

# Занятие 13



---

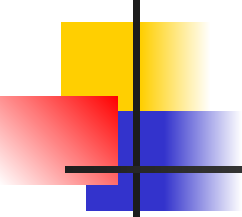
Построение разверток  
поверхностей



# 1. Развертки поверхностей

---

- **Разверткой поверхности** называется плоская геометрическая фигура, полученная в результате совмещения всех точек заданной (развертываемой) поверхности с плоскостью без изменения линейных размеров. Необходимым условием совмещения является отсутствие разрывов и складок.
- Развертка поверхностей является основой для построения выкроек изделий из листового материала, которым затем путем свертывания и соединения при помощи сварки, пайки или других сборочных операций придается требуемая форма изделия.
- С помощью разверток (точных или приближенных) рассчитывается площадь поверхности изделий (зданий, сооружений), покрываемых различными материалами, например окрашиваемых поверхностей.
- Поверхности делятся на **развертываемые** - поверхности многогранников, цилиндров, конусов и **неразвертываемые** - сферические, торовые.

- 
- 
- **Развертки** могут быть **точные, приближенные и условные**.
  - **Точные** развертки при обратном преобразовании не дают разрывов и складок, приближенные и условные всегда свертываются со складками, либо с разрывами.
  - **Точные** развертки строят для поверхностей многогранников (призмы, пирамиды), **приближенные** развертки строят для остальных развертываемых поверхностей.
  - Для **неразвертываемых** поверхностей строят **условные** развертки.



# Свойства разверток:

---

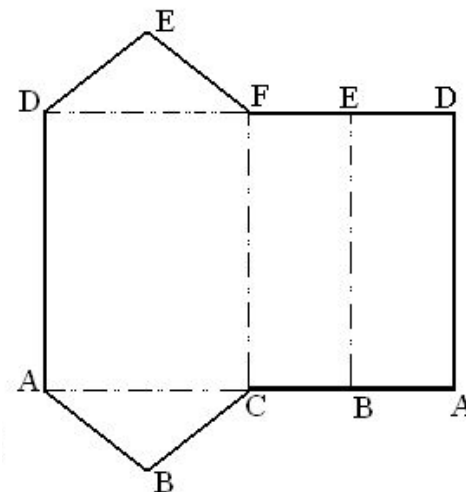
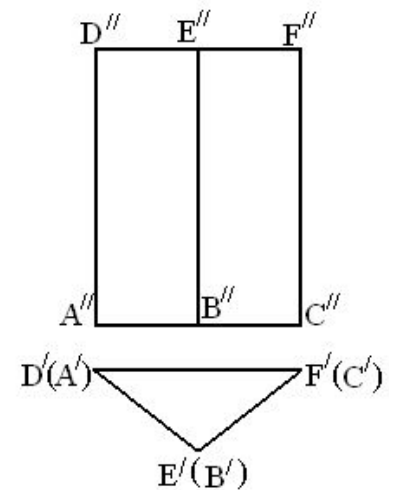
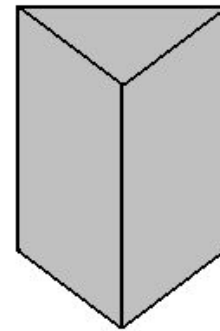
- 1. Длины соответствующих линий (ребер, образующих и т.п.) на поверхности и развертке равны;
- 2. Площадь поверхности, ограниченная определенными линиями, равна площади развертки, ограниченной теми же линиями;
- 3. Углы между соответствующими линиями на поверхности и развертке равны;
- 4. Прямым линиям на поверхности соответствуют прямые линии на развертке;
- 5. Кратчайшей линии между двумя точками на поверхности соответствует прямая линия на развертке.

# Развертка многогранников

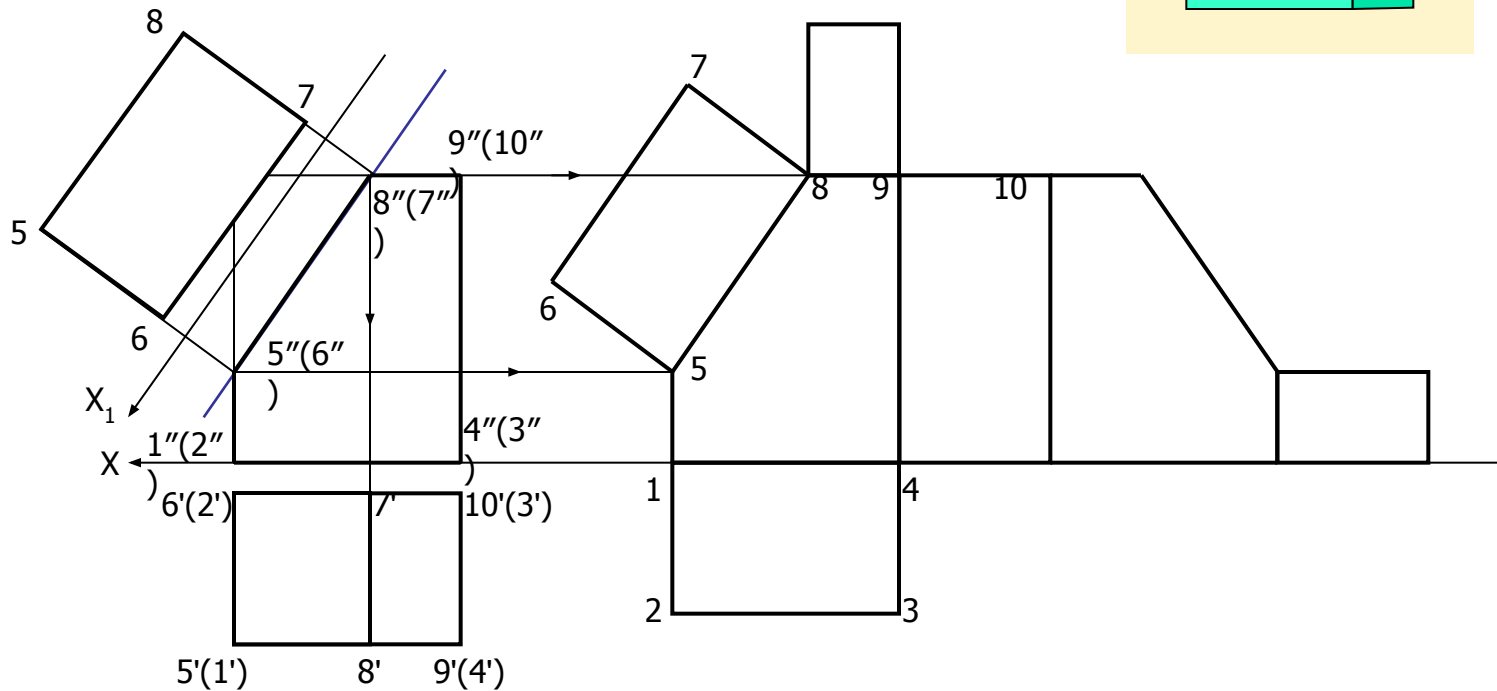
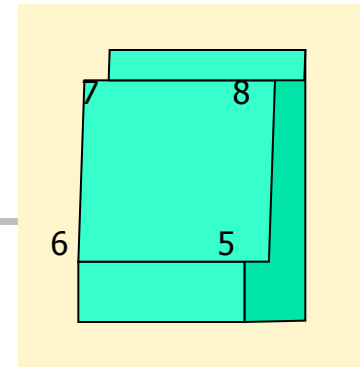
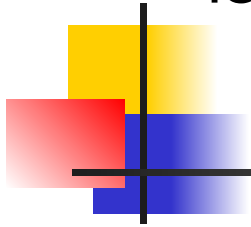
- **Разверткой многогранника является плоская фигура**, полученная при совмещении всех его граней в одну плоскость путем последовательного их вращения вокруг ребер.
- Все грани многоугольника на развертке представляются в натуральную величину, то есть построение развертки сводится к построению натуральных величин граней многогранника.

- **Развертка прямой трехгранной призмы:**

- Длина развертки боковой поверхности призмы равна сумме длин сторон треугольника основания,
- Высота боковой поверхности равна высоте призмы.
- К развертке боковой поверхности пристраиваются два основания призмы.

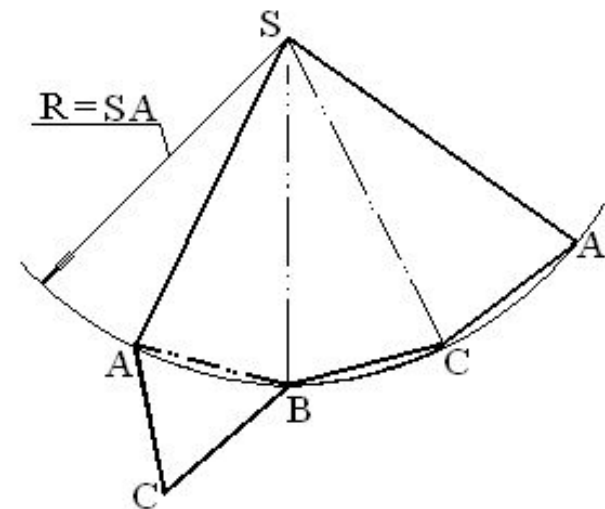
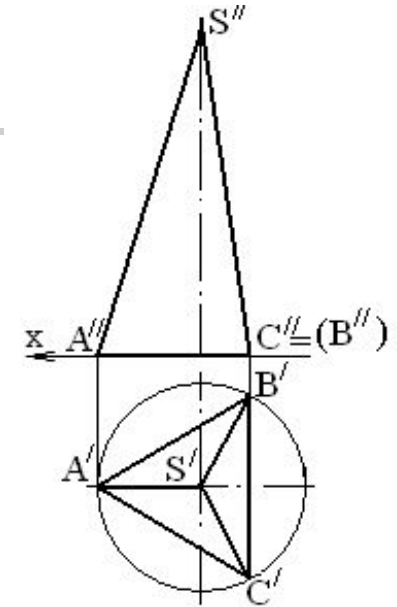
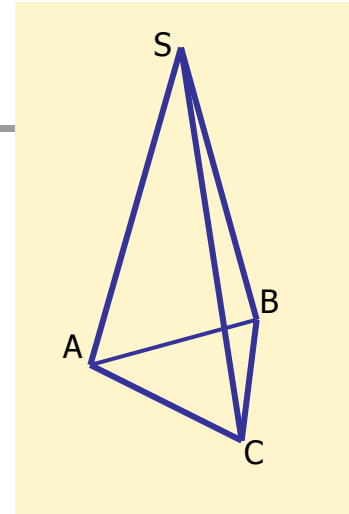


# Упражнение: Построить развертку прямой усеченной четырехгранной призмы

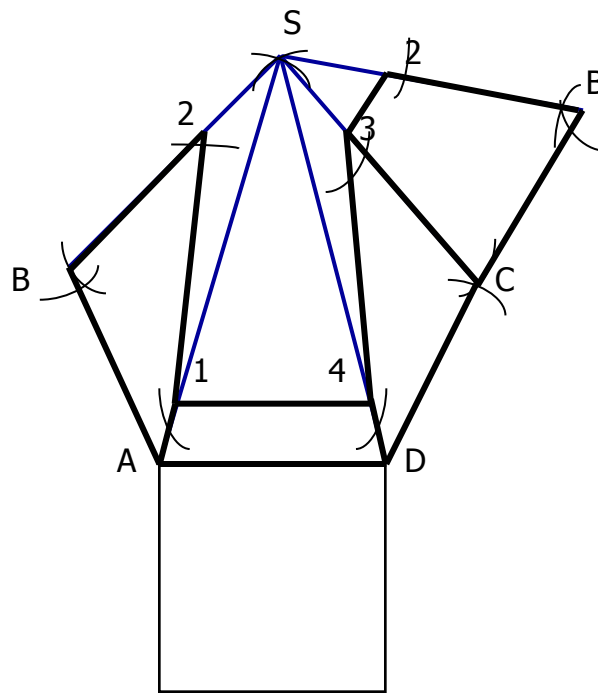
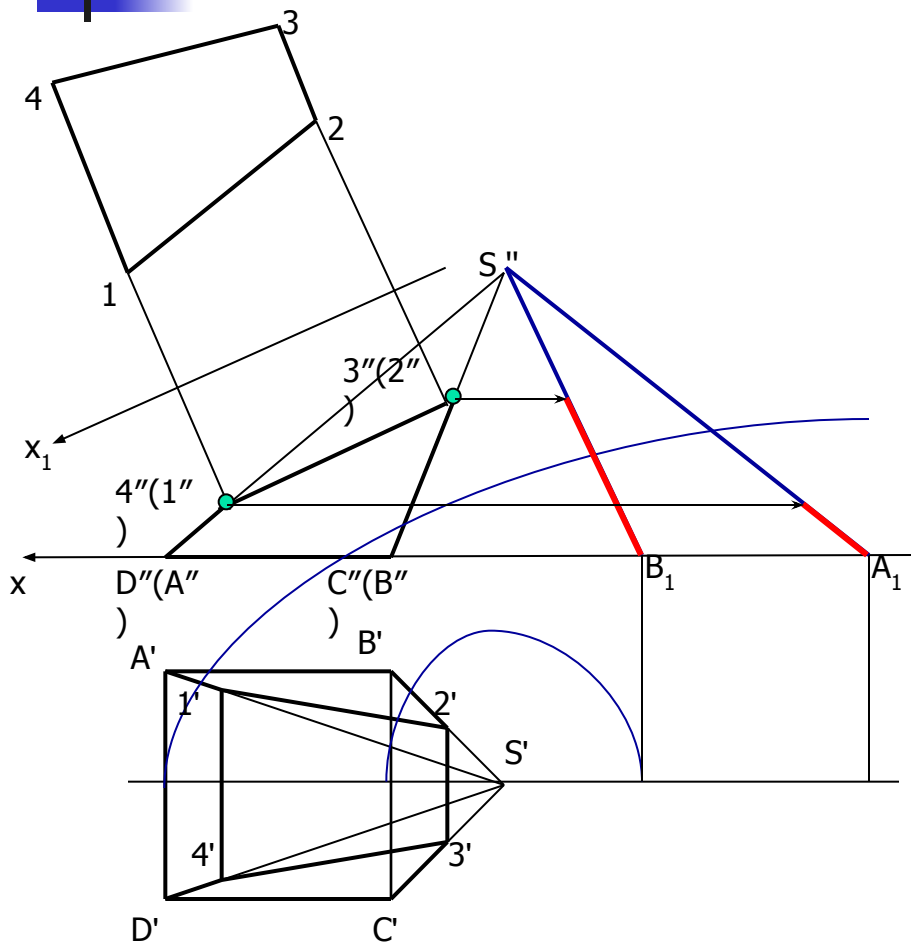


# Развертка прямой трехгранной пирамиды

- Развертка боковой поверхности прямой трехгранной пирамиды представляет собой плоскую фигуру, состоящую из примыкающих один к другому треугольников с общей вершиной.
- Если пирамида правильная, то развертка боковой поверхности представляет собой три равнобедренных треугольника, две стороны которого равны натуральной величине ребра  $SA$ , а третья сторона равна стороне треугольника  $ABC$ .
- К развертке боковой поверхности пристраивается основание пирамиды.



**Упражнение:** Построить развертку боковой поверхности наклонной усеченной четырехгранной пирамиды.



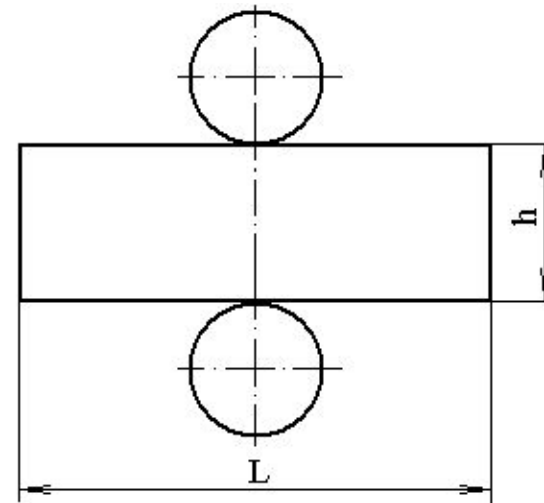
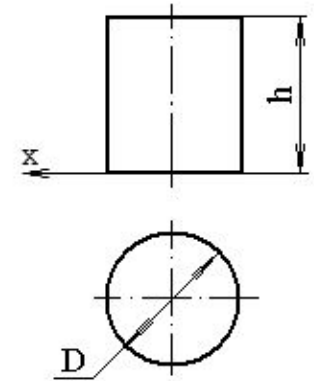
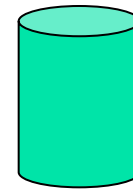


# Развертка тел вращения

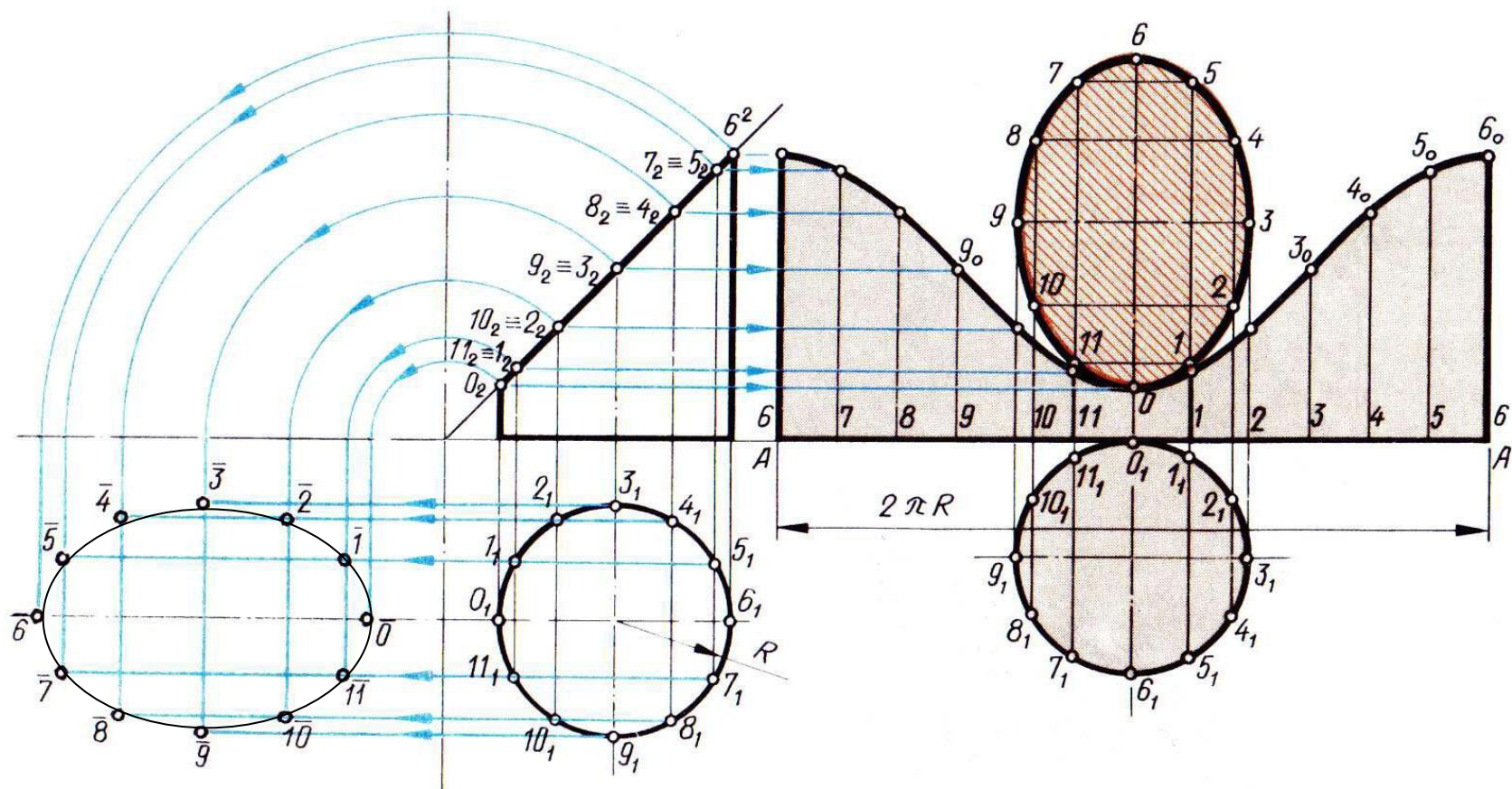
## ■ Развертка прямого кругового цилиндра

Развертка поверхности прямого кругового цилиндра состоит из :

- развертки его боковой поверхности, представляющей собой прямоугольник длиной  $L = \pi D$  и высотой  $h$ ,
- пристроенных к прямоугольнику двух оснований цилиндра – окружности диаметром  $D$ .



# Построение развертки прямого кругового усеченного цилиндра



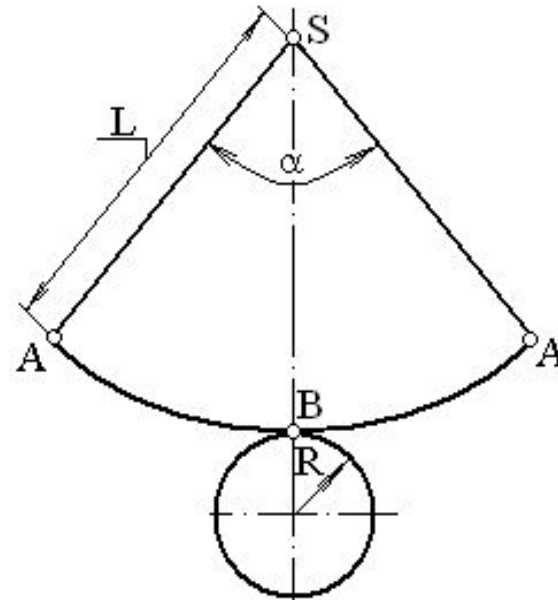
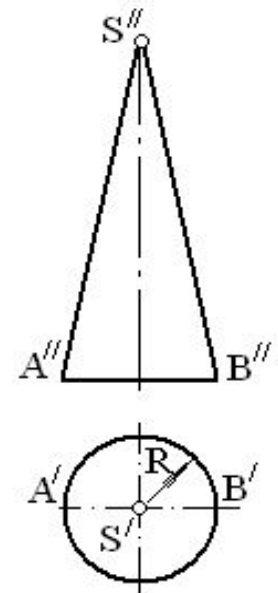
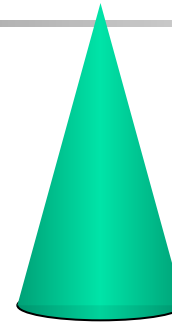
# Развертка прямого кругового конуса

- Развертка поверхности прямого кругового конуса состоит из:
  - развертки боковой поверхности конуса, представляющей круговой сектор, радиус которого  $L$  равен образующей конуса  $SA$ ,  
угол сектора при вершине  $S$  равен

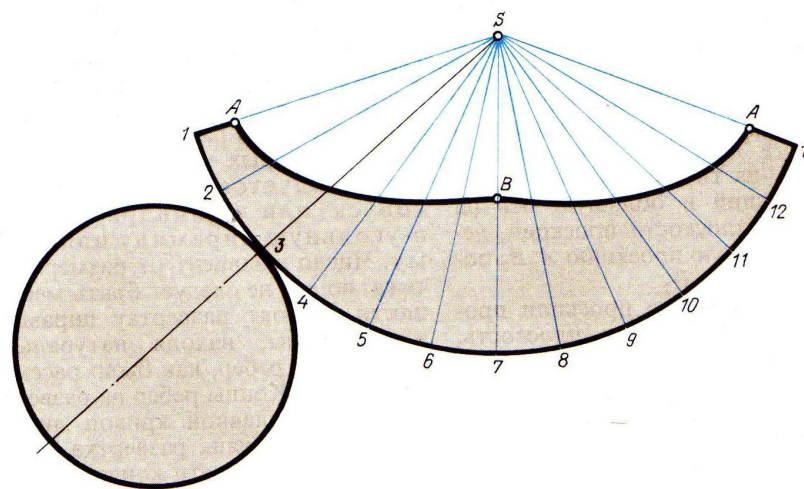
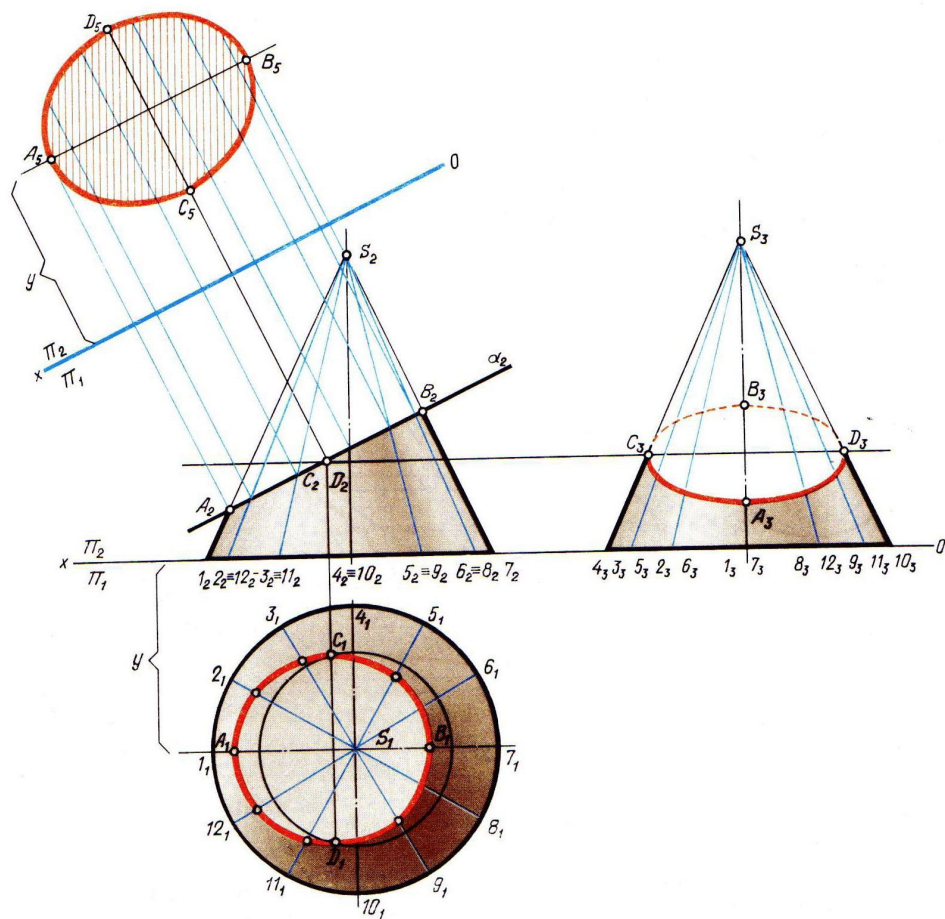
$$\alpha = \frac{R}{L} \cdot 360^\circ,$$

где  $R$  – радиус окружности основания.

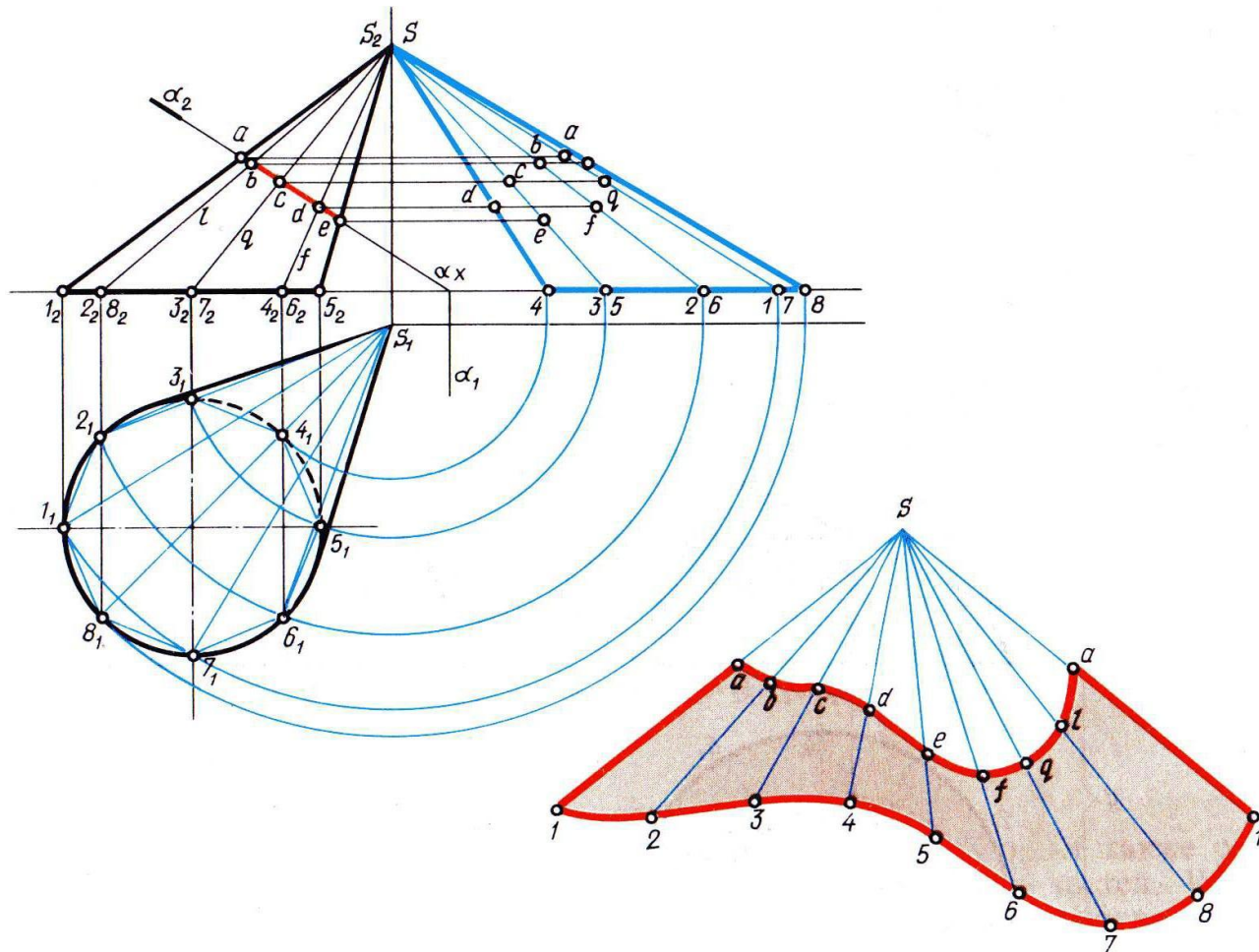
- основания – окружности, диаметром  $2R$ .



# Построение развёртки прямого кругового усеченного конуса



# Построение развертки боковой поверхности наклонного кругового усеченного конуса



# Развертка неразвертываемых поверхностей (сфера, тор и т.п)

- Для построения разверток неразвертываемых поверхностей отдельные участки этих поверхностей (отсеки) условно заменяют приближенными участками развертываемых поверхностей. То есть, неразвертываемая поверхность аппроксимируется совокупностью отсеков поверхностей с известной формой развертки.

- **Развертка поверхности сферы.**

- Сначала сфера разбивается на несколько равных отсеков горизонтально-проецирующими плоскостями – по меридианам, проходящими через ее центр.
- Поверхность каждого сферического отсека аппроксимируется цилиндрической поверхностью, направляющей которой является полуокружность, а образующие перпендикулярны фронтальной плоскости проекции.
- На рисунке показана условная развертка сферы, состоящая из 8 частей - равных разверток конических отсеков, аппроксимирующих сферу.

