

Алгоритм Беллмана – Форда

Поиск кратчайшего пути в ориентированном графе от одной вершины до остальных вершин

Описание

- Дан ориентированный граф $G = (V, E)$, в котором каждая дуга (u, v) имеет вес $w(u, v)$. Вес дуги может быть отрицательным или равняться нулю.
- Требуется найти кратчайший путь от вершины x_s до всех остальных вершин.
- Граф G не должен содержать циклов с отрицательным весом.

Алгоритм

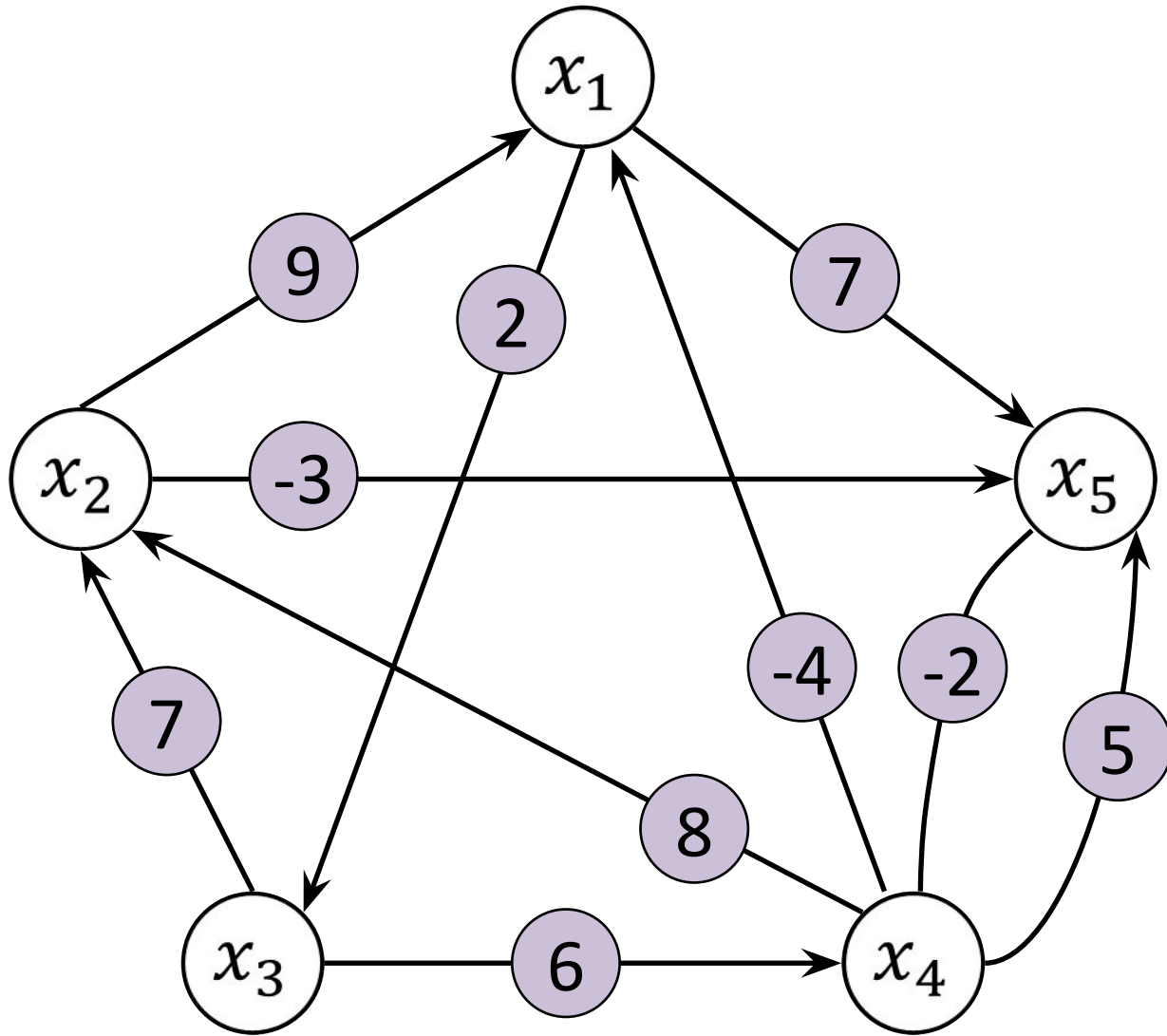
Шаг 1. Присвоить вершине x_s метку $d(x_s) := 0$, а всем остальным вершинам x_i – метку $d(x_i) := +\infty$.

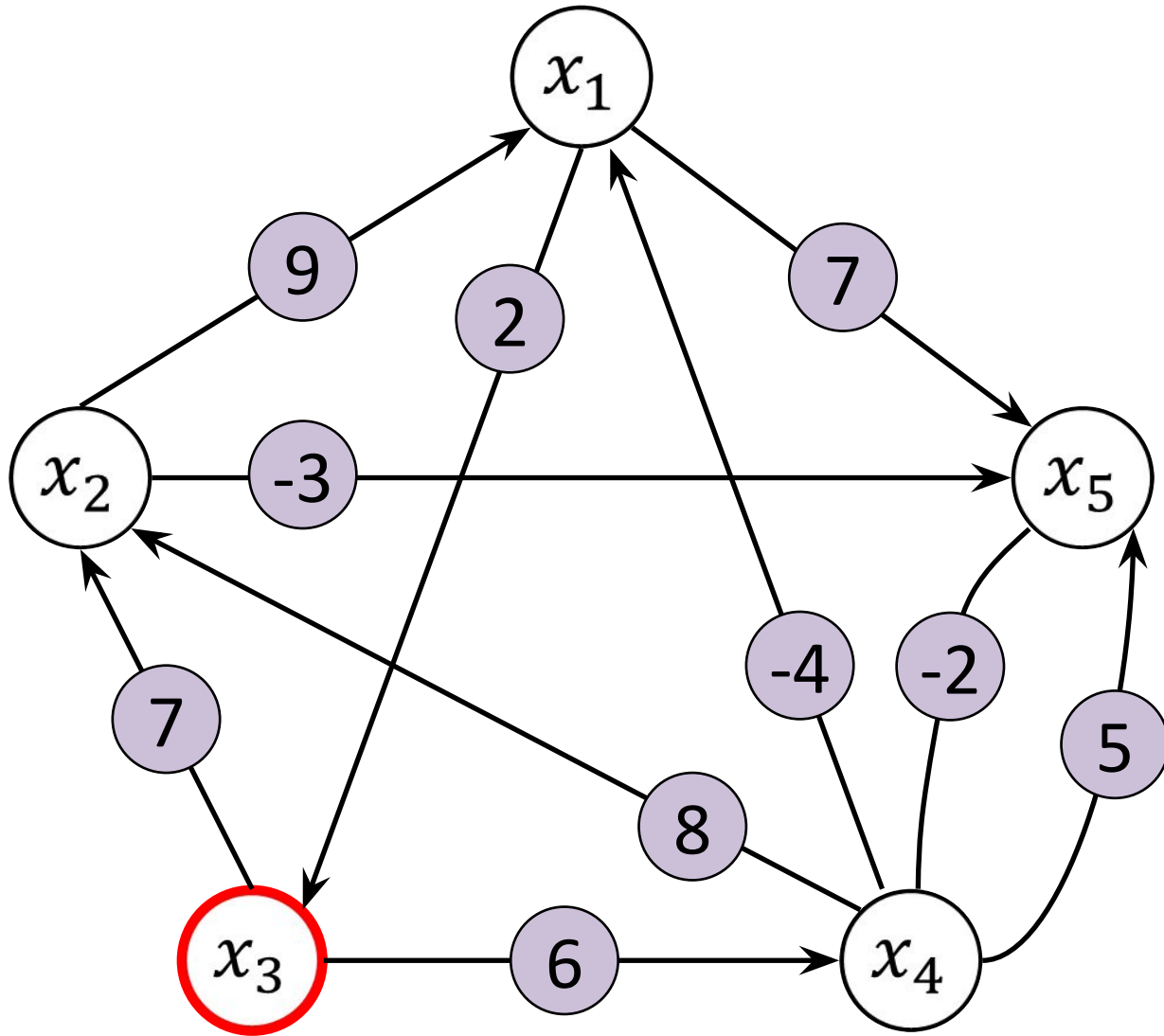
Шаг 2. Для всех i от 1 до $|V| - 1$ повторять:
для каждой дуги (u, v) выполнить:
если $d(v) > d(u) + w(u, v)$, то:
 $d(v) := d(u) + w(u, v)$,
отметить, что мы пришли в
вершину v из вершины u .

Шаг 3. Проверить, чтобы в графе не было циклов с отрицательным весом:

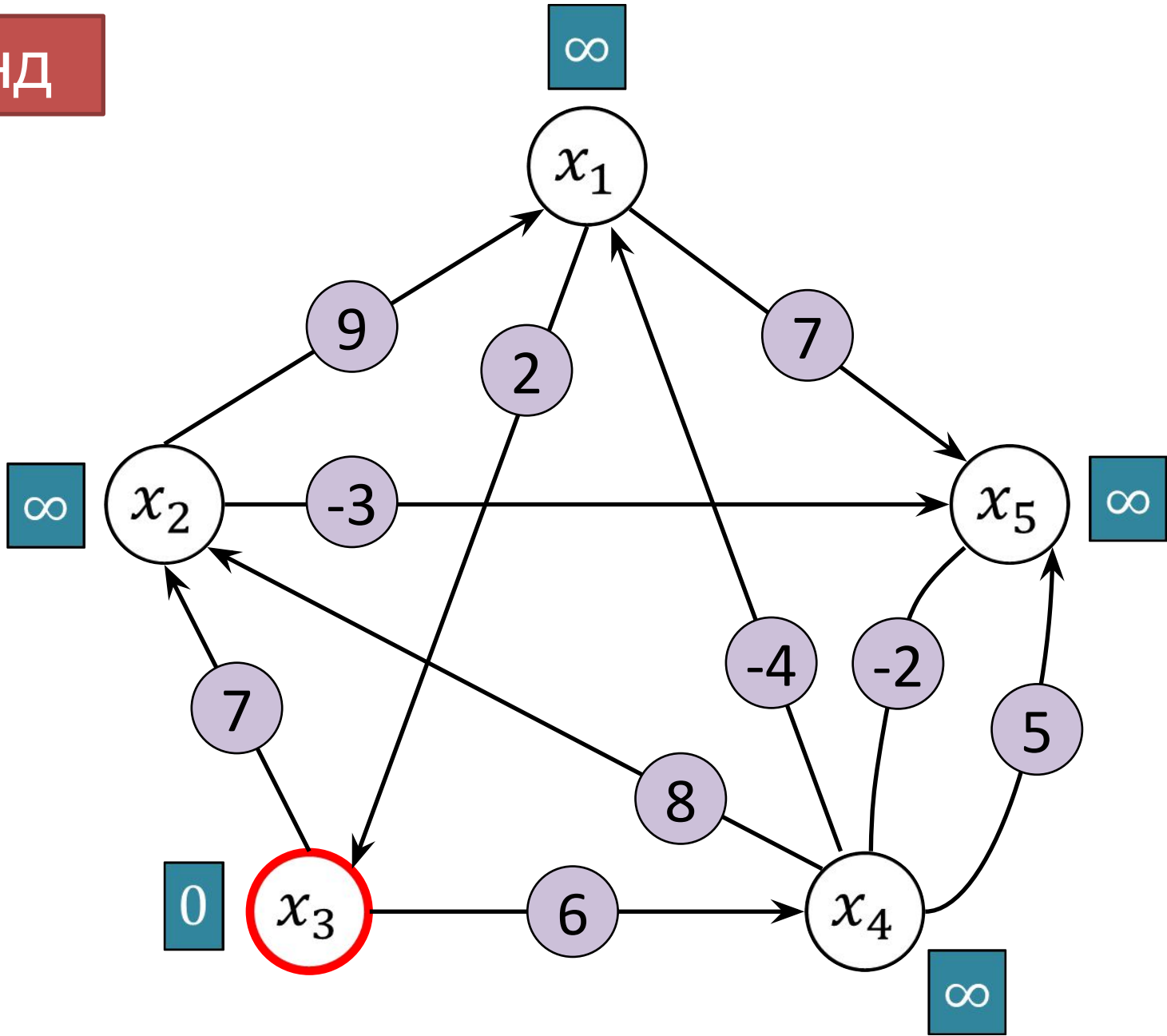
Для каждой дуги (u, v) проверить:

если $d(v) > d(u) + w(u, v)$, то выйти и сообщить, что решения нет.

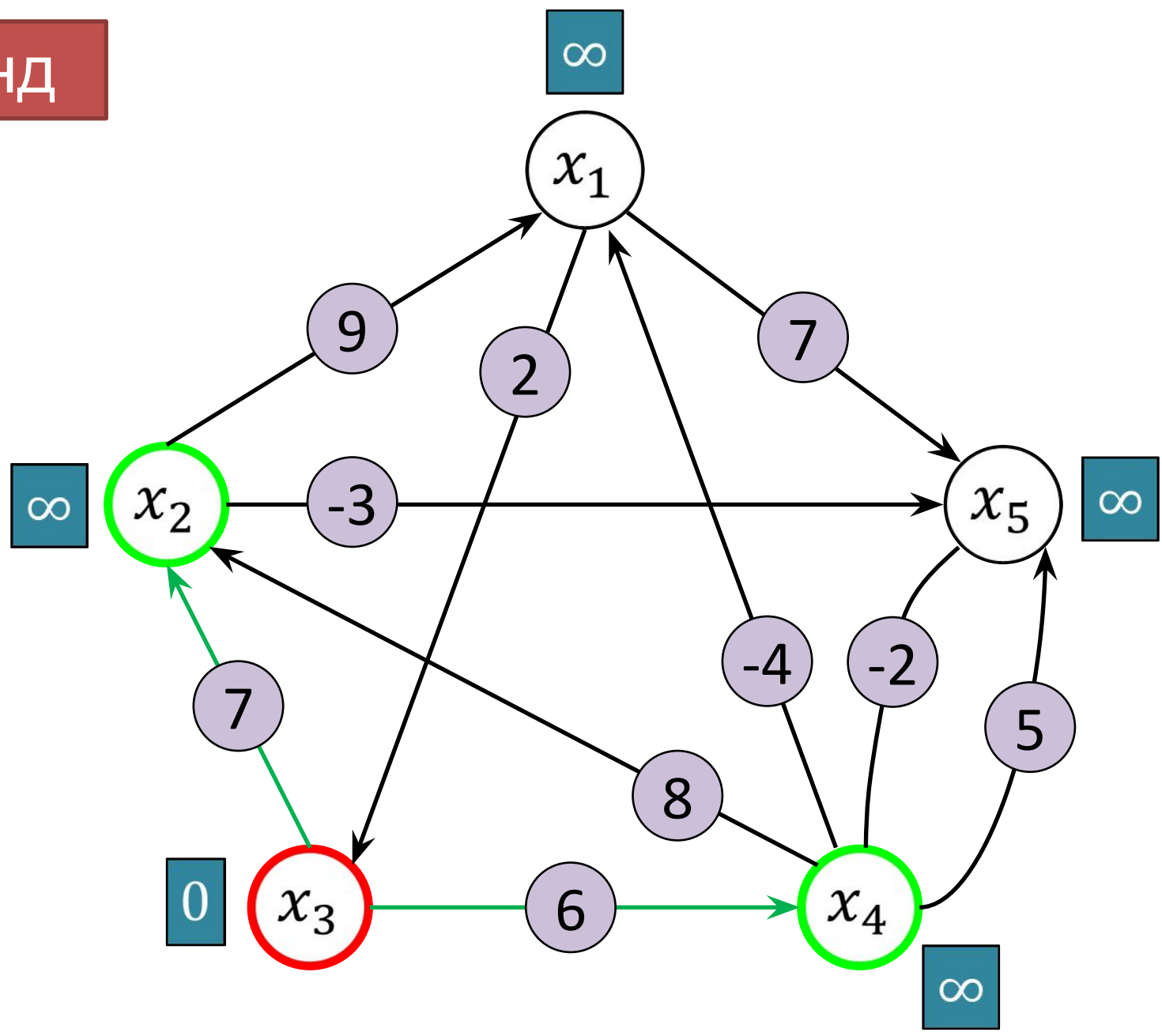




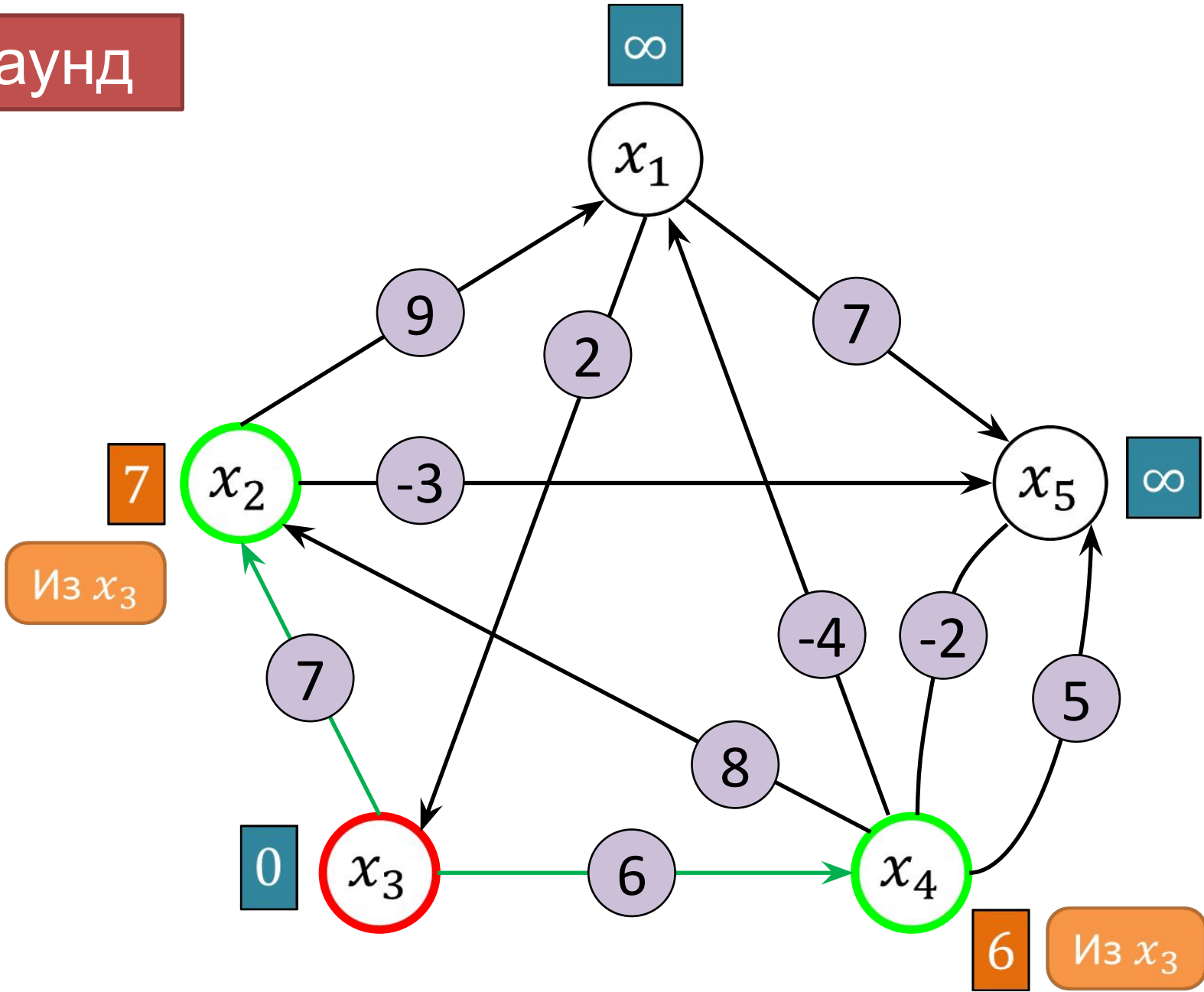
Раунд



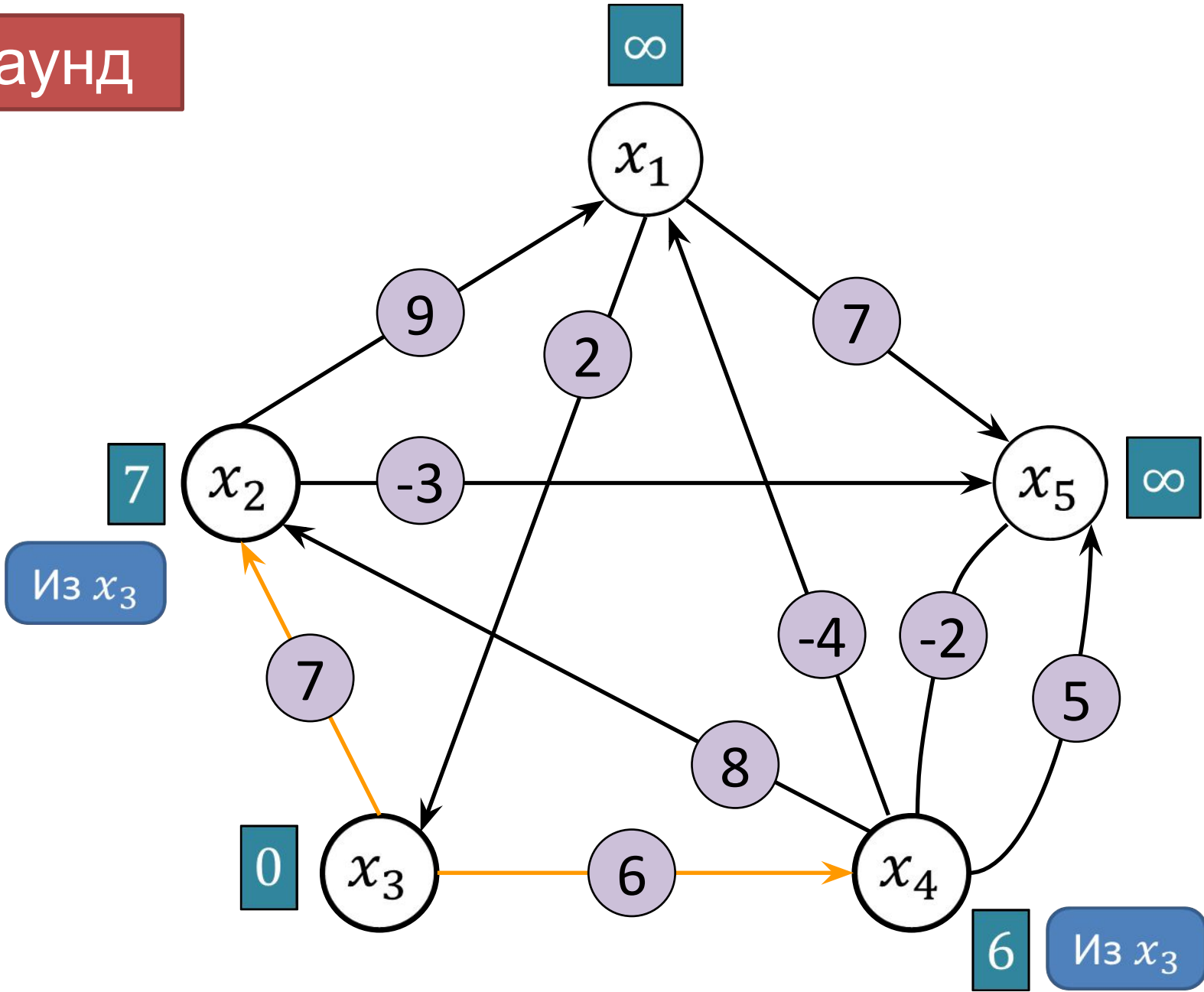
Раунд



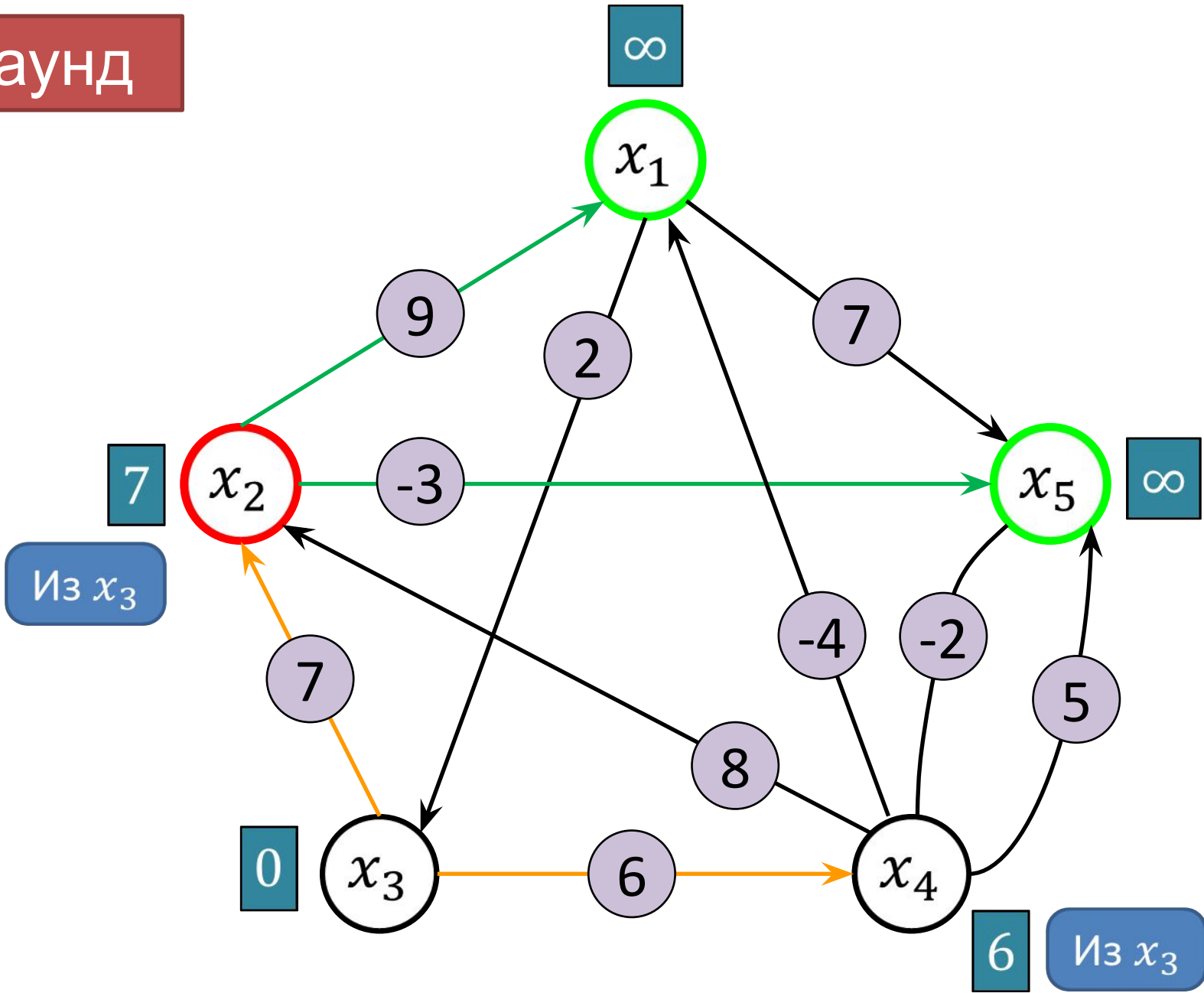
Раунд



Раунд



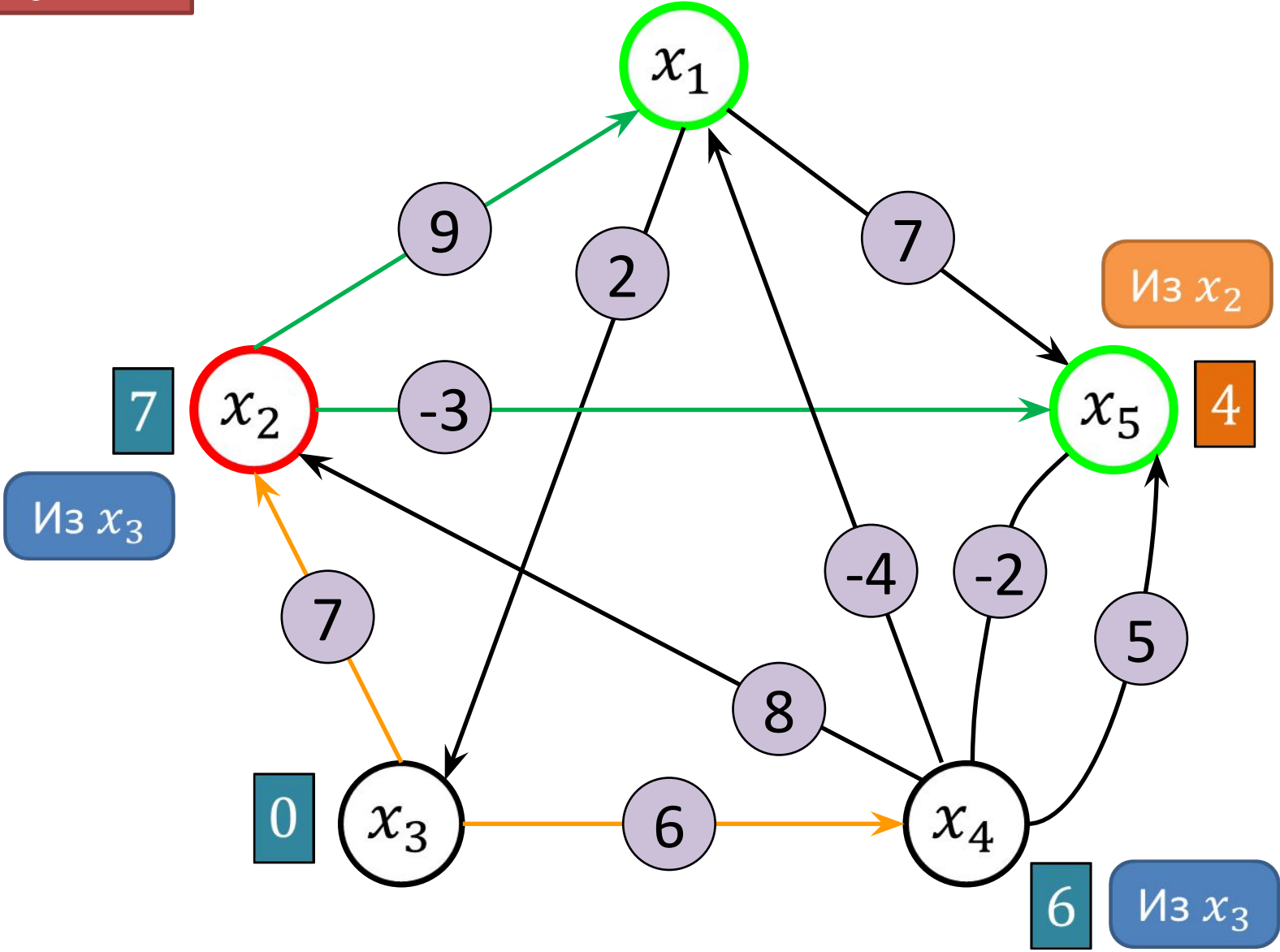
Раунд



Раунд

Из x_2 16

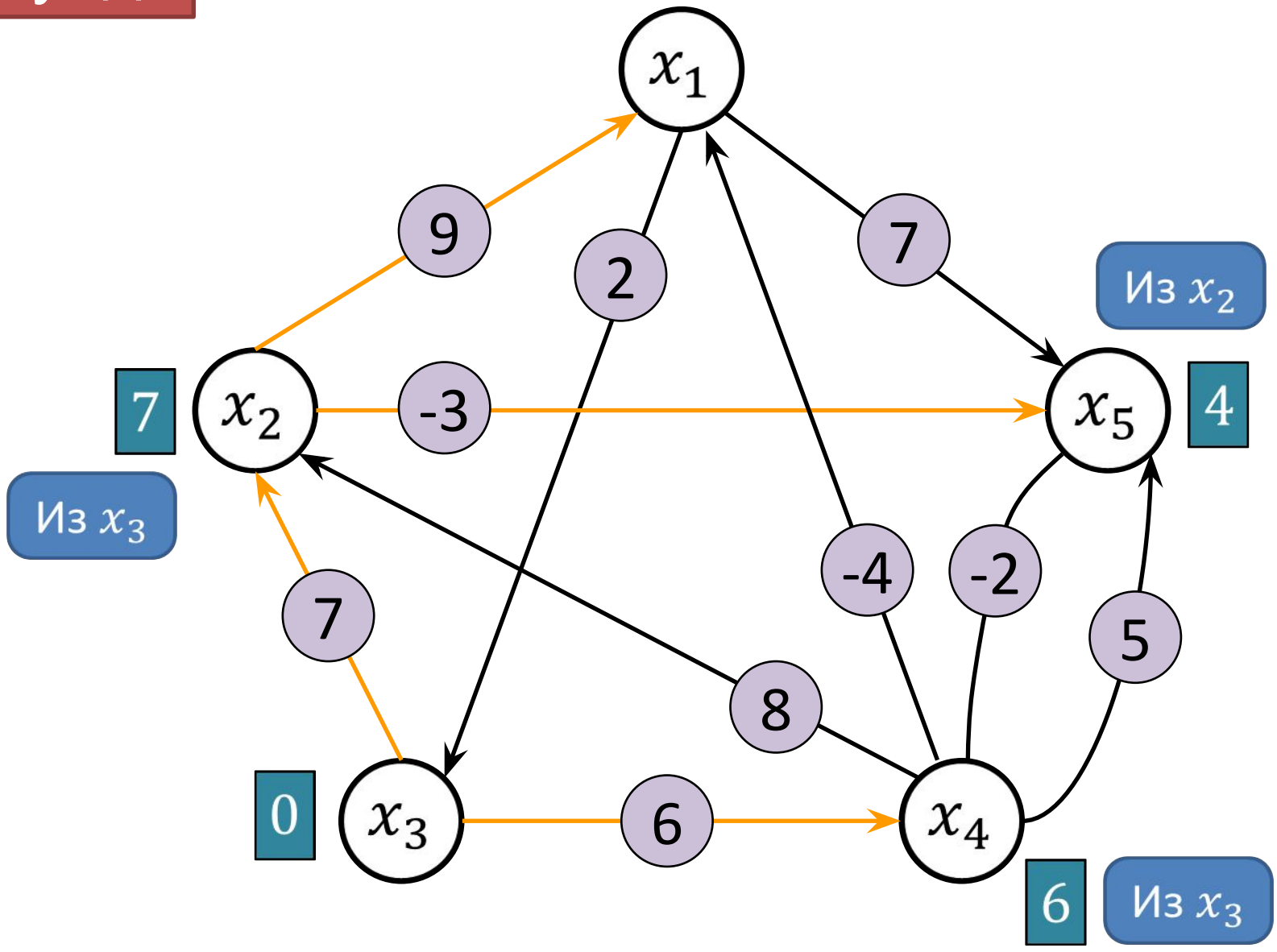
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |



Раунд

Из x_2 16

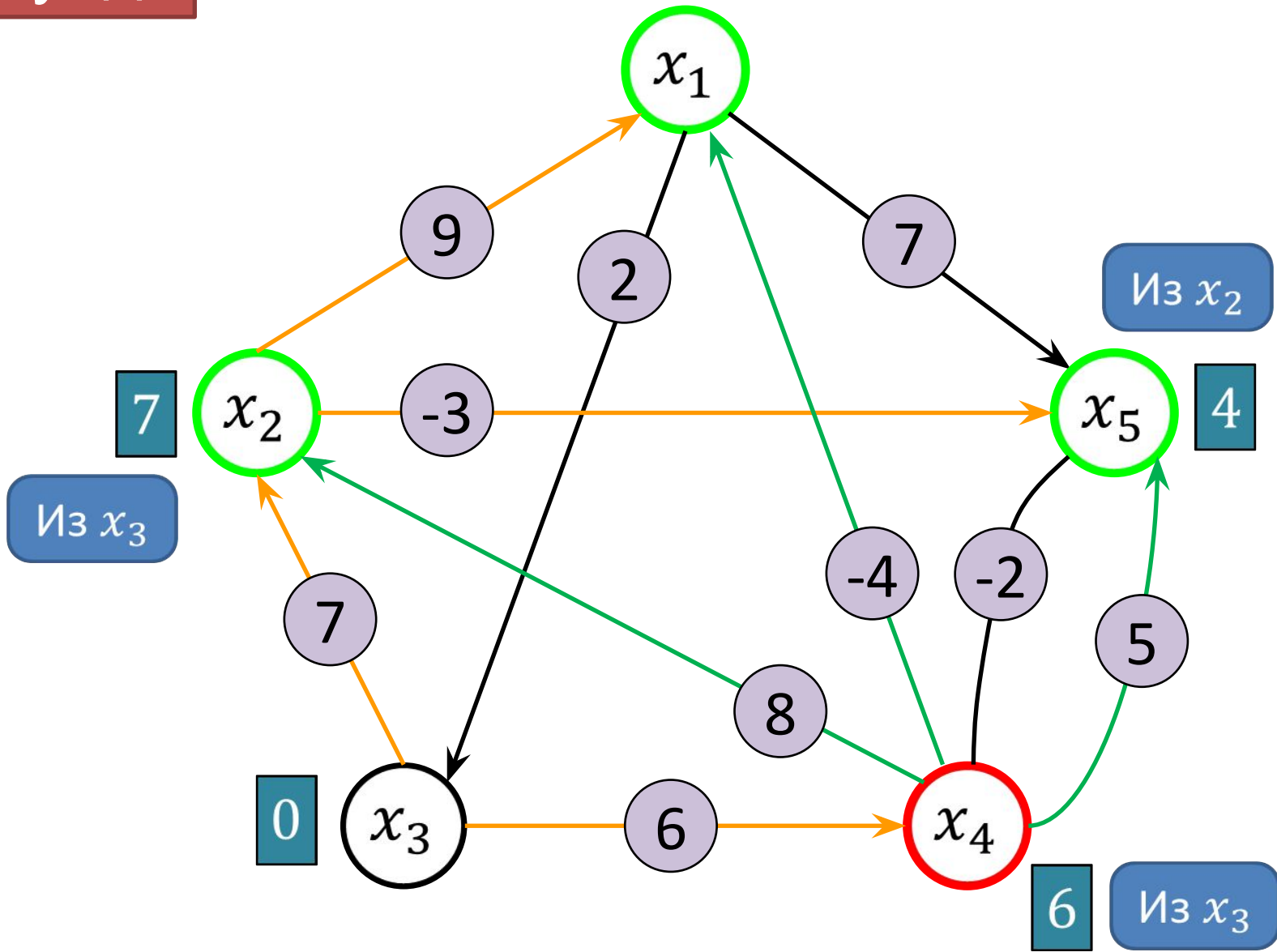
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |



Раунд

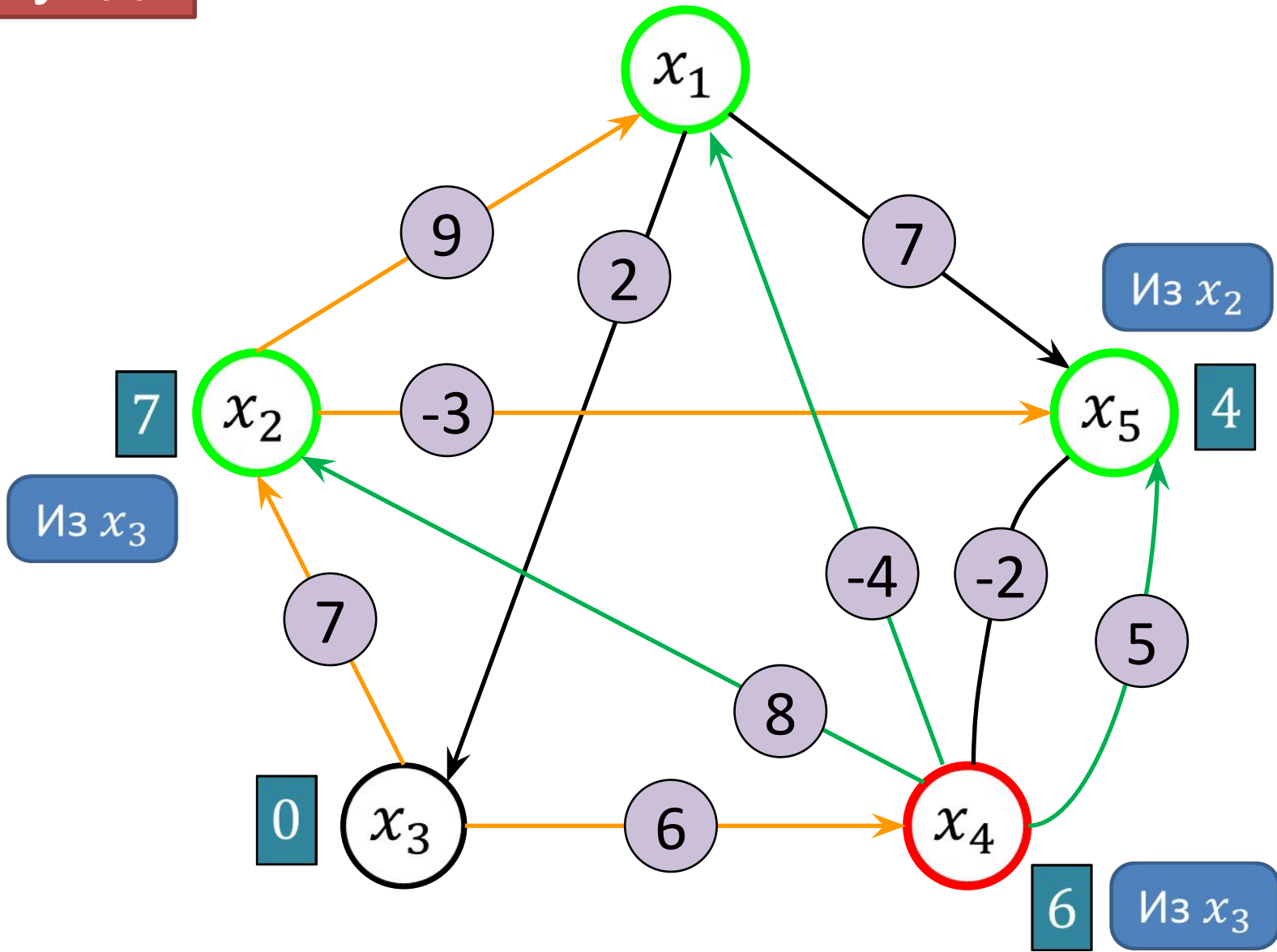
Из x_2 16

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

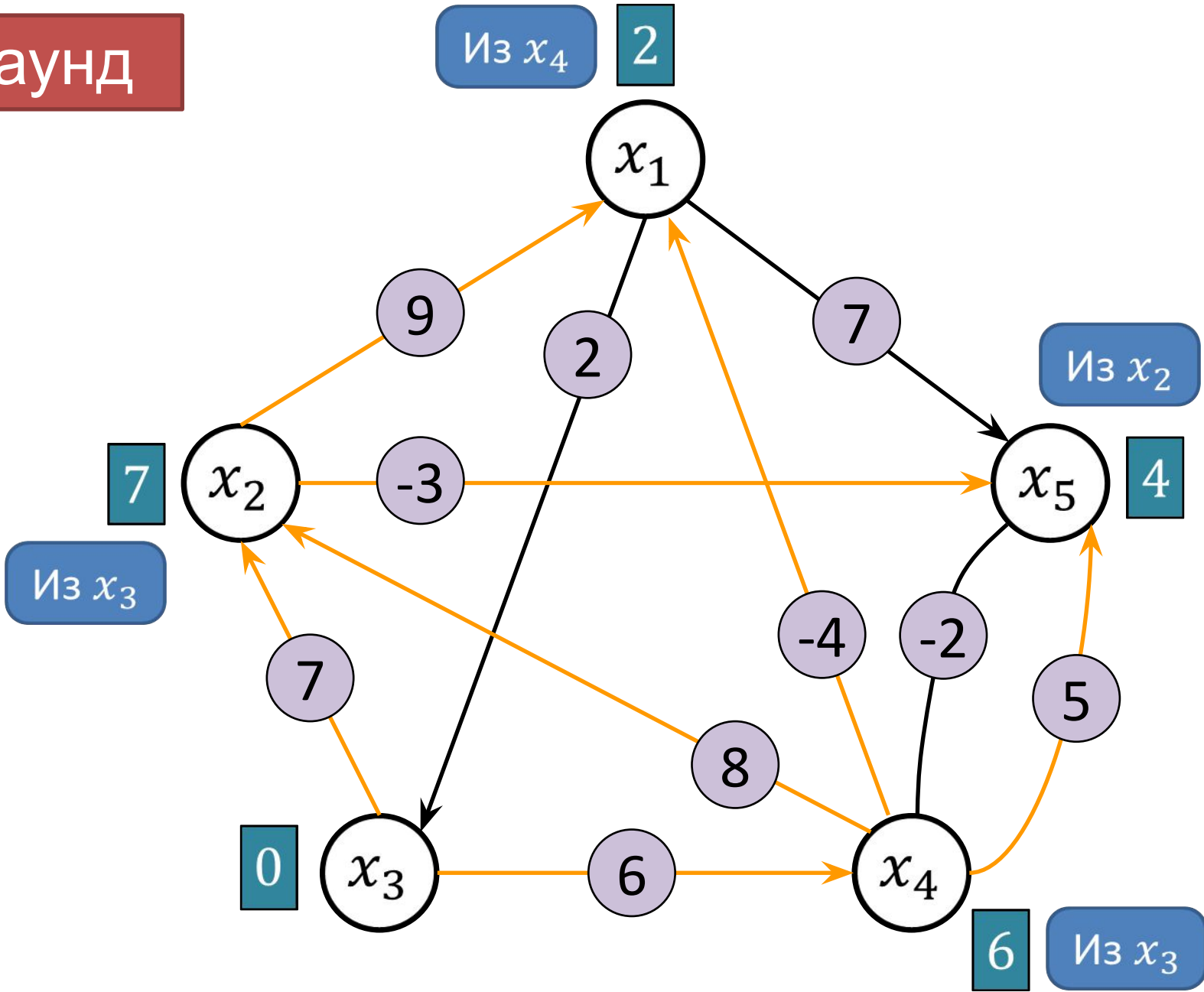


Раунд

Из x_4 2

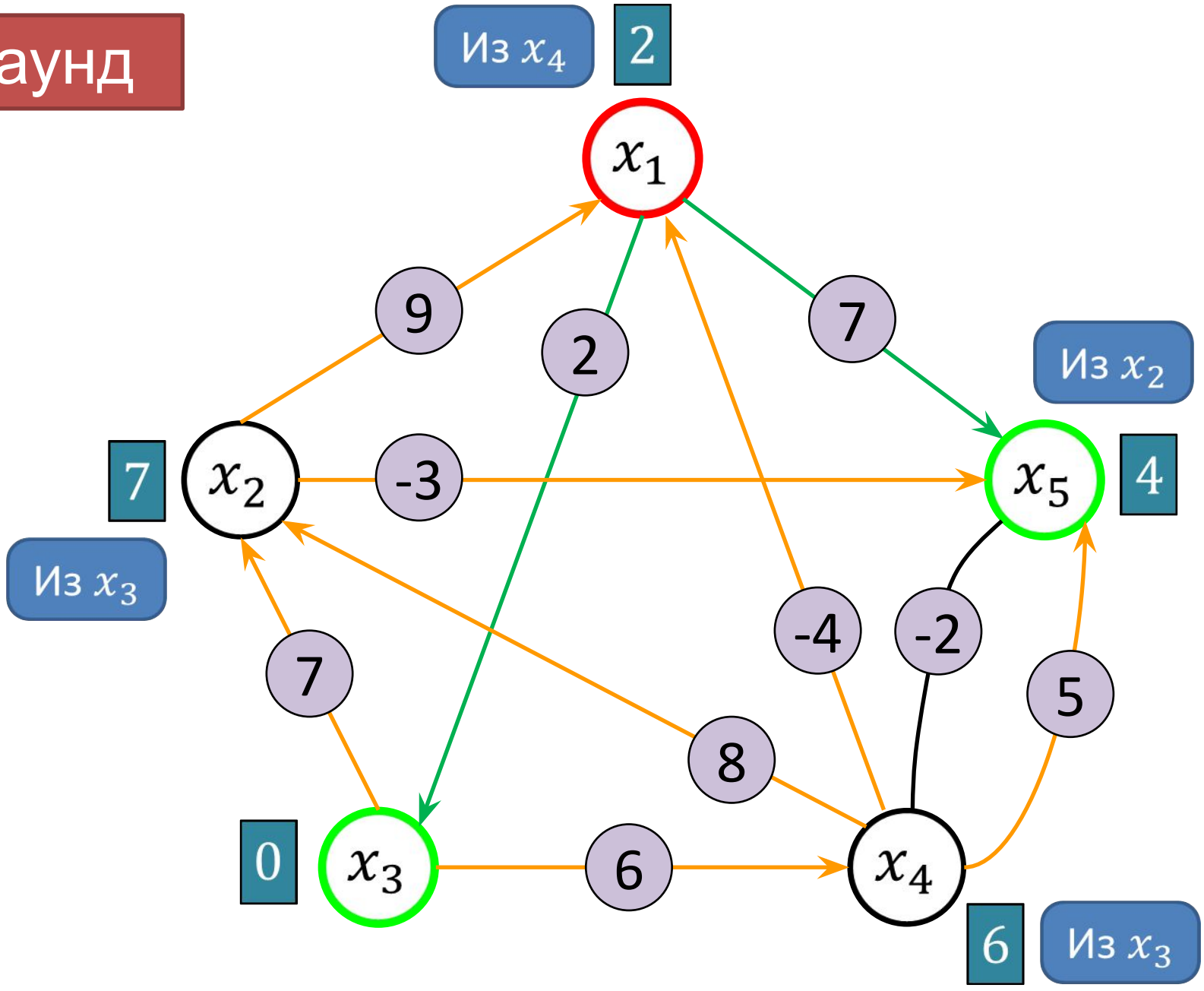


Раунд



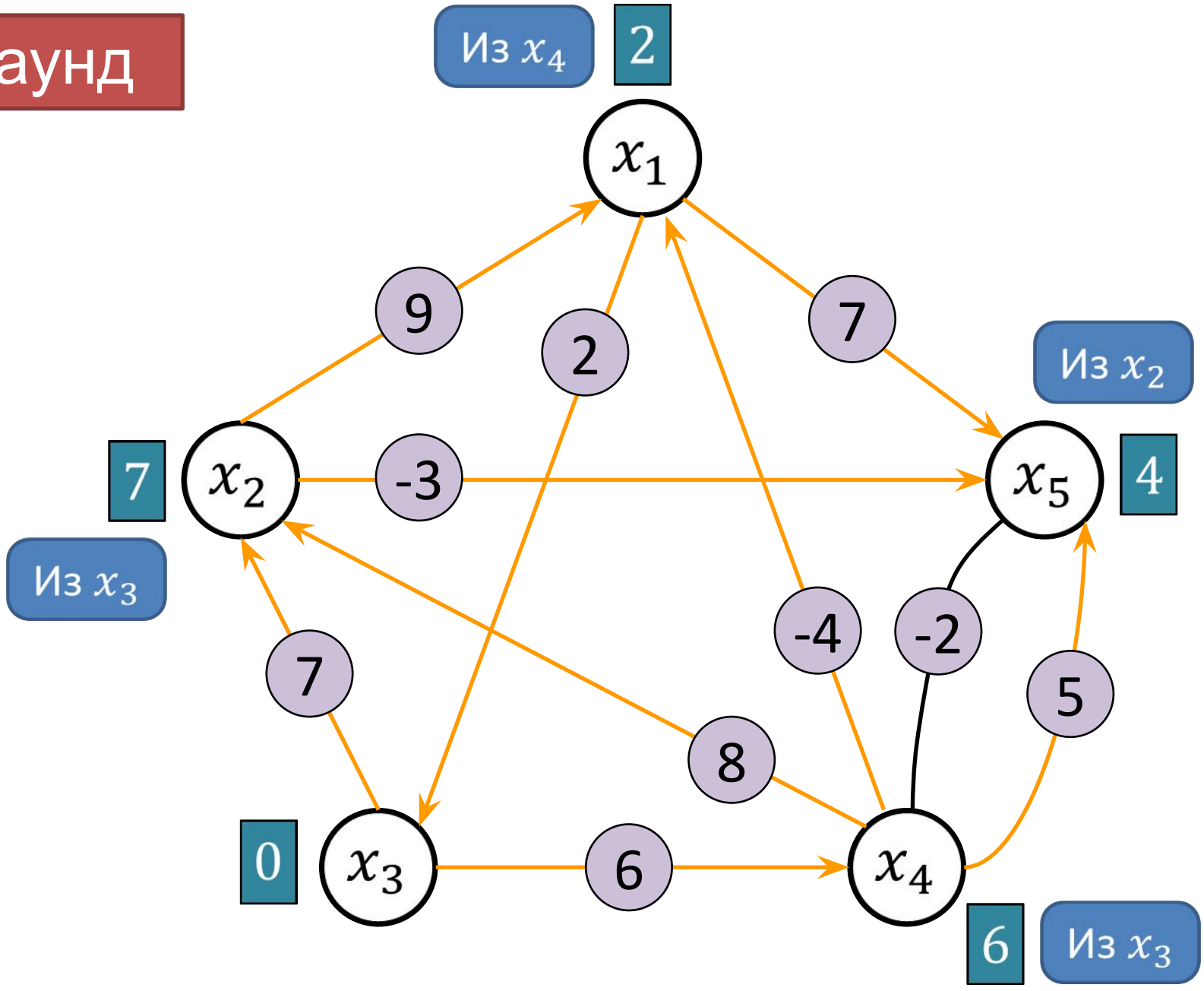
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд



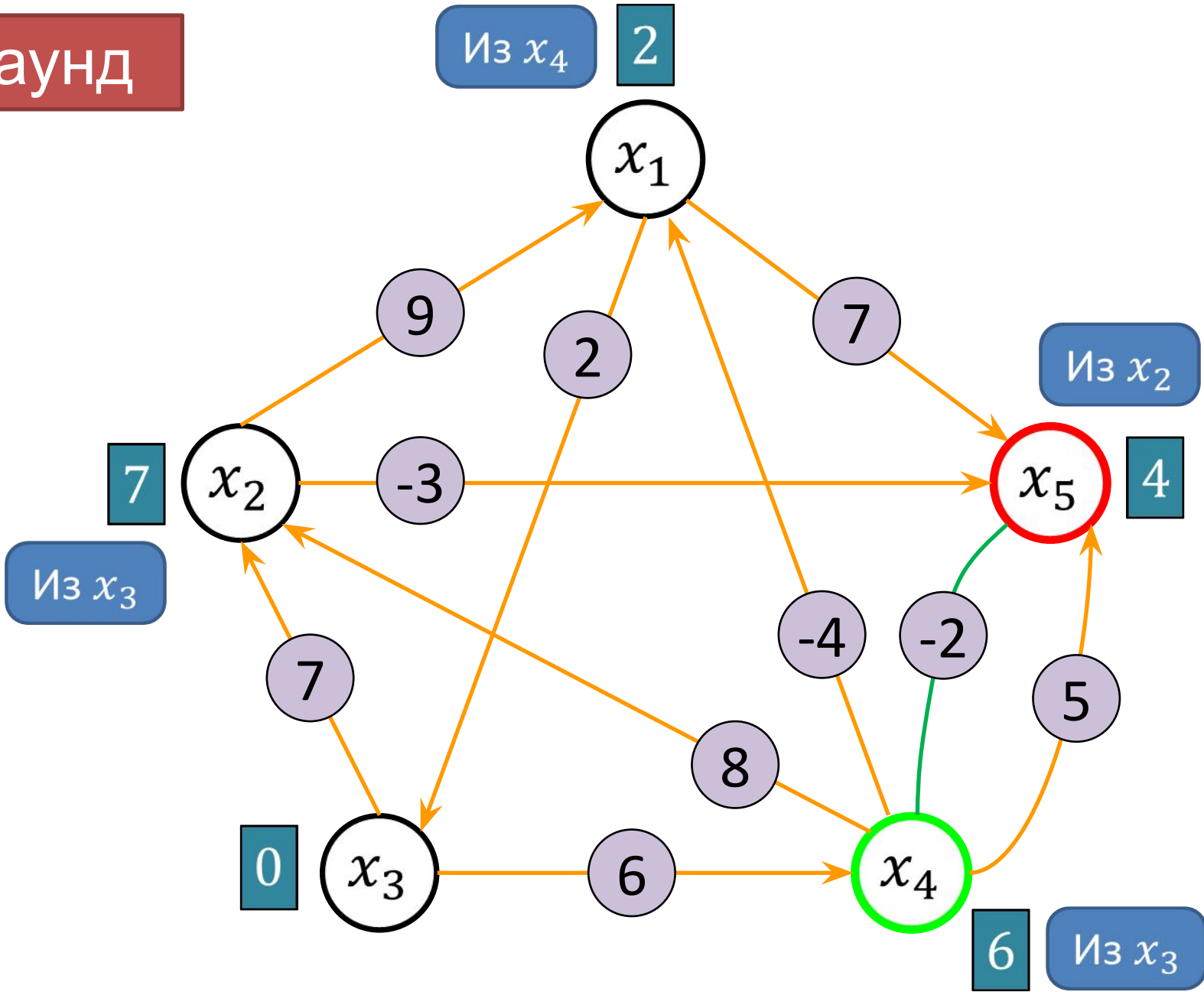
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд



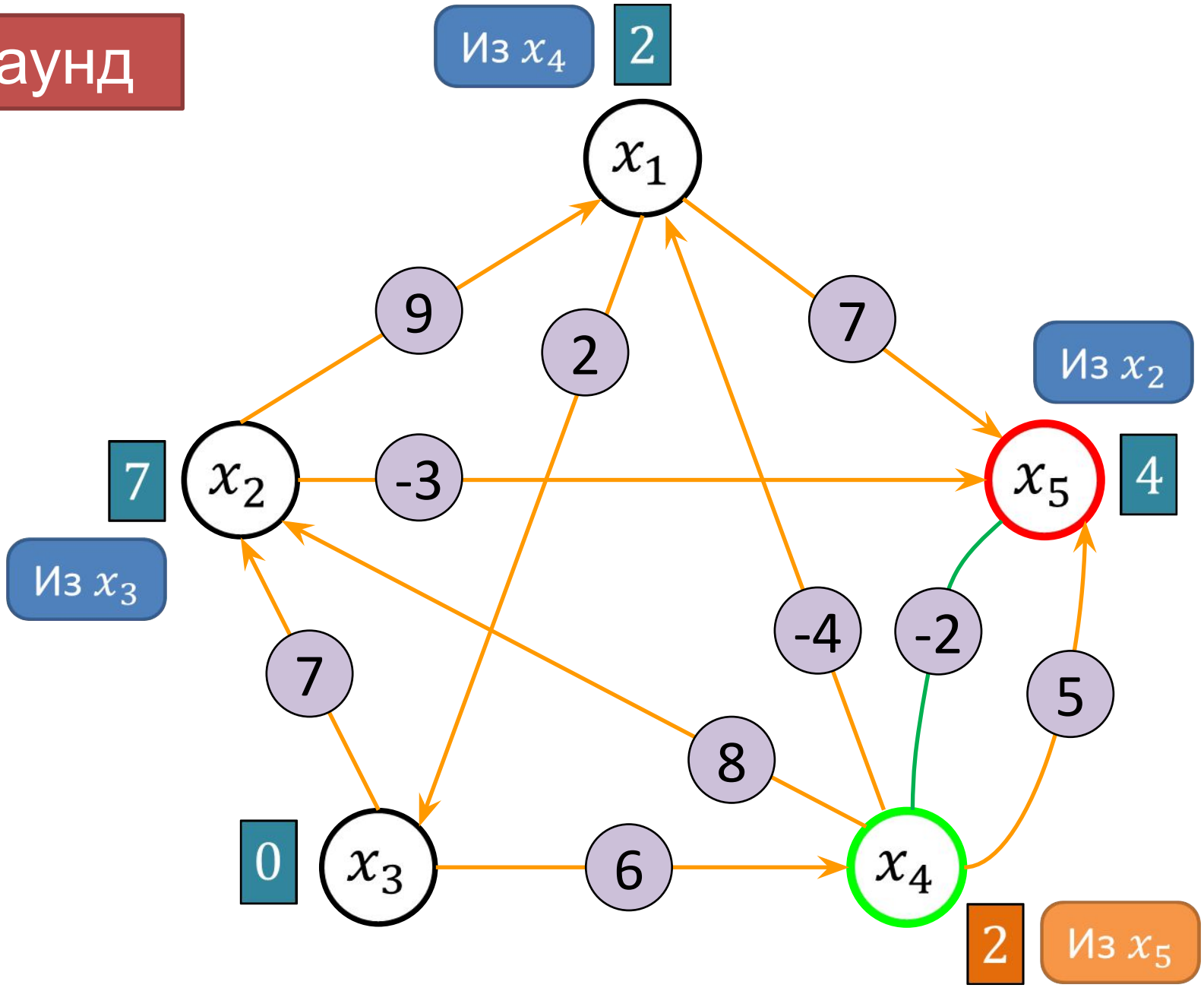
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд

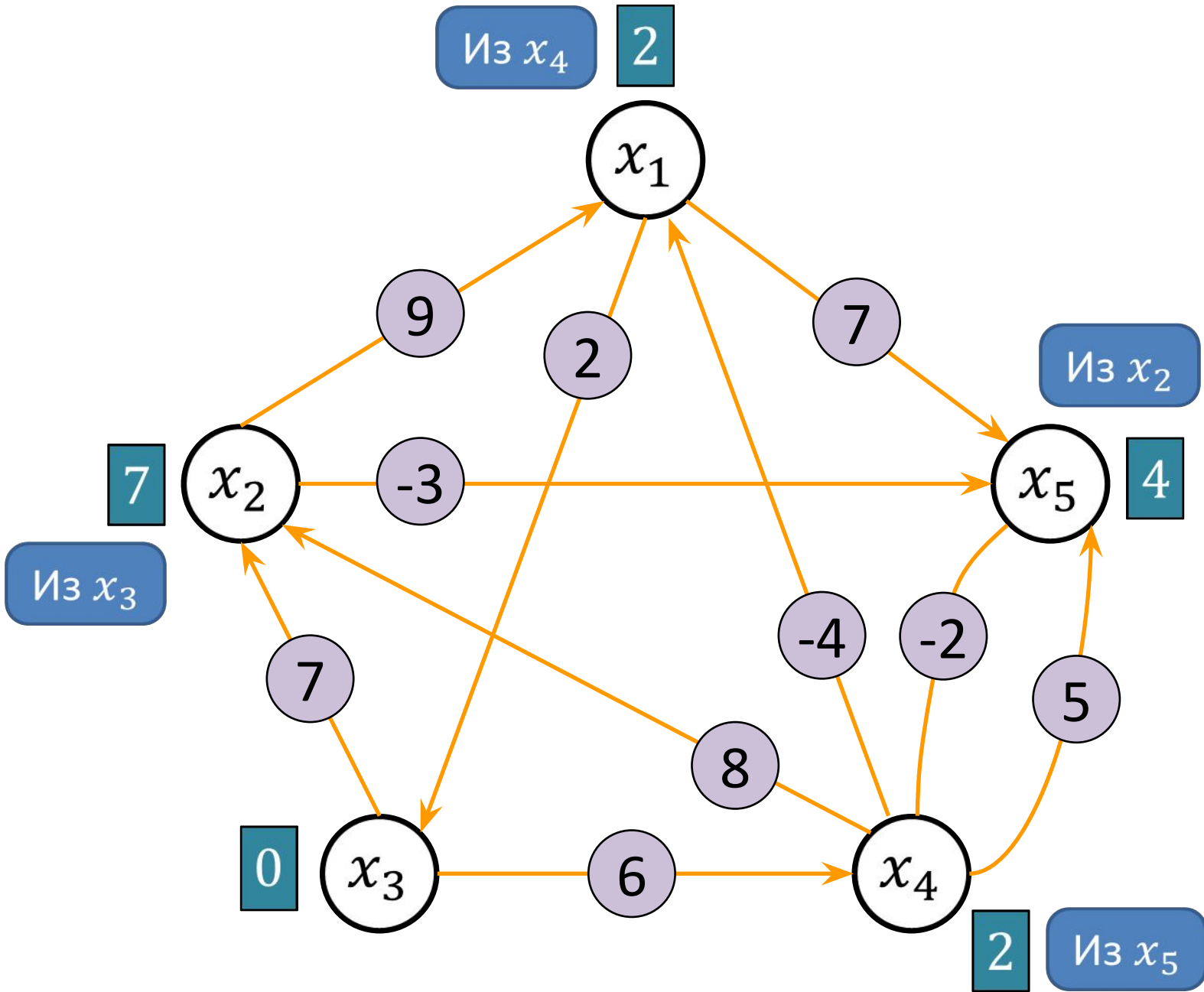


| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

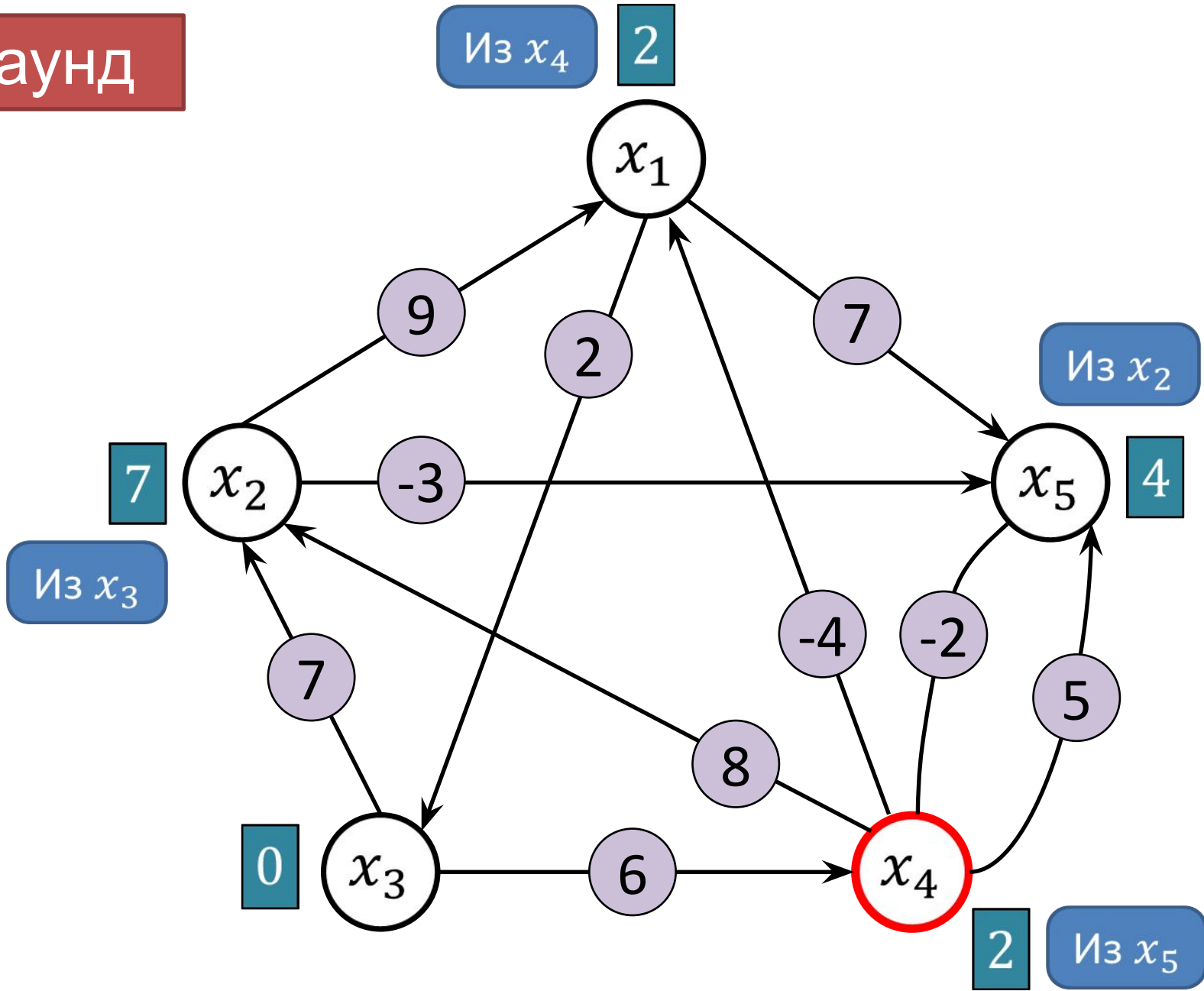
Раунд



| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

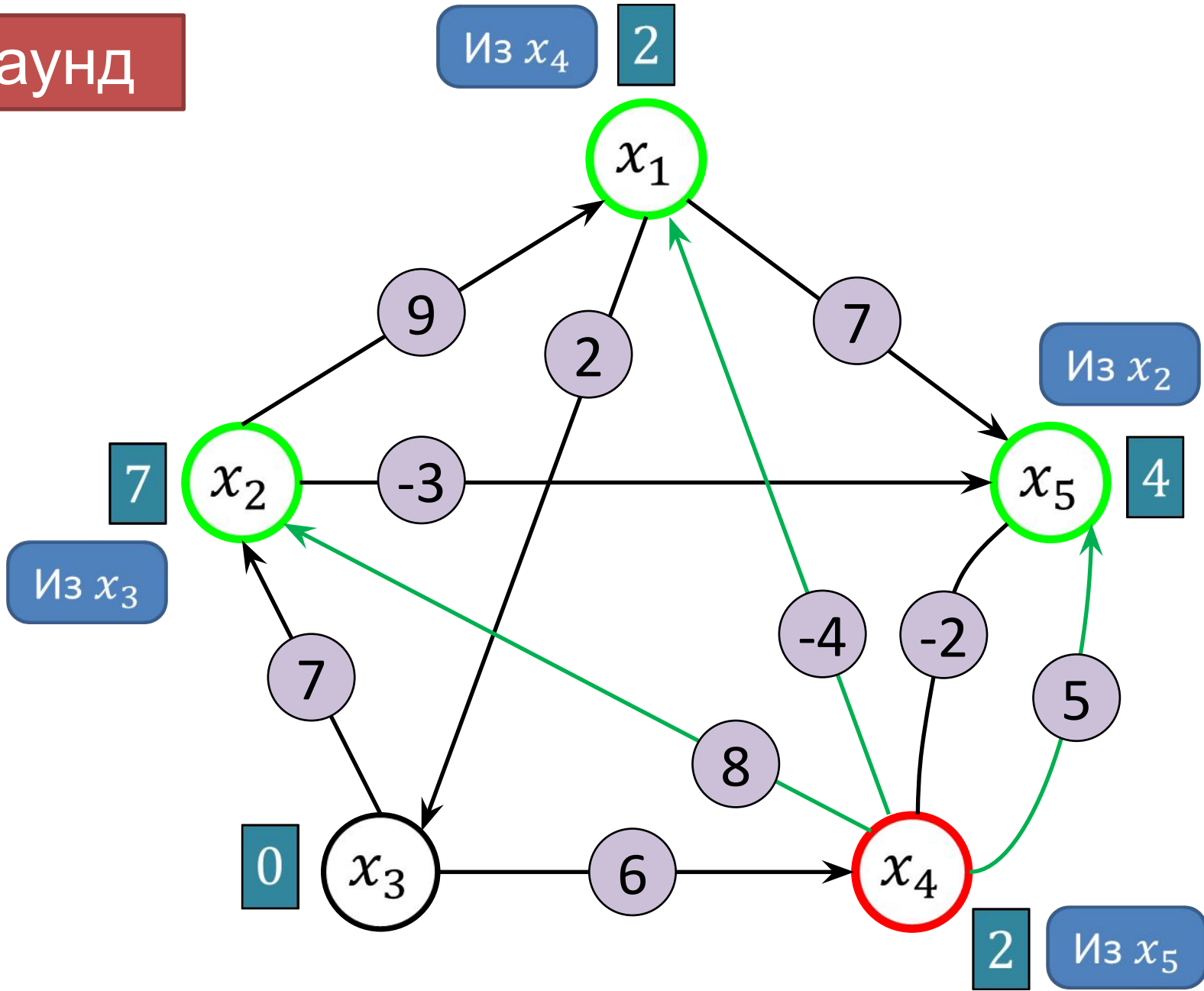


Раунд



| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд

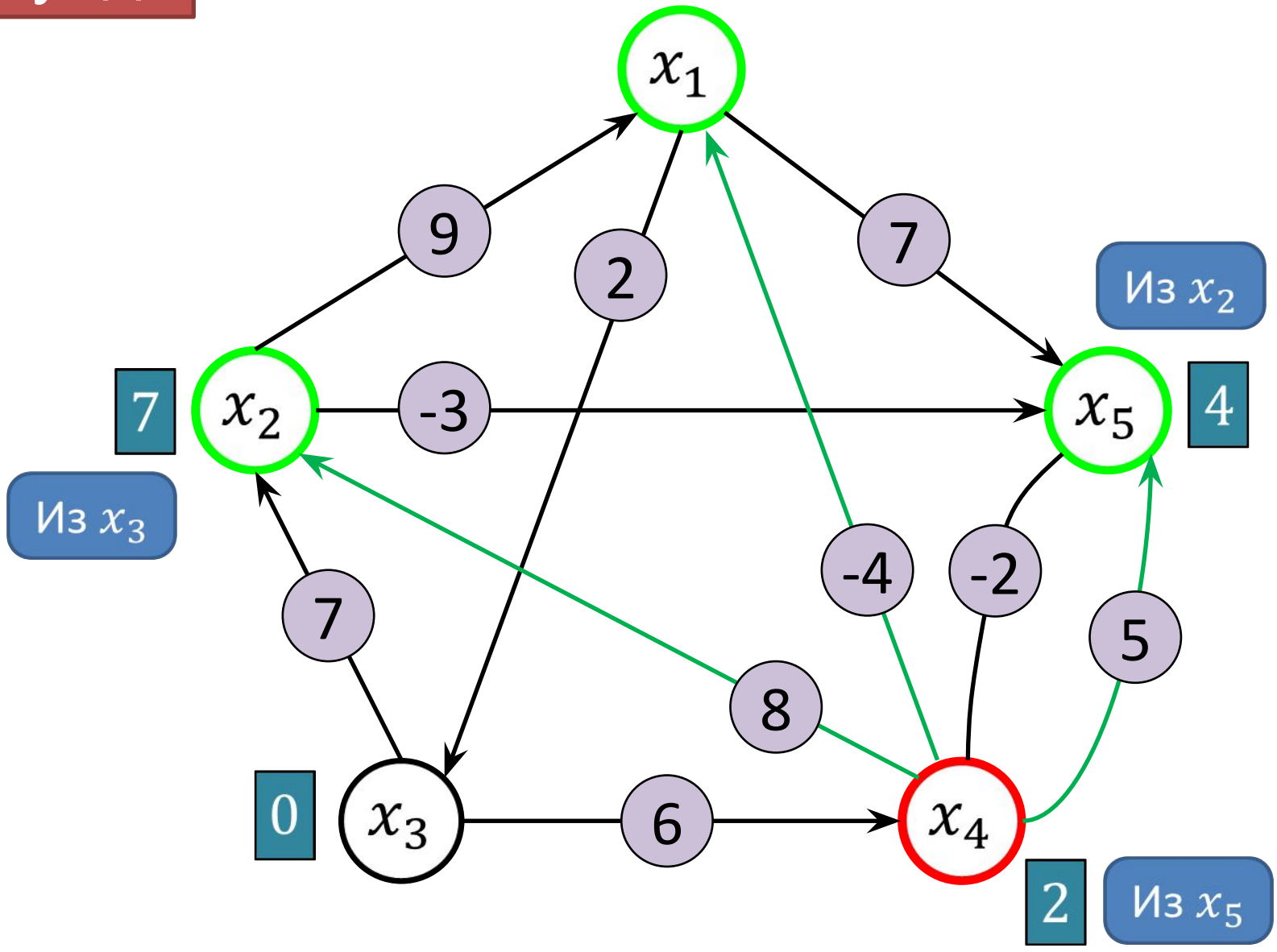


| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд

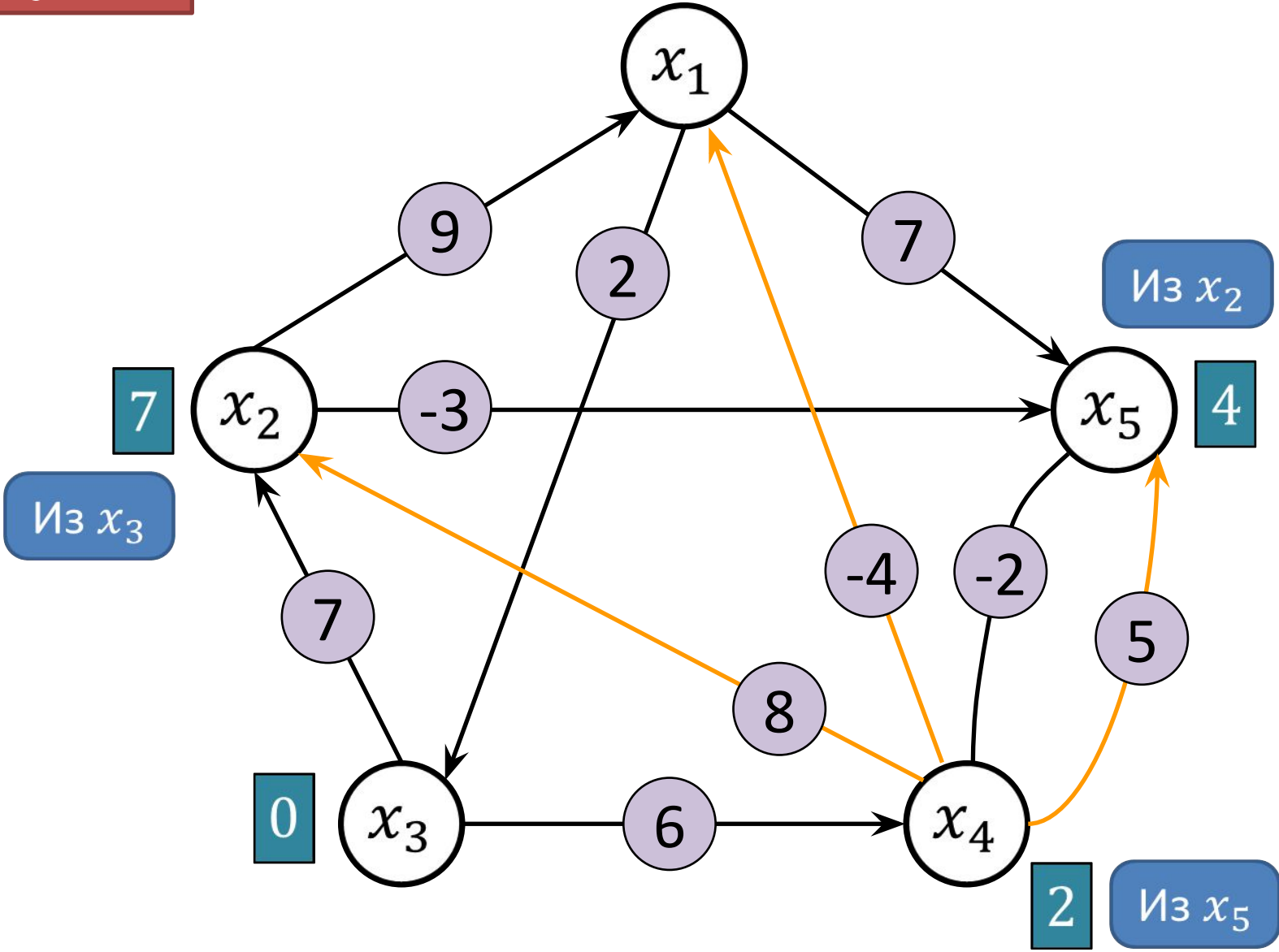
Из x_4 -2

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |



Раунд

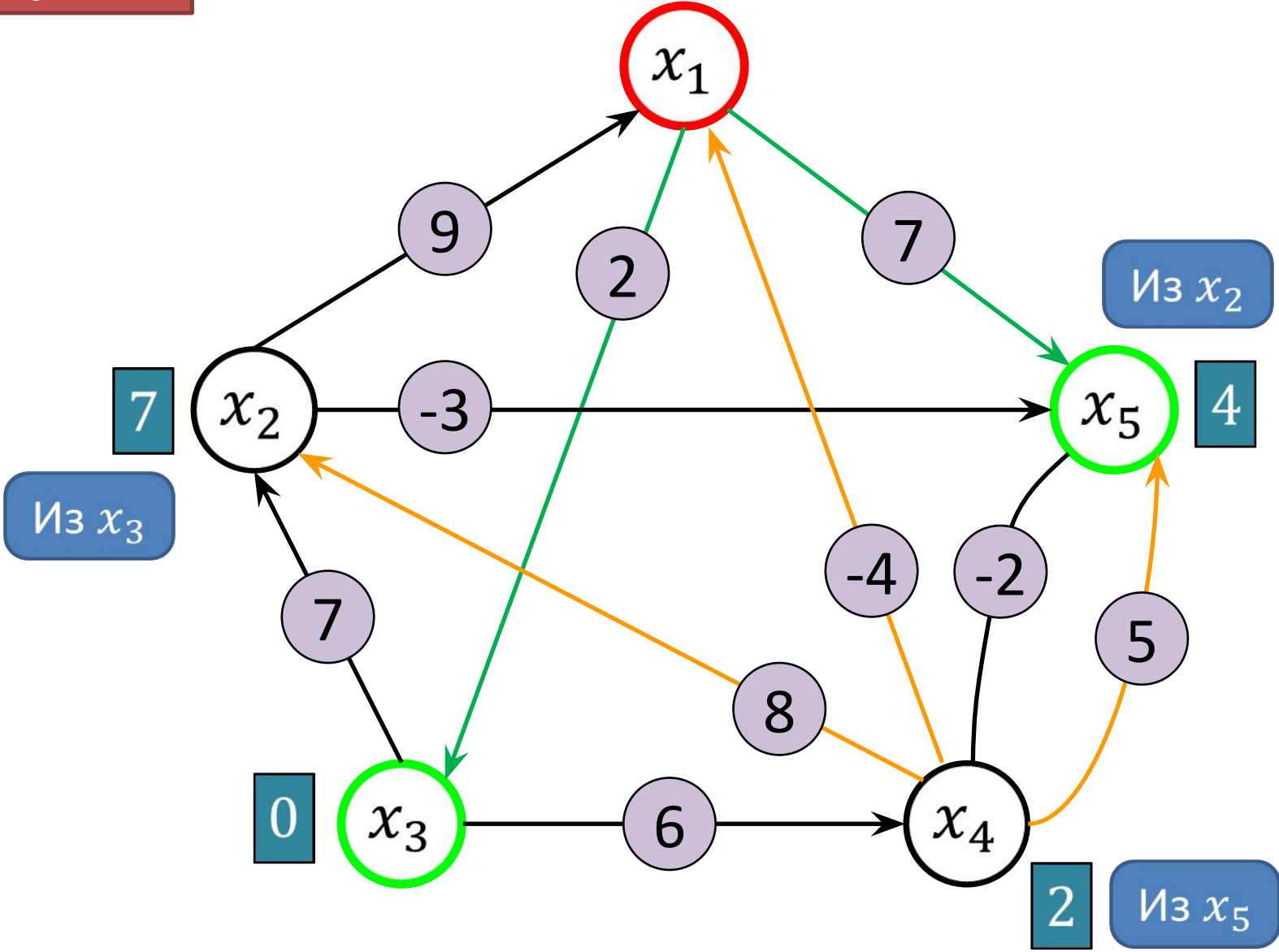
Из x_4 -2



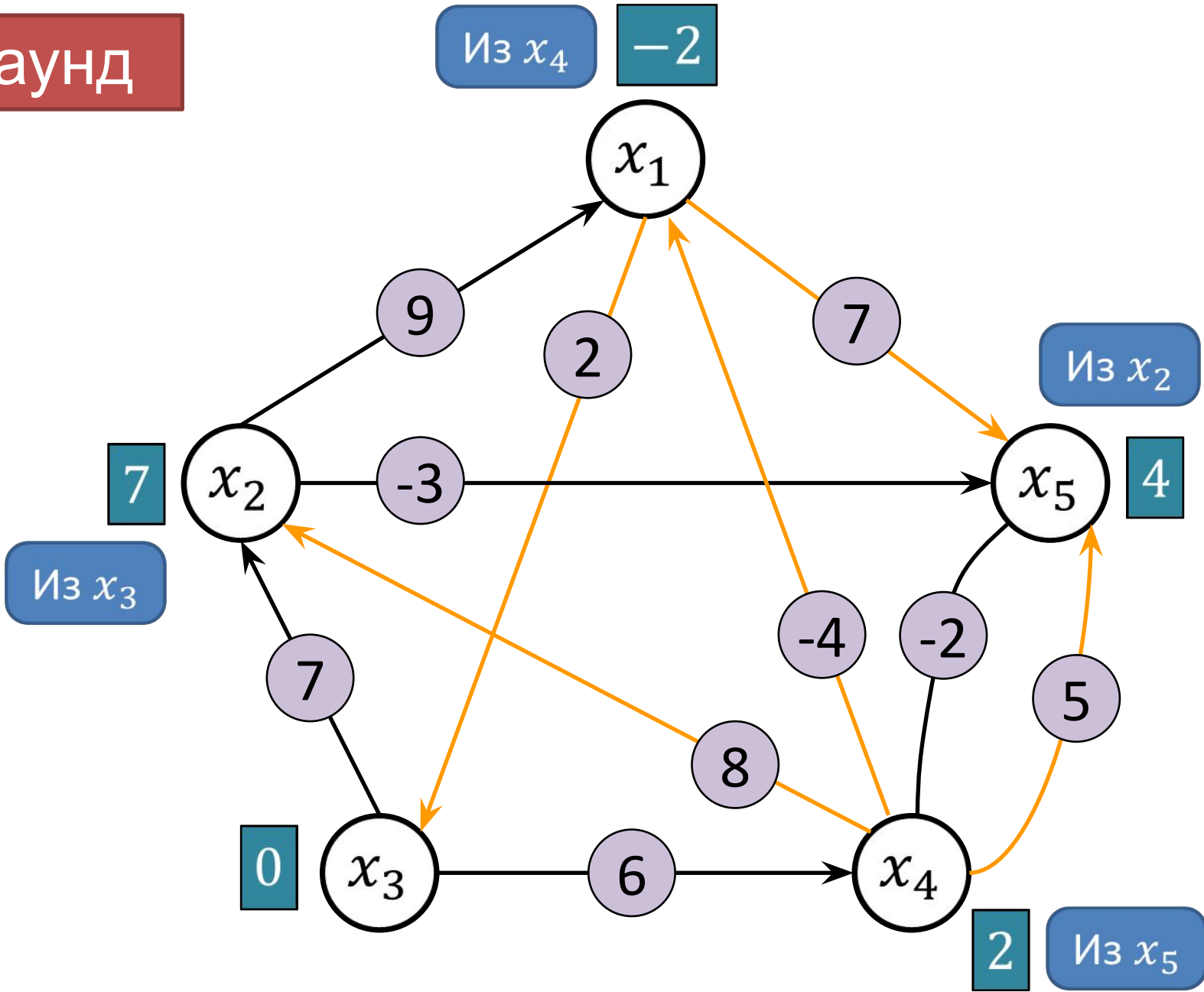
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Раунд

Из x_4 -2

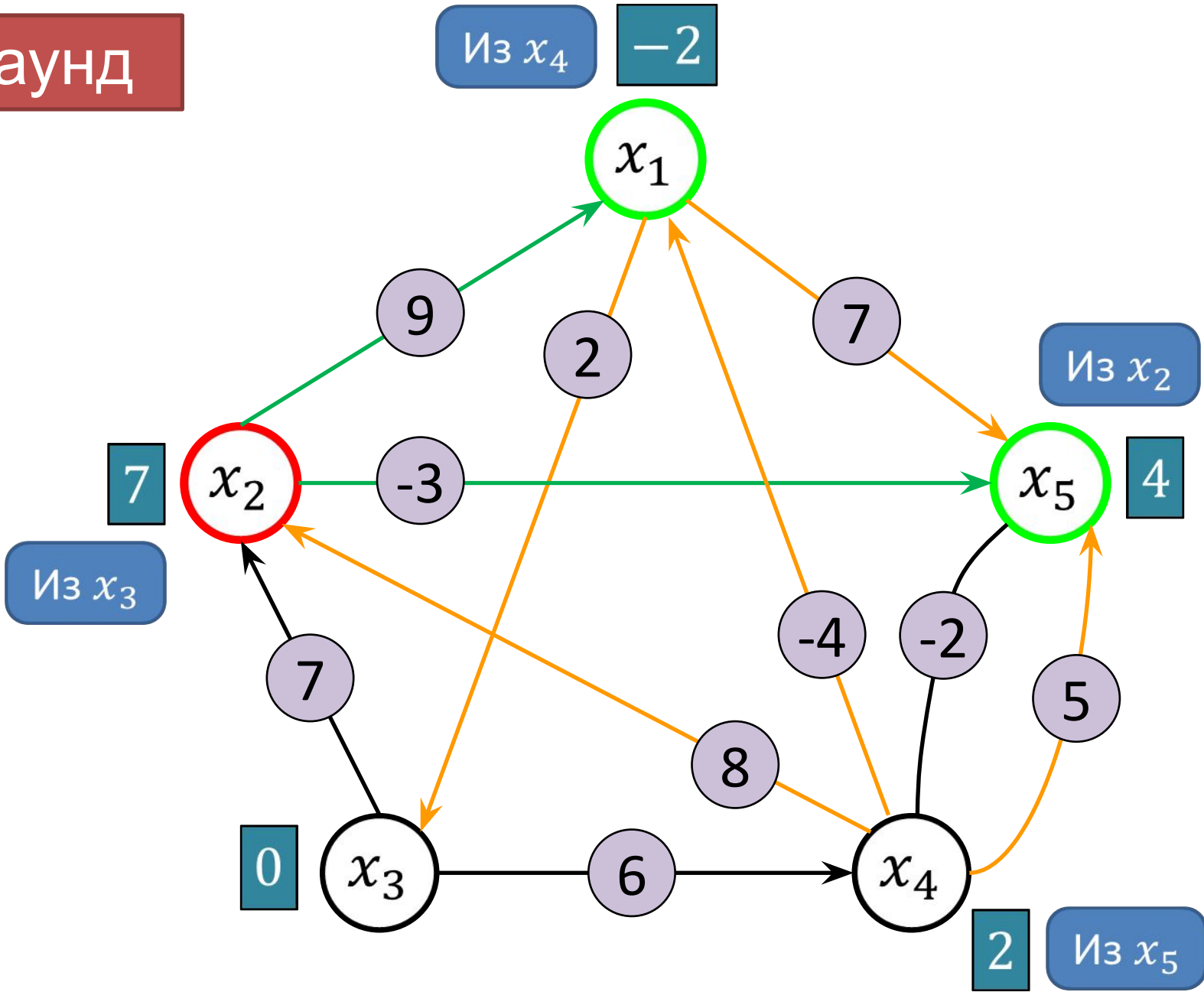


Раунд



| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

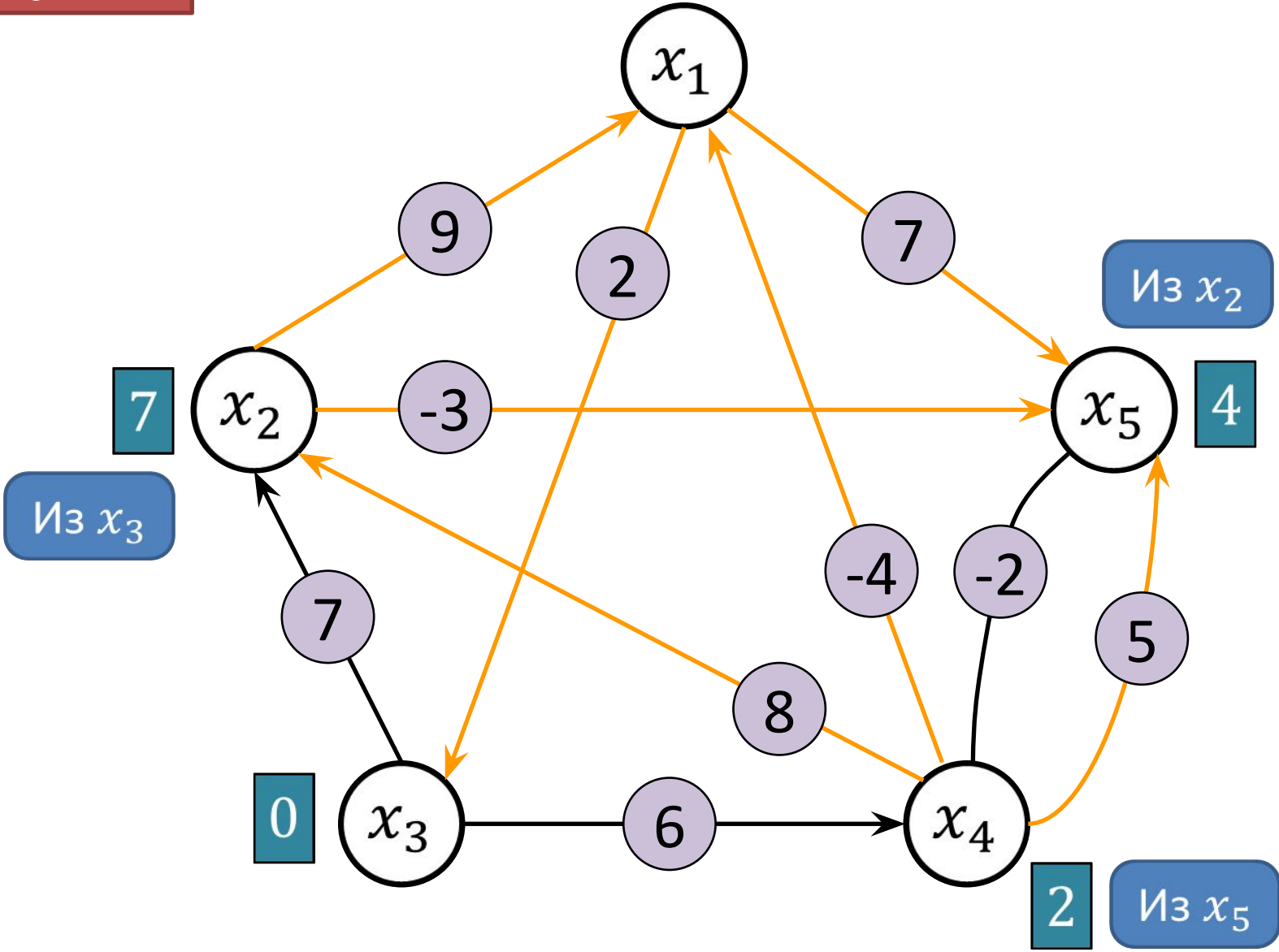
Раунд



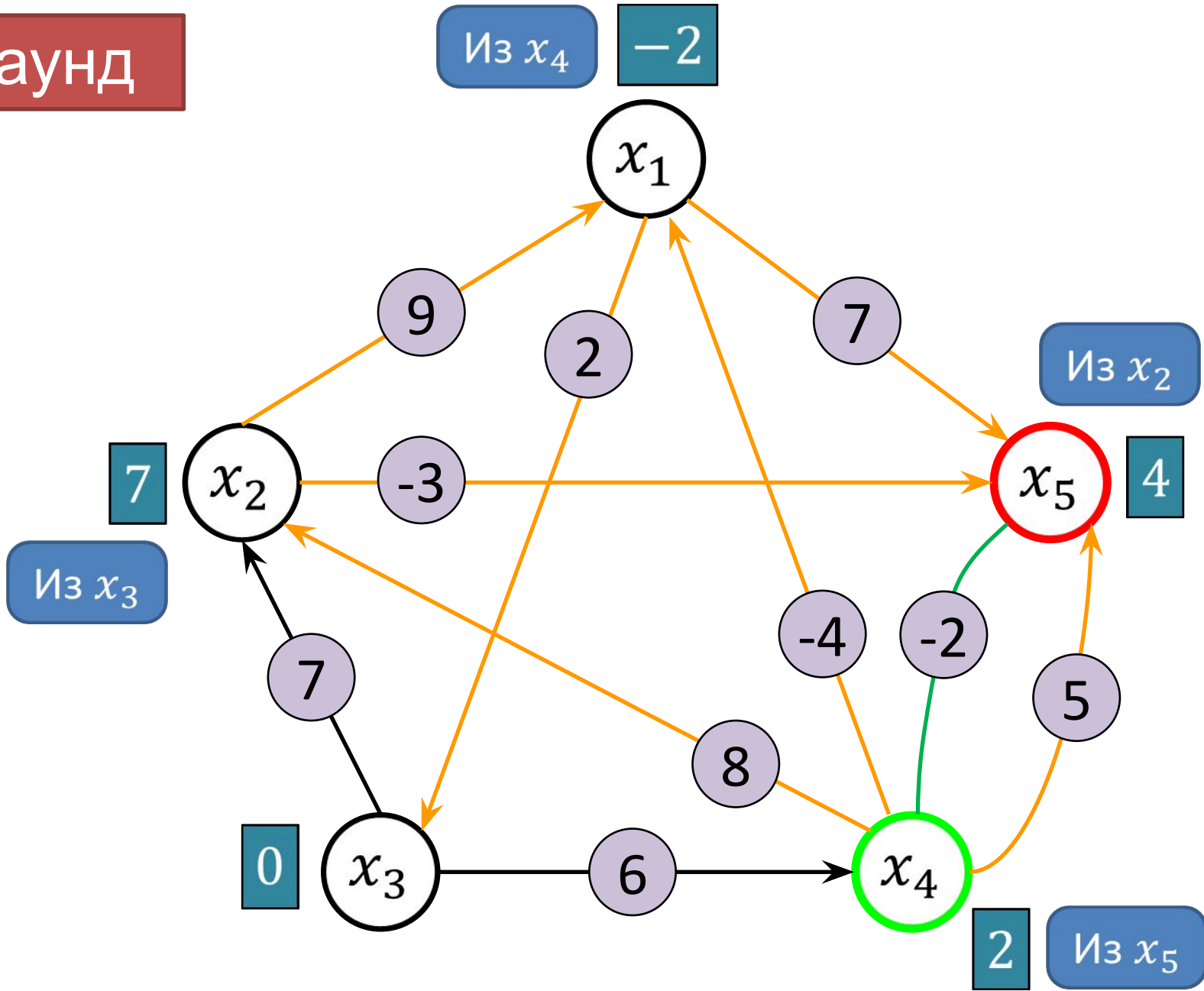
Раунд

Из x_4 -2

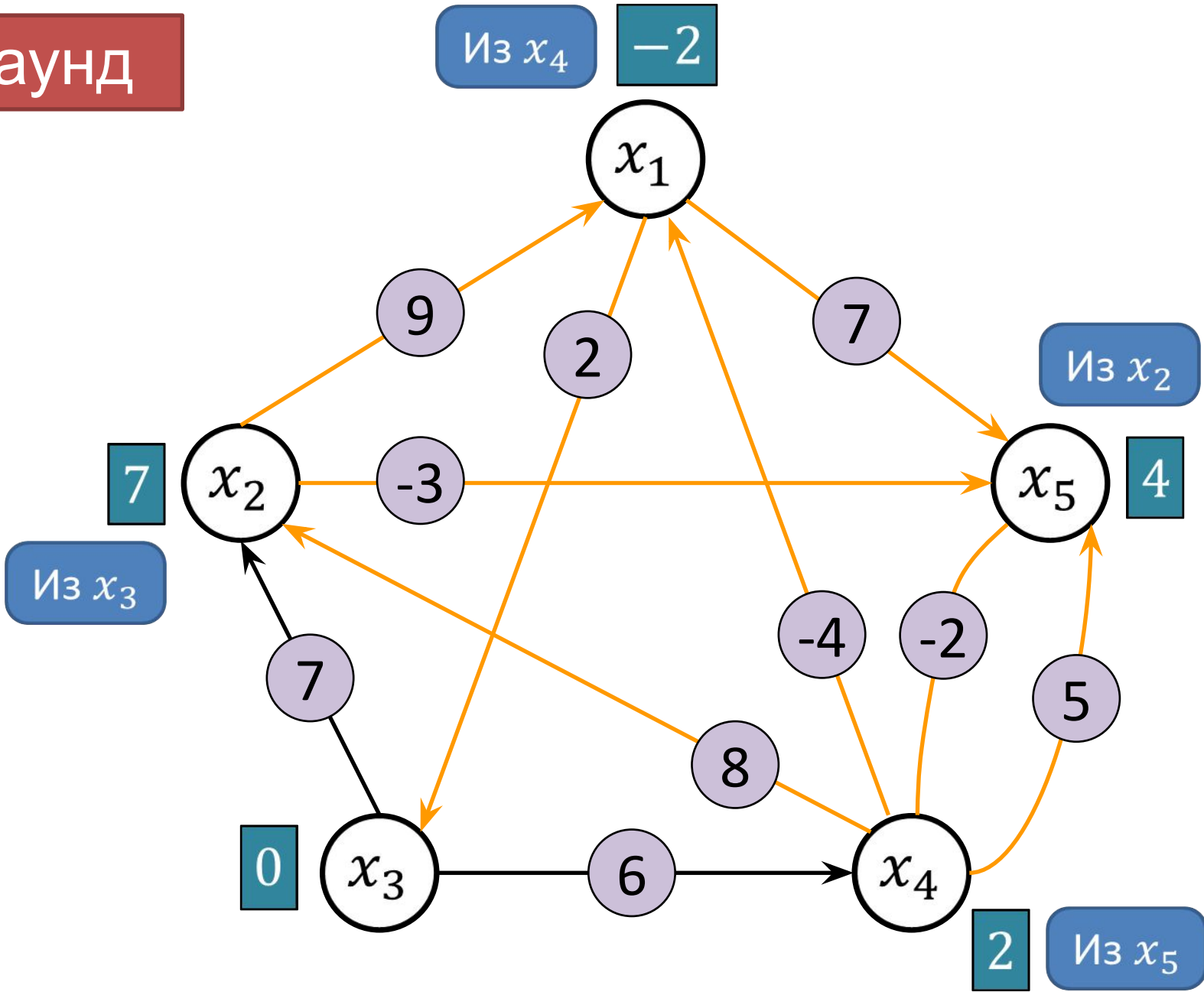
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |



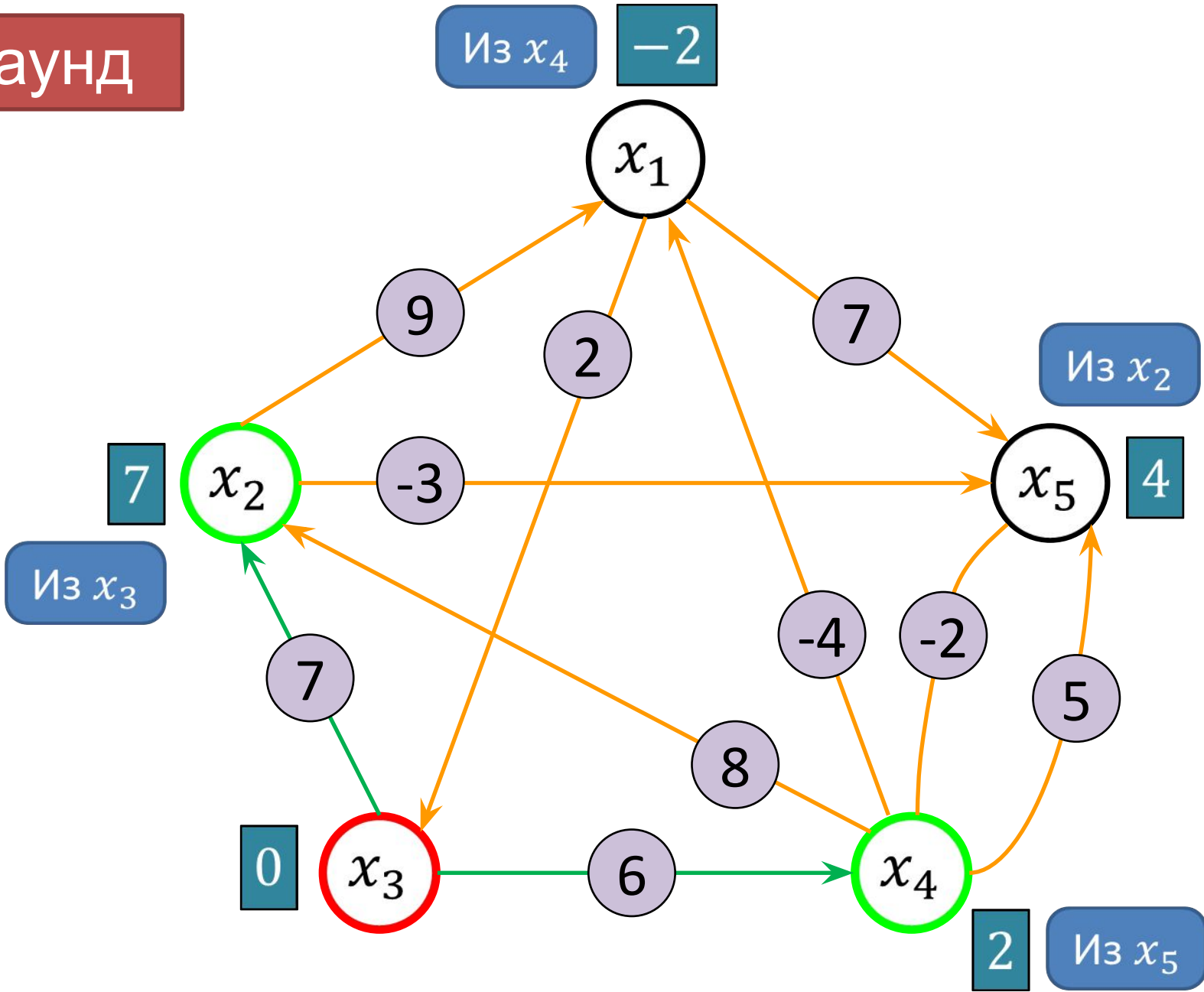
Раунд



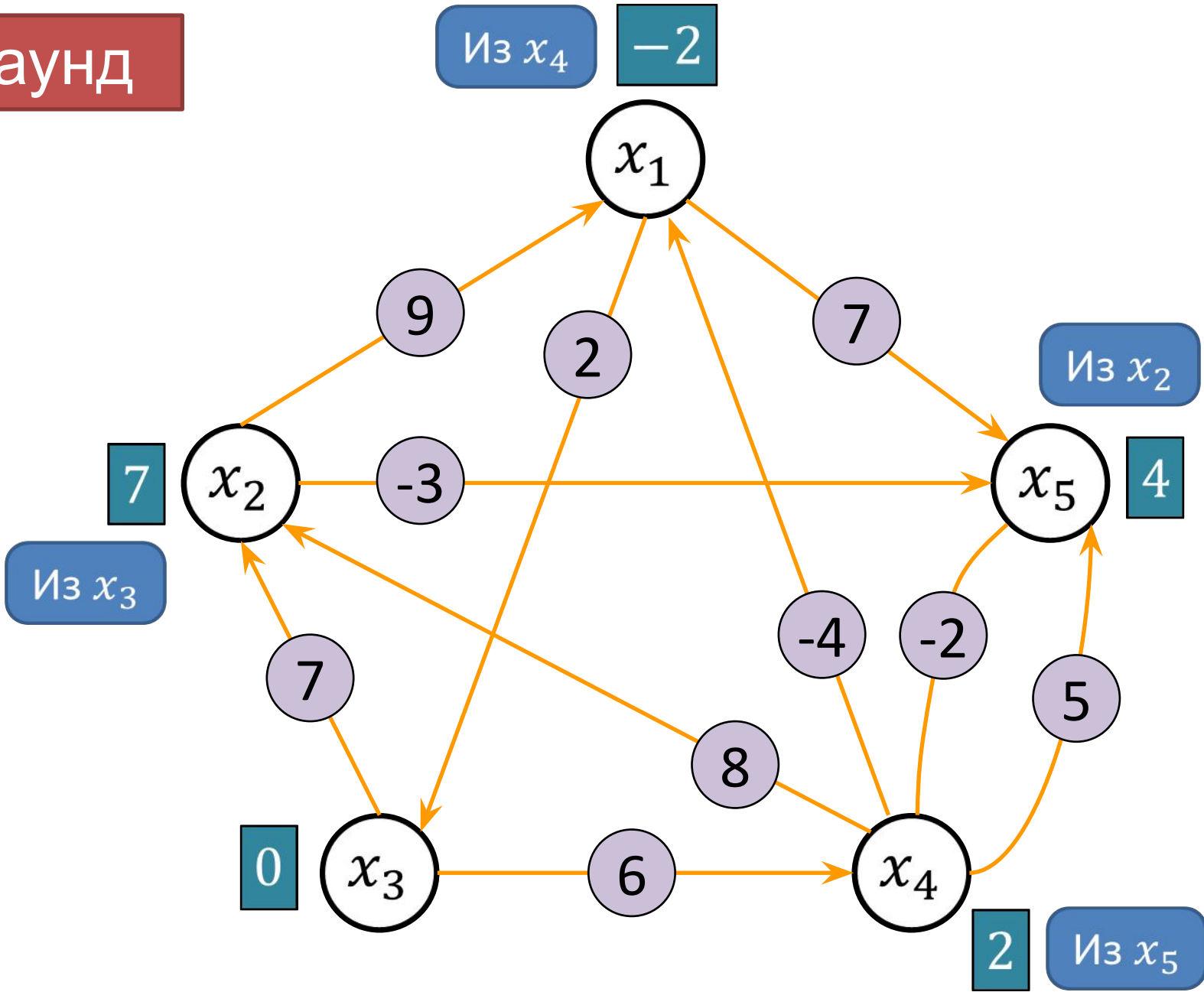
Раунд



Раунд



Раунд



| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

Применение алгоритма Беллмана – Форда

СИСТЕМЫ РАЗНОСТНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

$$x_1 - x_2 \leq 0$$

$$x_1 - x_5 \leq -1$$

$$x_2 - x_5 \leq 1$$

$$x_3 - x_1 \leq 5$$

$$x_4 - x_1 \leq 4$$

$$x_4 - x_3 \leq -1$$

$$x_5 - x_3 \leq -3$$

$$x_5 - x_4 \leq -3$$

