Дифференциальные уравнения

Кулемин ПКС 14

Содержание

Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка.

К ним относят:

Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка: $y' = f(x)$;

Уравнения с разделяющимися переменными: $f(x, y) = p(x)\,h(y)$;

Однородные уравнения первого порядка $y' = f(y / x)$;

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: $y' + a(x)\,y = f(x)$;

Уравнение вида:

$$F(x,y,y')=0$$

Называется ДУ первого порядка.

где x-независимая переменная

y-неизвестная функция

y’-ее производная

Если из уравнения можно выразить производную неизвестной функции, то оно примет вид:

$$y'=f(x,y);$$

Это уравнение называется ДУ первого порядка, решенным относительно первой производной

Например:

(y’)^2=x^2+y^2>y’=+-sqr x^2+y^2

Решением ДУ первого порядка называется функция у= φ (х), определенная на некотором интервале (a,b) , которая при подстановке ее в уравнение обращает его в тождество.

Теорема Коши

Пусть дано ДУ:

y’=f(x,y)

Если функция f(x,y) и ее частная производная f‘y(x,y) непрерывны в некоторой области D плоскости x,0,y , то в некоторой окрестности любой внутренней точки (x0, y0) этой области существует единственное решение этого уравнения, удовлетворяющего условию x=x0, y=y0.

Условия, задающие значения функции в фиксированной точке называются начальными условиями (условиями Коши):

$$y|_{x=X_o}=Y_o$$

Рассмотрим уравнение

$y' = 2x$

Правая часть этого уравнения удовлетворяет всем условиям теоремы Коши во всех точках плоскости x,0,y :

Функции $f(x,y)=2x$ и $f`y=0$ определены и непрерывны на всей плоскости.

Общее решение уравнения:

$y=x^2+C$