

БЕЛГІСІЗІ МОДУЛЬ
ТАҢБАСЫНЫҢ АСТЫНДА
БОЛЫП КЕЛГЕН
ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

МАҚСАТЫ:

- Жоғары сынып оқушыларына алгебралық теңсіздіктерді логикалық шешу жолдарын теориялық негізінде ашу және тиімді әдістерін күрделі есептер шығару барысында игертуге, күрделі есептер шығару барысында логикалық байланыстармен әдістерді практикалық жұмыстарда қолдана білуі арқылы біліктілігін дамытуға жағдай жасау.

Математика пәні жалпы білім берудің негізгі компоненті болып табылады. Оның оқушыға қатысты басты мақсаты-оқушылардың математикалық сауаттылығын арттыру, олардың білімдерін тиянақты болуын қамтамасыз ету болып саналады.

Математикалық білім-оқушының жоғары деңгейде дамуы мен шығармашылық іс-әрекетті тәжірибесімен қаруланған, бүгінгі жағдайда бағдарлама алуға дайын тұлға ретінде қалыптасуы үшін қажет.

- Мектеп математика курсында белгісізі модуль таңбасының астында болып келген теңсіздіктерге жете мән берілмеген. Сол себепті оқушылардың бойында аталған теңсіздіктер және оларды шешудің тәсілдері туралы біліктіліктер мен дағдылар жете қалыптаспаған.
- Осыған орай, біз бұл мақаламызда мектепте жоғары сынып оқушыларымен қарастыруға болатын, белгісізі модуль таңбасының астында болып келген теңсіздіктердің түрлерін және оларды шешудің әдістерін қарастырмақпыз.

$$1. |f(x)| < a, \quad a \in \mathbb{R}$$

(1) т?рiндегi те?сiздiктер.

Егер $a \leq 0$ болса, онда $|f(x)| < a$ те?сiздiгiнi? шешiмдерi болмайды.

Егер $a > 0$ болса, онда $|f(x)| < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a$ болады.

Егер $a < 0$ болса, онда $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x)$ -тi? аны?талу облысы болады.

Егер $a \geq 0$ болса, онда $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x) > a$ ж?не $f(x) < -a$ болады.

$$2. |f(x)| < g(x)$$

(2) т?рiндегi те?сiздiктер.

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

3. $|f(x)| > g(x)$ (3) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(3) \Leftrightarrow f(x) > g(x) \quad \text{ж?не} \quad f(x) < -g(x).$$

4. $|f(x)| < |g(x)|$ (4) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(4) \Leftrightarrow (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) < 0.$$

5. $f(|x|) < g(x)$ (5) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ x \geq 0. \end{cases} \quad \text{ж?не} \quad \begin{cases} f(-x) < g(x), \\ x < 0. \end{cases}$$

6. $|f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)| > g(x)$ (6) т?ріндегі те?сіздіктер.

Мұндағы $f_i(x), g(x)$ – қандай да бір функциялар.

(6) түріндегі теңсіздіктер "аралықтар әдісі" деп аталатын түсімі бойынша шешіледі. Бұл әдісті қолдану былайша іске асырылады:

1) Критистік нүктелер, яғни f_1, f_2, \dots, f_n – дерді нәтиже айналдыратын нүктелер табылады.

2) Осы нүктелер арқылы (6) теңсіздіктің анықталу облысы аралықтарға бөлінеді.

3) f_1, f_2, \dots, f_n – дердің қарастырылған аралықтардағы табыларын анықтау үшін кесте құрастырылады.

4) (6) теңсіздік әрбір аралықта жеке-жеке шешіледі.

5) Осы теңсіздіктердің шешімдерінің жиынтығы берілген (6) теңсіздіктің шешімі болып табылады.

Енді мысалдар ?арастыралы?.

1-Есеп. $|x+8| < 3x-1$ (8) те? сiздiгiн шешi? iз.

Шешуi: (2) ?атыс?а с?йене табатынымыз:

$$(8) \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 < 3x-1, \\ x+8 > -3x+1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{9}{2}, \\ x > -\frac{7}{4}. \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}.$$

Жауабы: $x \in \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$

2-Есеп. $|x-6| > |x^2-5x+9|$ (9) те? сiздiгiн шешi? iз.

Шешуi: (4) ?атыс?а с?йенiш мынаны табамыз:

$$(9) \Leftrightarrow (x-6-x^2+5x-9)(x-6+x^2-5x+9) > 0 \Leftrightarrow (x^2-6x+15)(x^2-4x+3) < 0.$$

Бiрiншi к?бейткiш, я?ни $x^2-6x+15$ квадрат ?шм?шенi? дискриминанты $D < 0$, олай болса $\forall x \in \mathbb{R}$?шiн $x^2-6x+15 > 0$ болады. Сонды?тан $x^2-4x+3 < 0$ те? сiздiгiн ?ана шешемiз: $x^2-4x+3 < 0$ ($x_1 = 1; x_2 = 3$) $\Leftrightarrow 1 < x < 3$.

Жауабы: $x \in (1; 3)$.

3-Есеп. $|x+1|+|x-2|>5$ (10) теңсіздігін шешіңіз.

Шешуі: 1. Кризистік нүктелерді табамыз, олар: $x = -1, x = 2$.

2. Бұл нүктелер (10) теңсіздіктің анықталу облысын келесі аралықтарға

бөледі:

$$x < -1, \quad -1 \leq x < 2, \quad x \geq 2.$$

3. Кесте құрастырамыз:

| | $x < -1$ | $-1 \leq x < 2$ | $x \geq 2$ |
|-------|----------|-----------------|------------|
| $x+1$ | - | + | + |
| $x-2$ | - | - | + |

4. Әрбір аралық үшін берілген (10) теңсіздікті жеке-жеке шешеміз:

$$\begin{cases} x < -1, \\ -x-1-x+2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1, \\ x < -2. \end{cases} \Leftrightarrow x < -2.$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 2, \\ x+1-x+2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 2, \\ 3 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset.$$

$$\begin{cases} x \geq 2, \\ x+1+x-2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x > 3. \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Жауабы: $x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

- Математика оқулықтарында теңдеулер мен теңсіздіктерге байланысты материалдар мектеп математика курсы мазмұнының қомақты бөлігін құрайды, себебі теңдеулер мен теңсіздіктер математиканың түрлі салаларында және маңызды қолданбалы есептерді шығаруда кең қолданыс табады.
- Теңдеу мен теңсіздік ұғымы қаншалықты кең болса, олардың шығару әдістері де соншалықты көп.