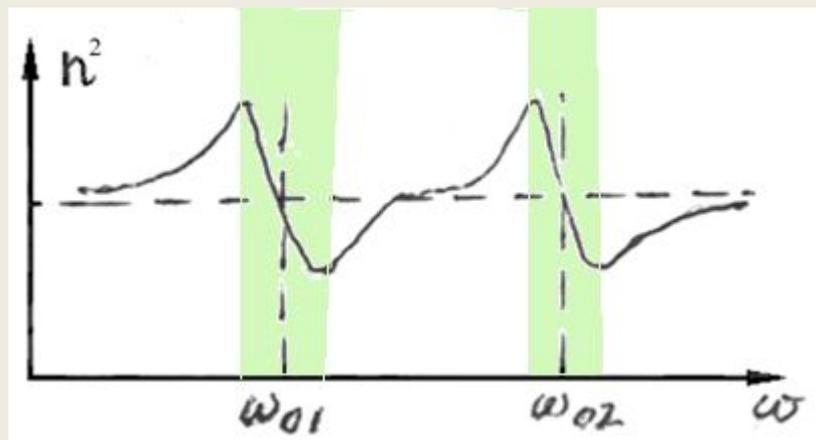


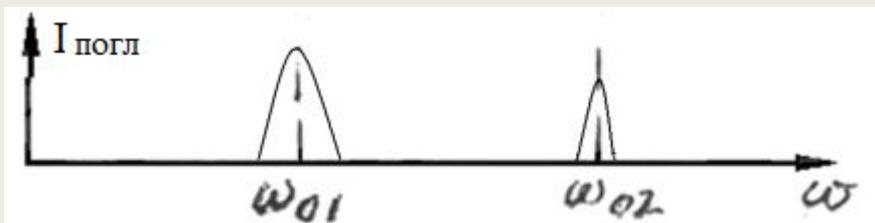
Рис.
а)

1. в области $\omega = 0$ до $\omega \rightarrow \omega_0$
от значения $n^2 > 1$
и возрастает с ω
увеличением
(нормальная дисперсия);
2. при $\omega = \omega_0$ значения $n^2 = \pm\infty$;
е
3. в области $\omega_0 < \omega < \infty$ $n^2 < 1$
при этом n возрастает $-\infty$ до 1
от (нормальная дисперсия).

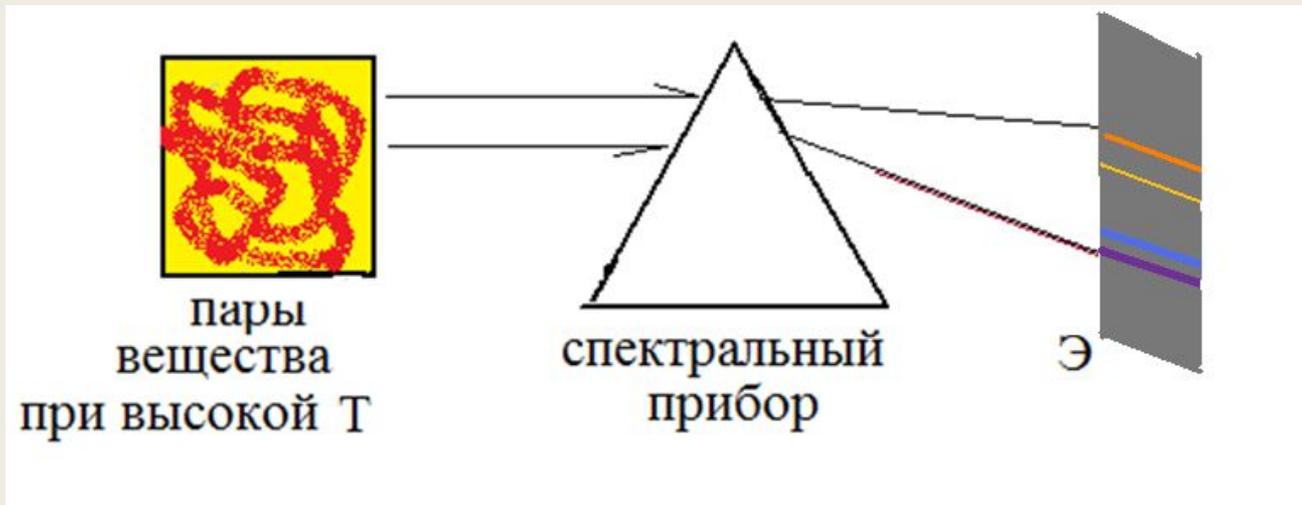
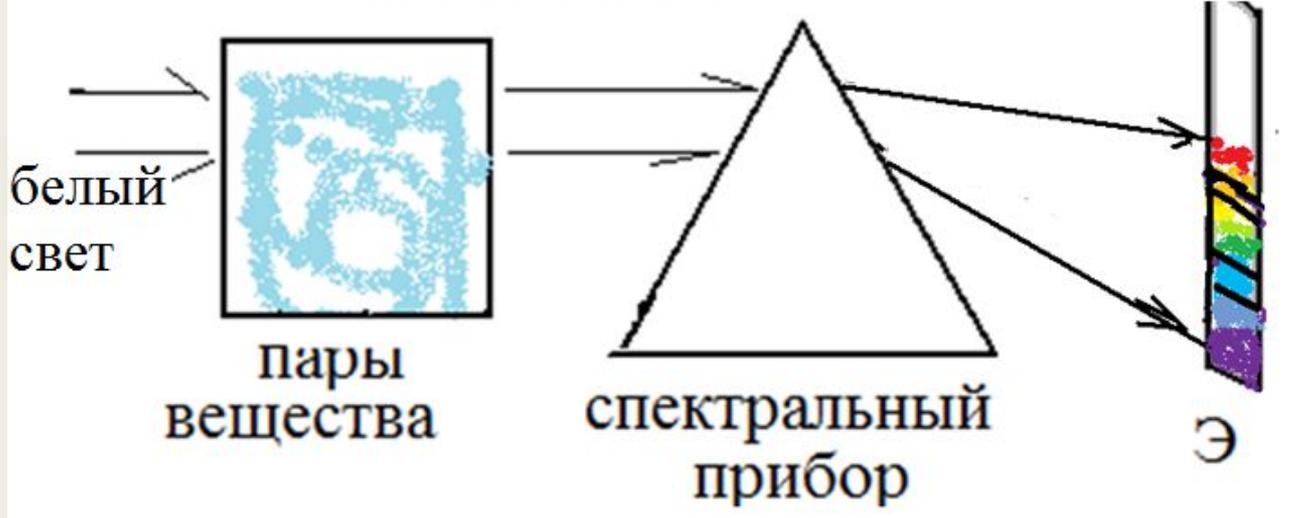
В действительности электроны в атомах связаны в разной степени. Соответственно электроны, находящиеся в разных условиях, имеют разные собственные частоты (ω_{0k}). Тогда зависимость n^2 будет выглядеть так:



При ω , заметно отличающихся от всех ω_{0k} , $n \approx 1$, т.к. наведенная поляризация (смещение электронов из положения равновесия) незначительна. При $\omega \approx \omega_{0k}$ происходит сильное поглощение света – это области аномальной дисперсии.



Линейчатые спектры поглощения и испускания



Атомы поглощают излучение на тех же частотах, на которых испускают.

Линейчатые спектры дают вещества в газообразном состоянии при невысоких давлениях. Газы при высоких давлениях, жидкости и твердые тела дают широкие полосы в спектрах.

