

# Методика преподавания математики и информатики

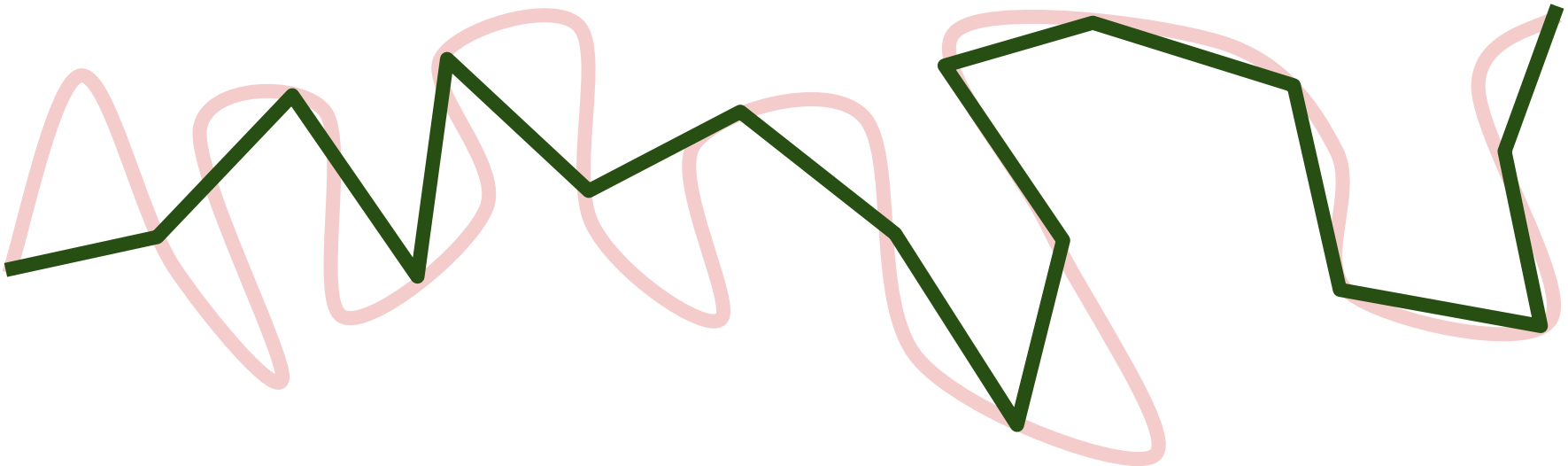
## *Занятие 2*

# **Степень и логарифм**

М. А. Посицельская,  
А. Б. Дронзик, А. А. Муранов

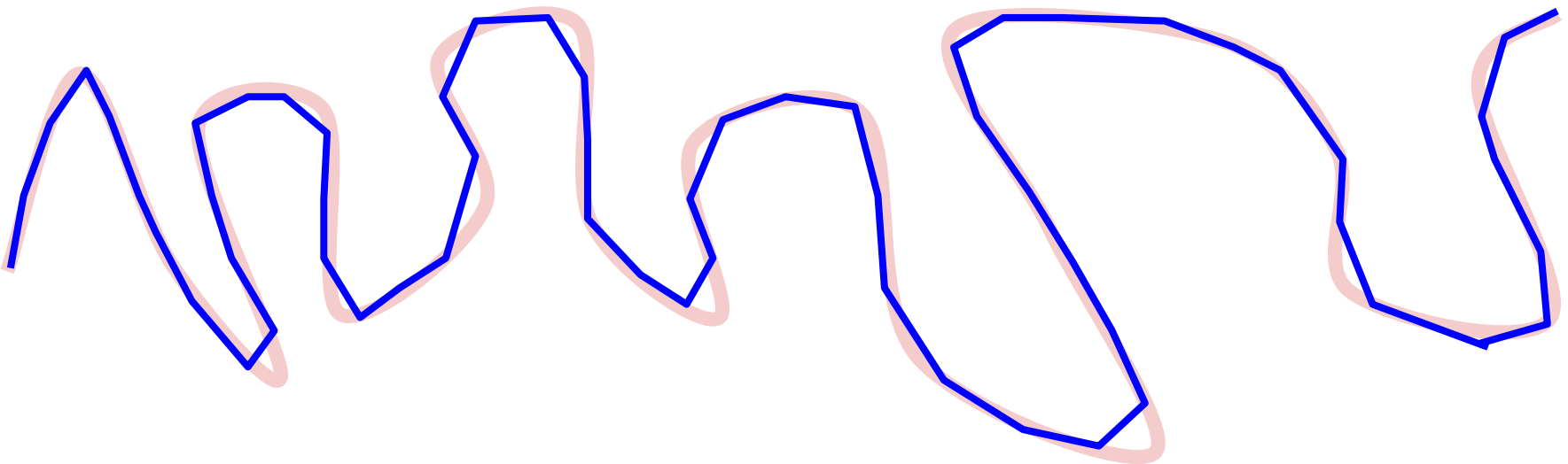
# Измерение длины кривой

- Может так получиться, что одну и ту же кривую измеряют с разным шагом.
- Например, итальянцы меряют границу с шагом 5 км:



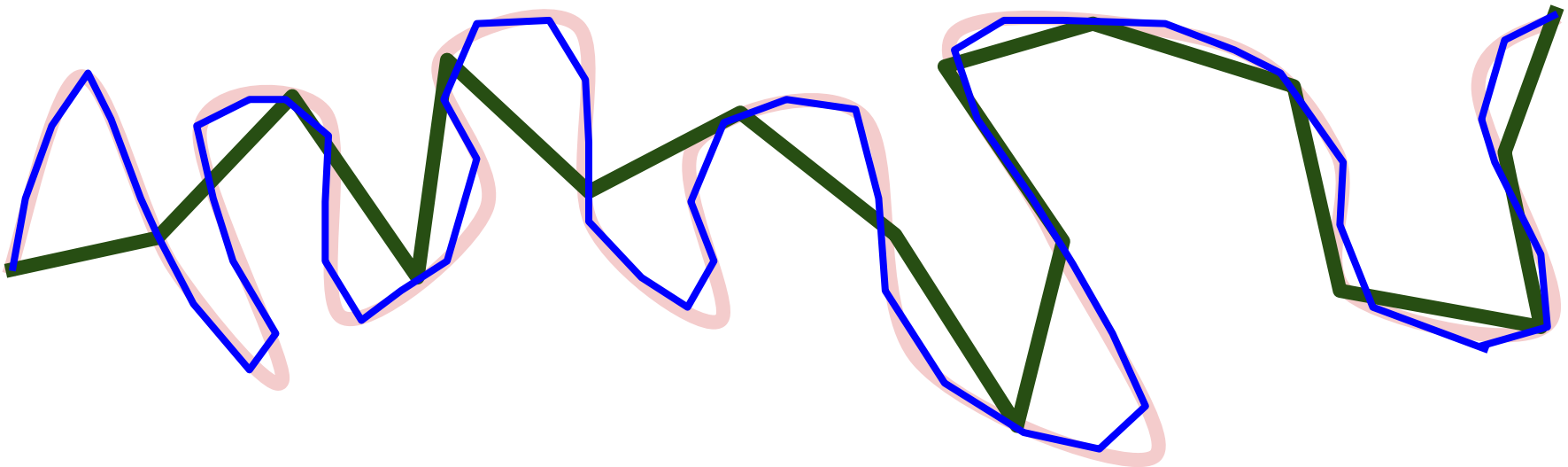
# Измерение длины кривой

- Может так получиться, что одну и ту же кривую измеряют с разным шагом.
- Например, итальянцы меряют границу с шагом 5 км, а французы меряют ту же границу с шагом в 1 км:

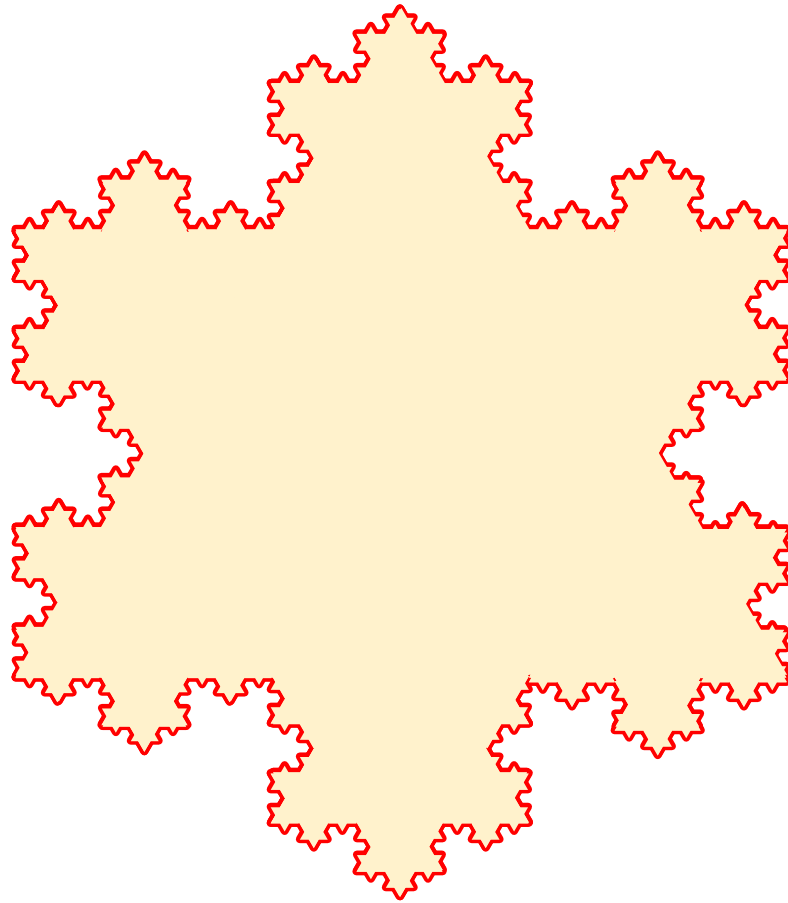


# Измерение длины кривой

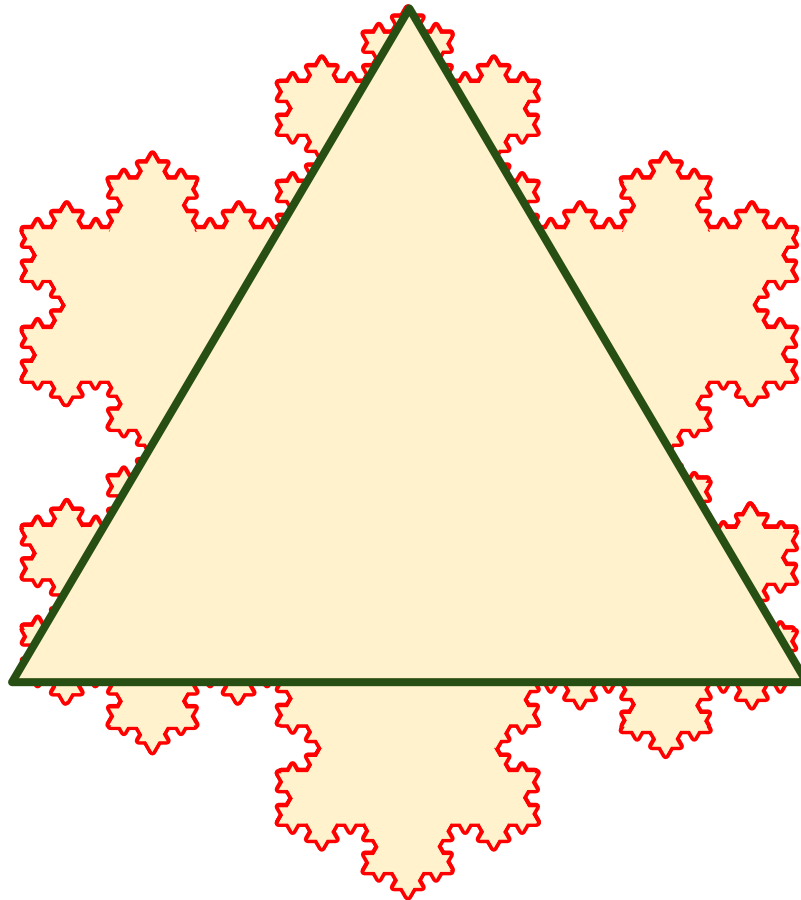
- Зелёная линия (итальянская) значительно короче синей.
- Синяя линия (французская) значительно ближе к реальной линии границы.



# Кривая бесконечной длины

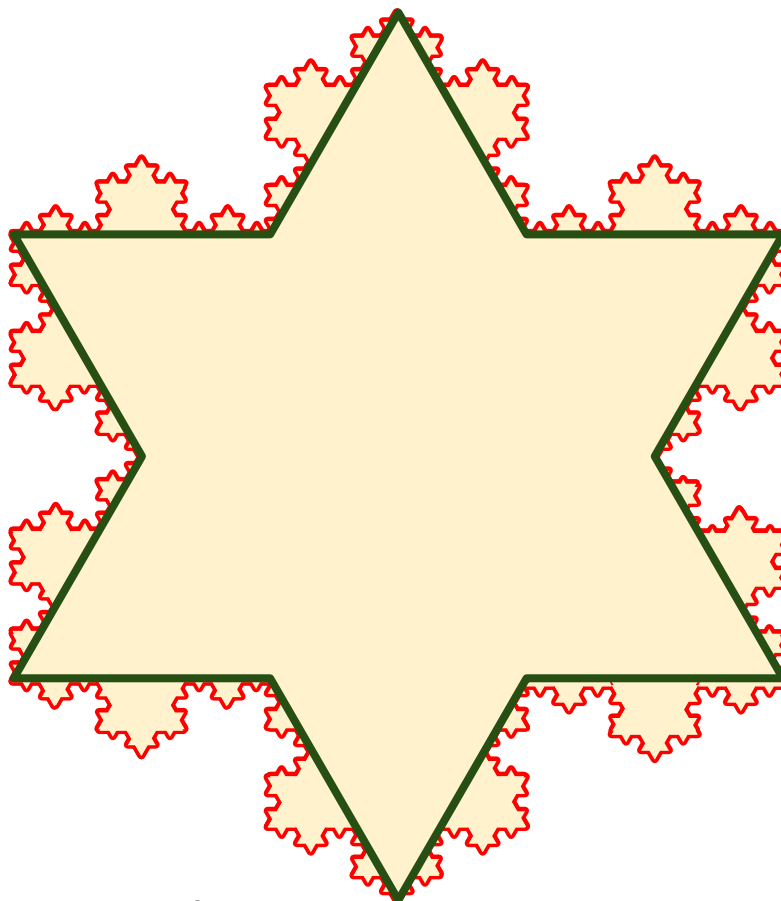


# Кривая бесконечной длины



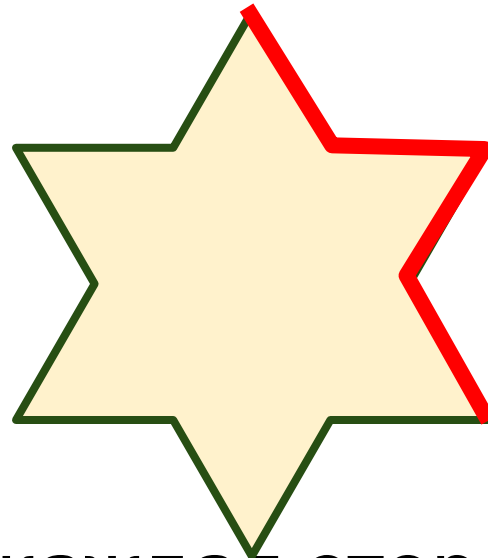
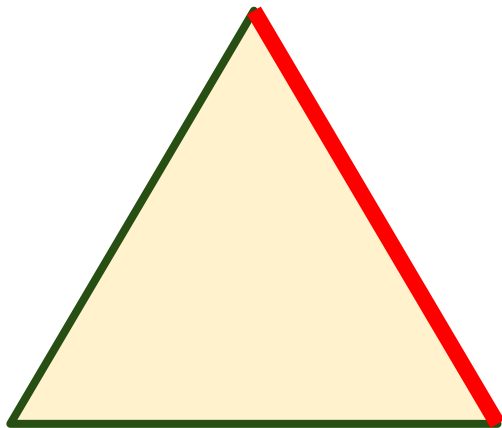
Если измерять с шагом 1,  
получается 3.

# Кривая бесконечной длины



С шагом  $1/3$  получается 12-  
угольник.

# Кривая бесконечной длины



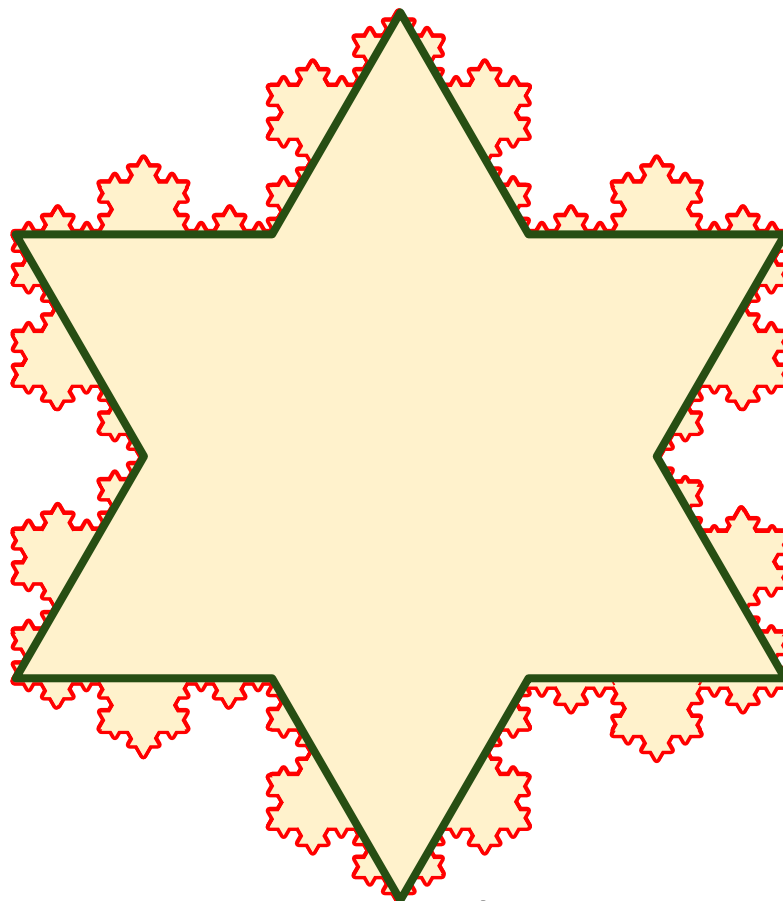
При уменьшении шага каждая сторона заменилась на ломаную из четырёх звеньев.

Средняя треть отрезка заменилась на два отрезка такой же длины.

Длина ломаной увеличилась в  $4/3$  раза.

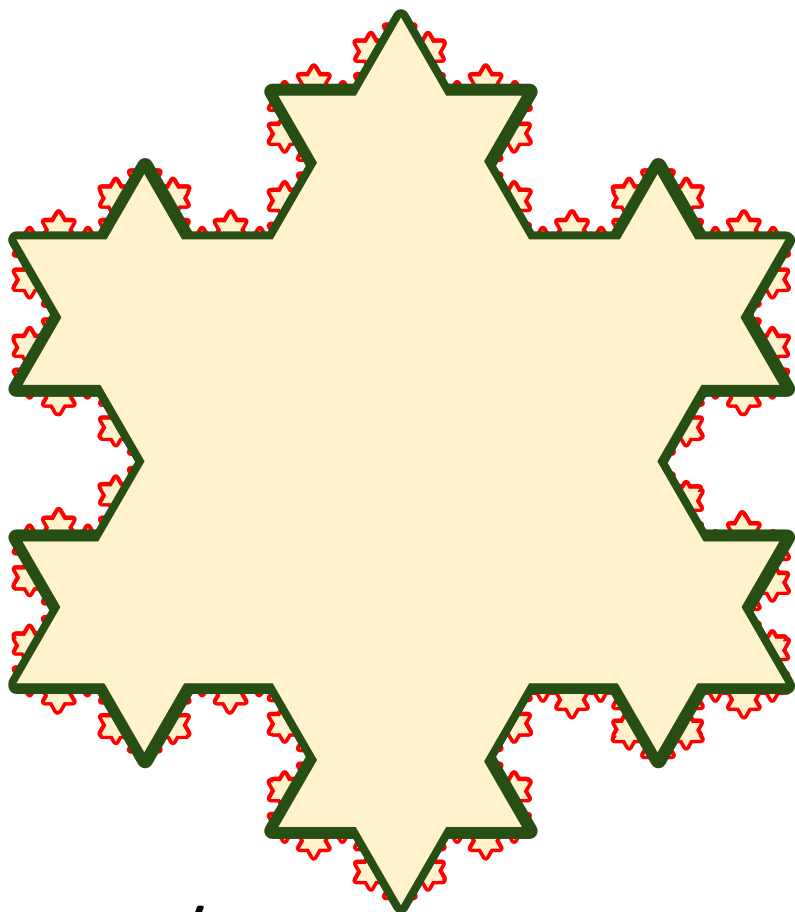


# Кривая бесконечной длины



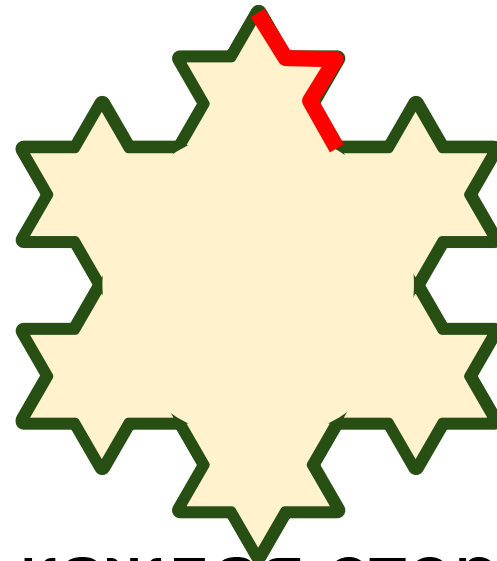
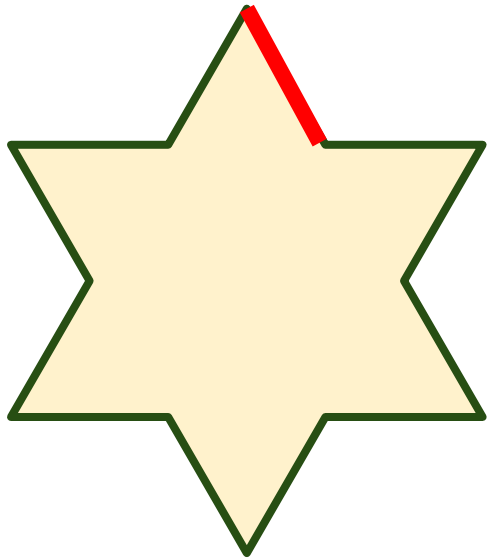
Длина увеличилась в  $4/3$  раза и стала равна 4.

# Кривая бесконечной длины



С шагом  $1/9$  получается 48-угольник.

# Кривая бесконечной длины

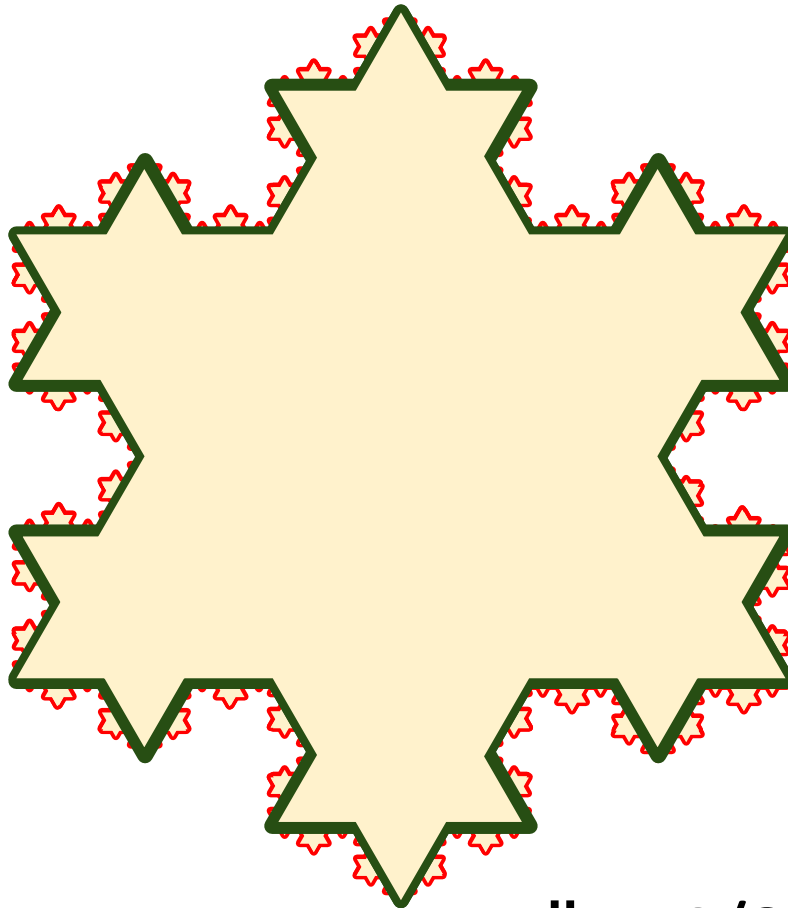


При уменьшении шага каждая сторона заменилась на ломаную из четырёх звеньев.

Средняя треть отрезка заменилась на два отрезка такой же длины.

Длина ломаной увеличилась в  $4/3$  раза.

# Кривая бесконечной длины



С шагом  $1/9$  получается ещё в  $4/3$  раза больше.

# Кривая бесконечной длины

Чем меньше шаг измерения, тем больше длина кривой.

шаг измерения	1	1/3	1/9	1/27	1/(27*27)
длина, не меньше	3	4	16/3	64/9 > 6	... > 12

При переходе от шага 1 к шагу  $1/27$  результат измерения удвоился (было 3, стало  $> 6$ ).

При переходе от шага  $1/27$  к шагу  $1/(27 \times 27)$  результат измерения снова удвоится

# Многократное удвоение

Сколько раз нужно удваивать число, чтобы оно выросло в 1 000 раз?  $\log_2 1000 = ?$

сколько раз удваиваем	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
во сколько раз больше										

Сколько раз нужно удваивать число, чтобы оно выросло в 1 000 000 раз?

$$\log_2 1000\ 000 = ?$$

# Двоичный логарифм

Двоичный логарифм числа - это количество двоек, которые нужно перемножить, чтобы получить это число.

число	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
двоичный логарифм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

число	1 000	1 000 000	1 000 000 000
двоичный логарифм			

# Десятичный логарифм

Десятичный логарифм числа - это количество десятков, которые нужно перемножить,

чтобы получить это число.

число	10	100	1000	10 000	100 000
десятичный логарифм					

число	1 000 000	10 000 000	1 000 000 000
десятичный логарифм			



# Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую  
сделали  
из большого листа, 50 раз сложив его  
вдвое?

# Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую  
сделали  
из большого листа, 50 раз сложив его  
вдвое?

Толщина листа бумаги: 100 листов = 1 см

# Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую сделали из большого листа, 50 раз сложив его вдвое?

В книге, сложенной 10 раз,  $2^{10} \approx 10^3$  листов.

В сложенной 20 раз  $2^{10} \times 2^{10} \approx 10^6$  листов.

В сложенной 50 раз

$$2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \approx 10^{15} \text{ листов.}$$

Какую толщину имеют столько листов?

# Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую сделали из большого листа, 50 раз сложив его вдвое?

В книге, сложенной 50 раз,  $2^{50} \approx 10^{15}$  листов.

Какую толщину имеют столько листов?

$10^2 = 100$  листов  $\approx 1$  см

$10^{2+13}$  листов  $\approx 10^{13}$  см =  $10^{11}$  м =  $10^8$  км

расстояние от Земли до Солнца 150 млн

# Сколько в ведре напёрстков?

В системе развивающего обучения детям ставили задачу: измерить объём ведра в напёрстках. Давайте и мы попробуем решить эту задачу.

# Некоторые итоги

Степень - это многократное умножение.

Логарифм - это количество множителей, необходимых для получения данного числа.

При измерении используют разные мерки.

Для транзитного пересчёта величин из одной мерки в другую через промежуточную используют умножение.