

СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СТЕНКИ

Лекция 2

1. Сила давления жидкости на плоскую стенку

Найдем силу давления жидкости на плоскую стенку площадью S , расположенную под произвольным углом α к горизонту и ограниченную произвольным контуром (рис.1).

Сила характеризуется тремя параметрами:

- направлением;
- величиной;
- точкой приложения.

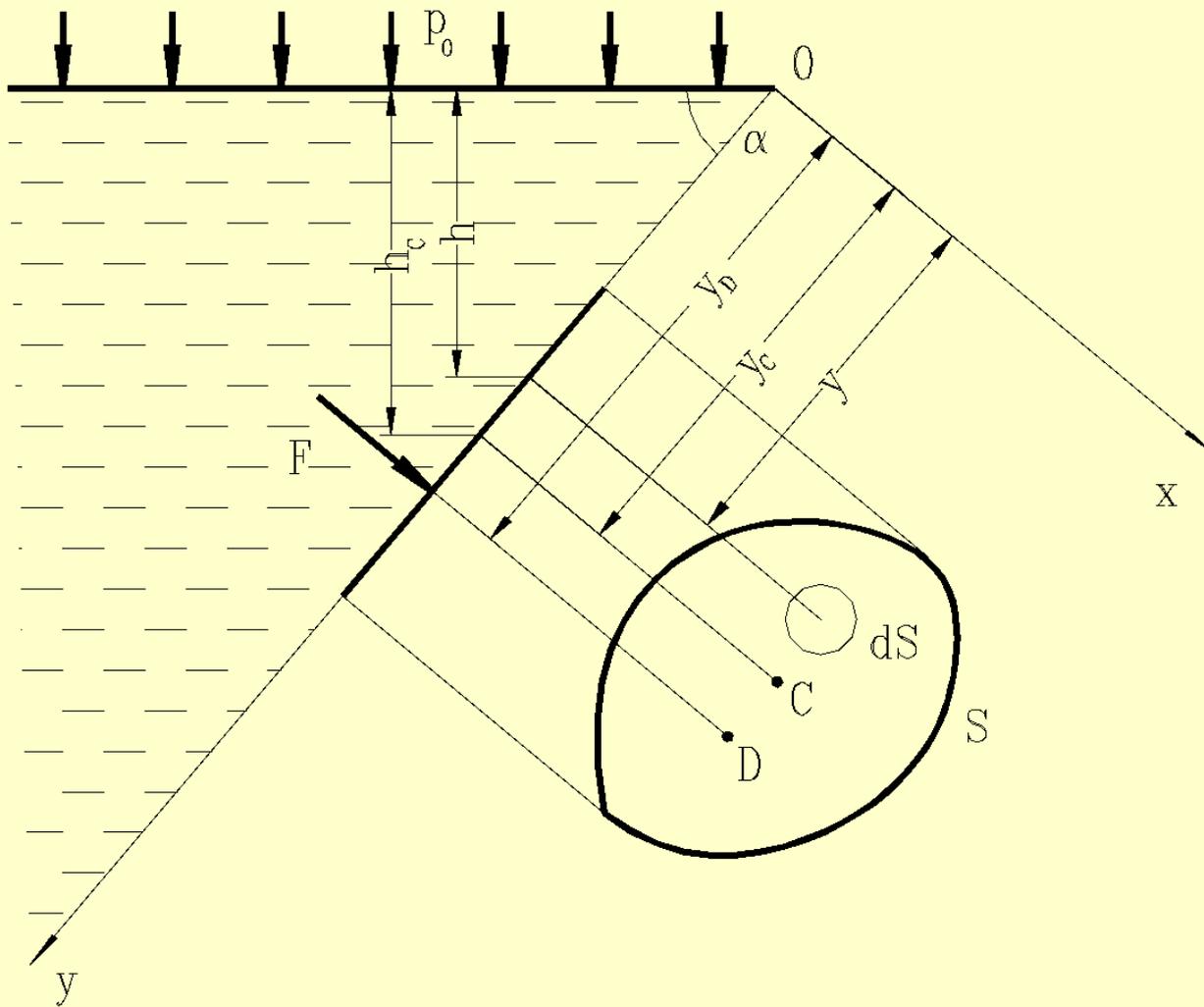


Рисунок 1 - Схема для определения силы давления жидкости на плоскую стенку

Давление в каждой точке стенки направлено по нормали к ней, следовательно, и равнодействующая сила давления будет перпендикулярна плоской стенке.

Ось Ox направим по линии пересечения стенки со свободной поверхностью жидкости, а ось Oy – перпендикулярно к этой линии в плоскости стенки.

Вычислим элементарную силу давления, приложенную к бесконечно малой площадке dS :

$$dF = p \cdot dS = (p_0 + \rho g h) dS = p_0 dS + \rho g h dS$$

где p_0 – давление на свободную поверхность;

h – глубина расположения площадки dS .

Для получения полной силы давления F проинтегрируем полученное выражение по всей площади S :

$$F = p_0 \int_S dS + \rho g \int_S h dS = p_0 S + \rho g \sin \alpha \int_S y dS$$

Полученный интеграл представляет собой статический момент площади S относительно оси Ox и равен произведению этой площади на координату ее центра масс (точка C), то есть

$$\int_S y dS = y_C S$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} F &= p_0 S + \rho g \sin \alpha y_C S = p_0 S + \rho g h_C S = \\ &= (p_0 + \rho g h_C) S = p_C S \end{aligned}$$

где h_C, p_C – глубина расположения центра масс площадки и давление в этой точке.

Таким образом, *полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление p_C в центре масс этой площади.*

При давлении на свободную поверхность, отличном от нормального (атмосферного), сила давления на поверхность стенки определяется по выражению

$$F = (p_C + p_{ман.})S$$

или $F = (p_C - p_{вак.})S$

где $p_{ман.}$ и $p_{вак.}$ – манометрическое и вакуумметрическое давление

Найдем **точку приложения силы давления** на плоскую стенку.

Сила F_0 будет приложена в центре масс плоской стенки С, так как давление p_0 действует на все точки стенки одинаково. Точка приложения силы $F_{ж}$ находится путем составления уравнения моментов равнодействующей и составляющих сил относительно горизонтальной оси, например, совпадающей с линией пересечения стенки со свободной поверхностью:

$$F_c y_D = \int_S y dF_c$$

Выразим координату точки приложения силы y_D и подставим значения сил $F_{ж}$ и $dF_{ж}$:

$$y_D = \frac{g \rho \sin \alpha \int y^2 dS}{g \rho \sin \alpha y_C S} = \frac{J_x}{y_C S}$$

где $J_x = \int_S y^2 dS$ — момент инерции площади S относительно оси Ox .

Учитывая, что $J_x = J_{x0} + y_C^2 S$

где J_{x0} — момент инерции площади S относительно горизонтальной оси, лежащей в плоскости стенки и проходящей через ее центр масс.

Отсюда, точка приложения силы $F_{ж}$ имеет координату

$$y_D = y_C + \frac{J_{x0}}{y_C S} \quad \text{или} \quad h_D = h_C + \frac{J_{x0}}{h_C S}$$

2. Сила давления жидкости на криволинейные стенки

Если поверхность имеет произвольную форму, то требуется находить 3 составляющих силы и 3 момента. Чаще рассматривают цилиндрические и сферические поверхности, имеющие вертикальную плоскость симметрии. Возьмем цилиндрическую поверхность (рис. 2) с образующей, перпендикулярной плоскости рисунка и определим силу давления на эту поверхность в двух случаях:

- жидкость расположена сверху;
- жидкость расположена снизу.

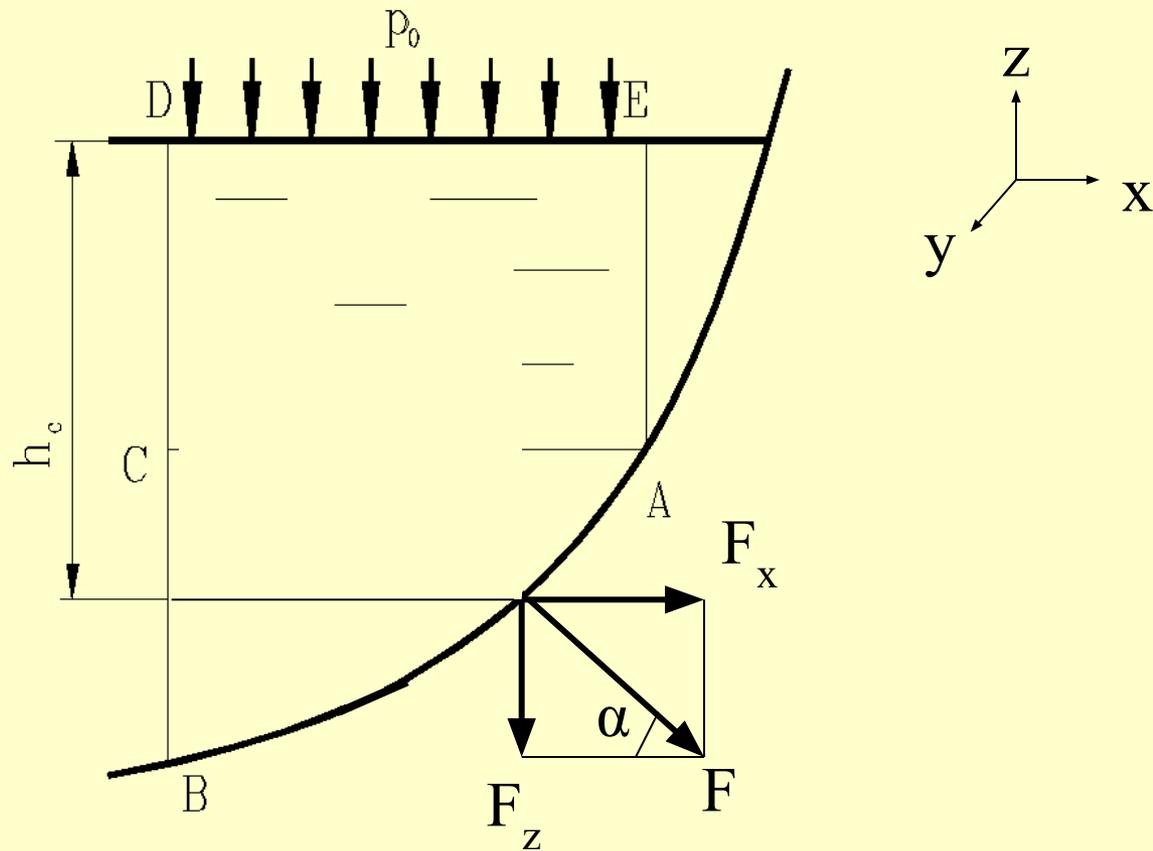


Рисунок 2 - Схема для определения силы давления жидкости на криволинейную (цилиндрическую) поверхность

На рисунке показана реакция стенки на жидкость, которая, как известно, равна силе давления жидкости на стенку (по третьему закону Ньютона). Рассмотрим условия равновесия объема жидкости $ABDE$, лежащей строго над интересующей нас криволинейной поверхностью. Условие равновесия в вертикальном направлении

$$F_z = \rho g V_{\text{т.д.}}, \quad \text{где } V_{\text{т.д.}} \text{ – объем тела давления;}$$

Объем тела давления – это объем жидкости, ограниченный рассматриваемой стенкой и вертикальной проекцией, проведенной через контур рассматриваемой стенки.

Условие равновесия в горизонтальном направлении:

$$F_x = \rho g h_c S_{zy}.$$

где S_{zy} – площадь проекции стенки на вертикальную плоскость zOy

По вычисленным составляющим F_z и F_x найдем величину силы давления жидкости на стенку

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}$$

Угол наклона силы давления к горизонтальной плоскости

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{F_z}{F_x}.$$