

*С тех пор как существует мирозданье,  
Такого нет, кто б не нуждался в знанье.  
Какой мы ни возьмем язык и век,  
Всегда стремится к знанью человек.*



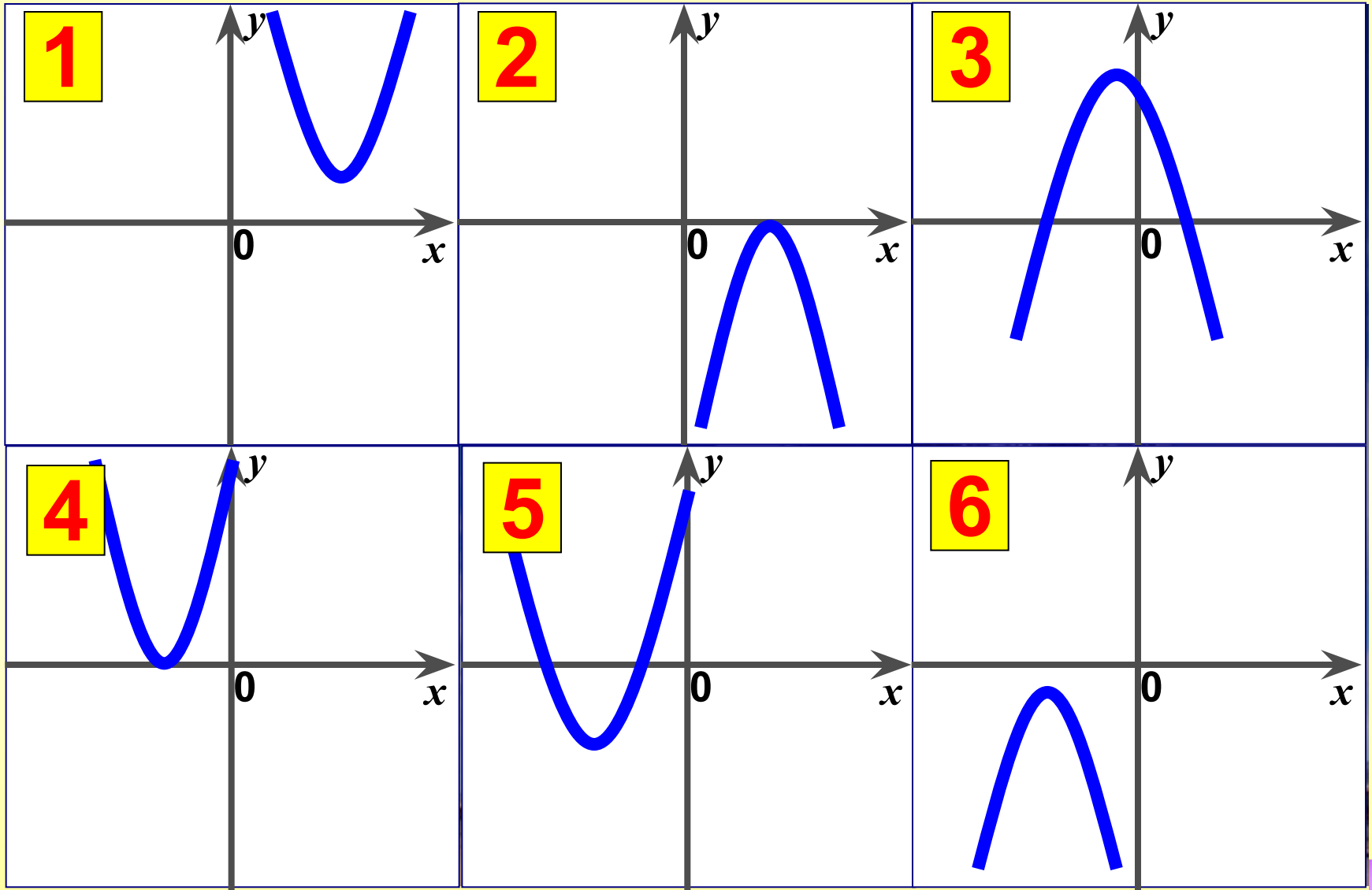


*Сейчас появятся шесть графиков квадратичных функций и значения старшего коэффициента ( $a$ ) и дискриминанта квадратного трёхчлена ( $D$ ). Выберите график, соответствующий указанным значениям, для этого сделайте клик на прямоугольнике с цифрой или на слове «нет», если такие значения отсутствуют. При правильном ответе открывается часть картинки, при неправильном - возникает слово «ошибка», чтобы вернуться к заданиям нужно нажать на управляющую кнопку «назад». После верного выполнения всех заданий картинка откроется полностью.*



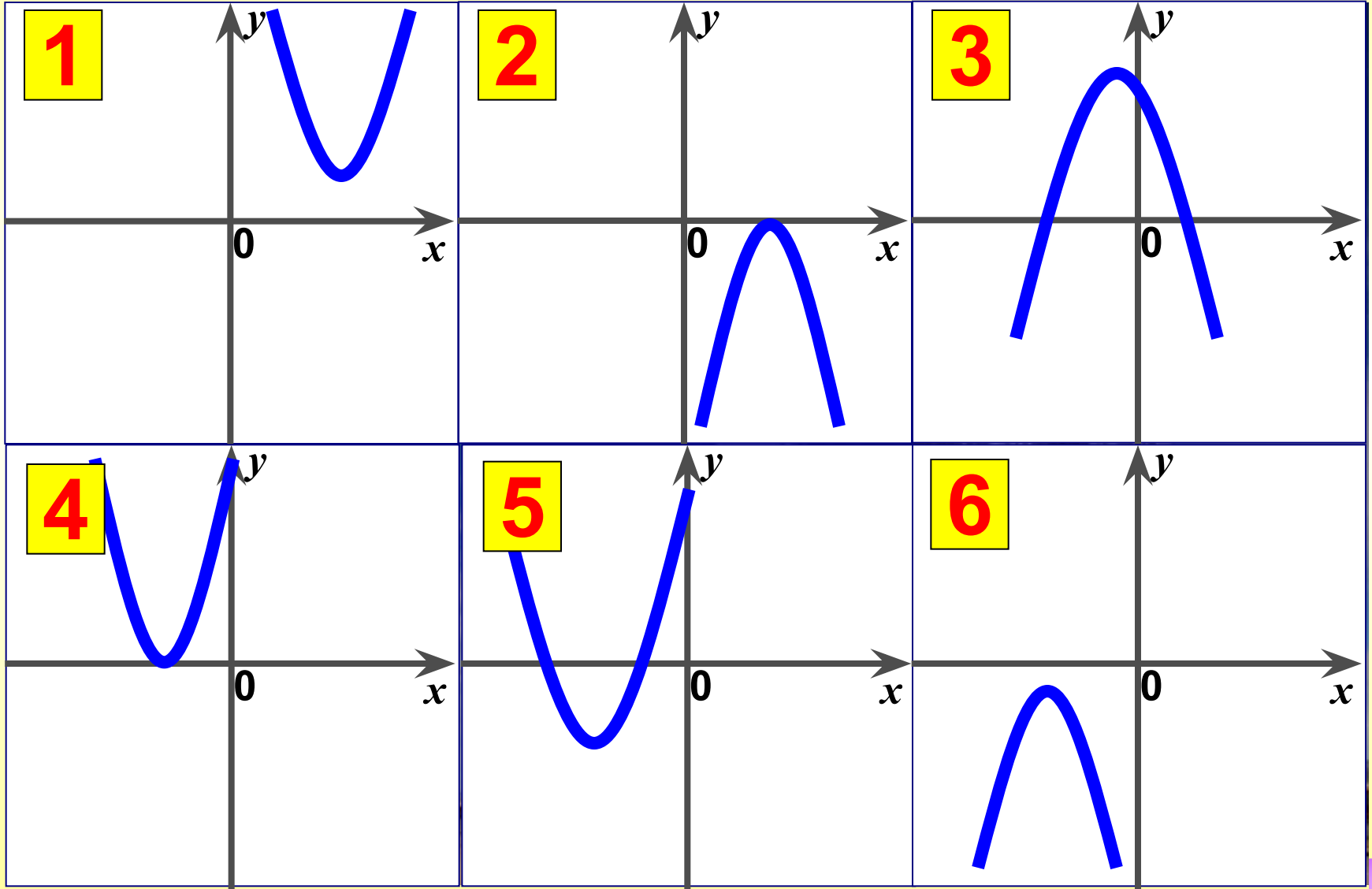
$$a = 0 ; D > 0$$

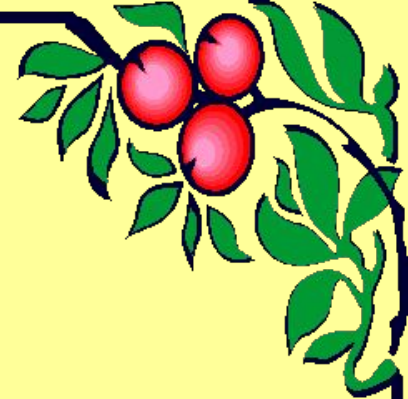
**HET**



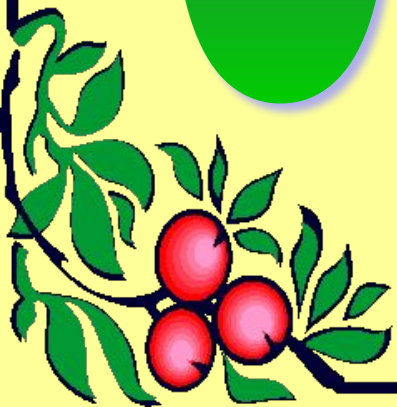
$$a < 0 ; D > 0$$

**HET**



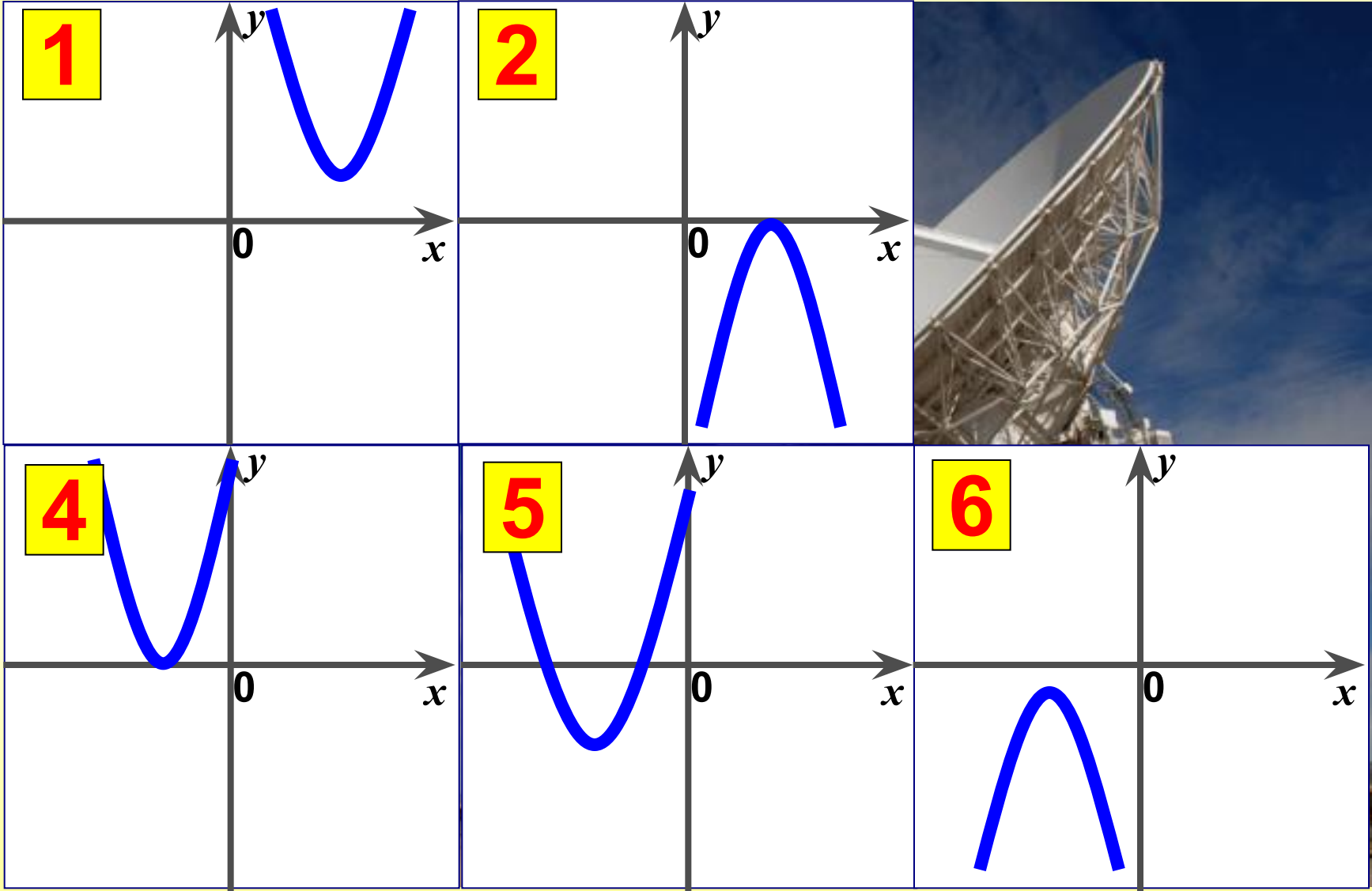


ОШИБКА



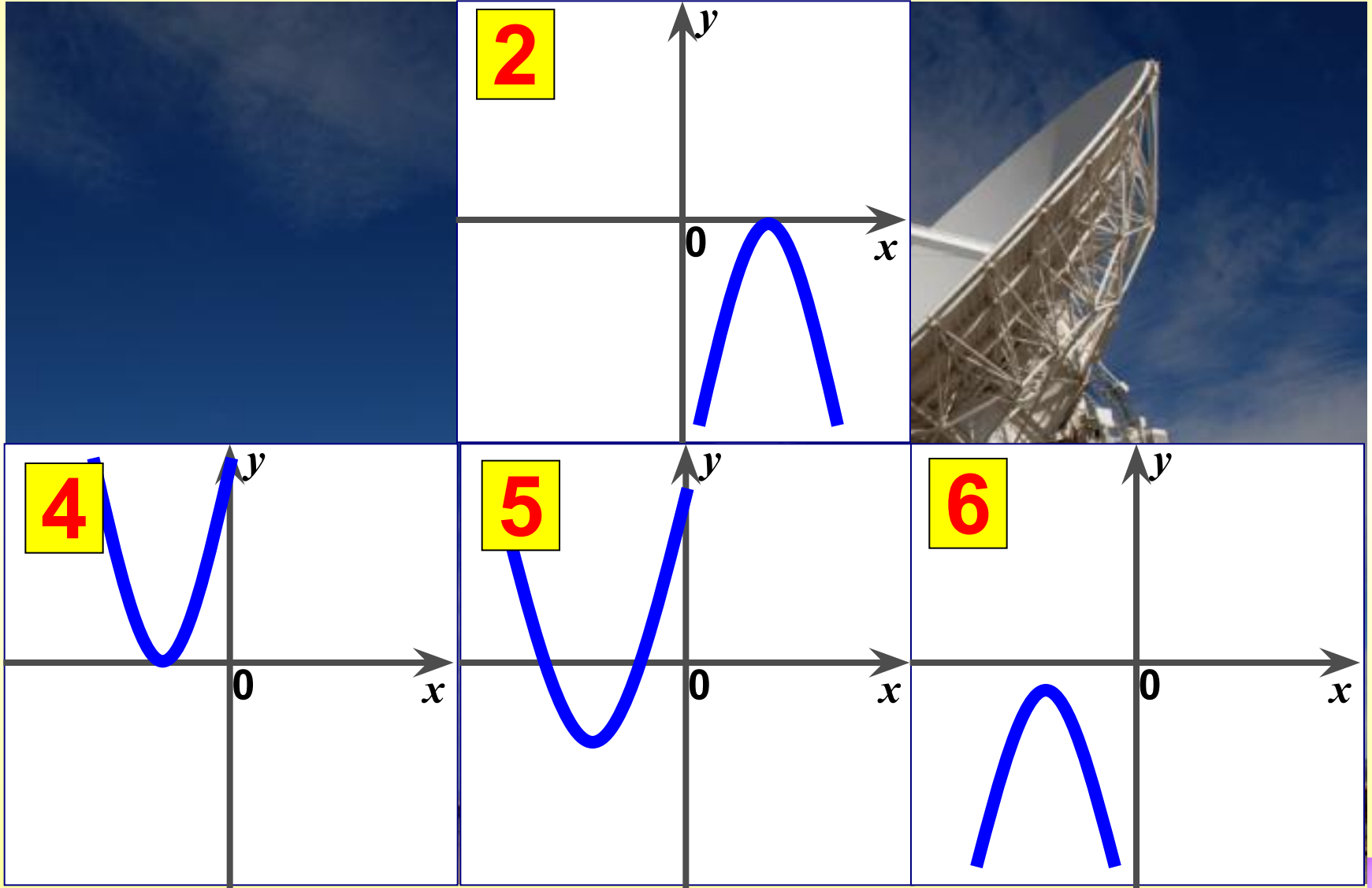
$$a > 0 ; D < 0$$

**HET**



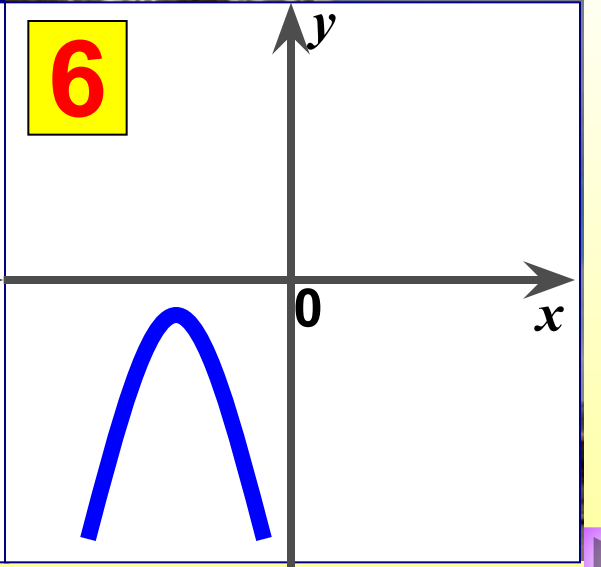
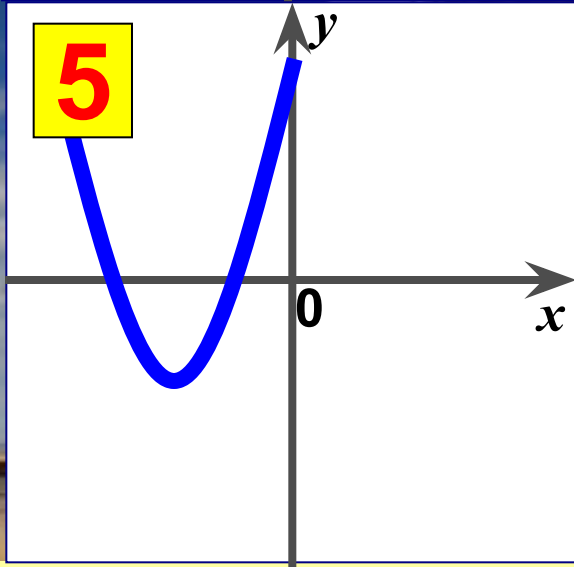
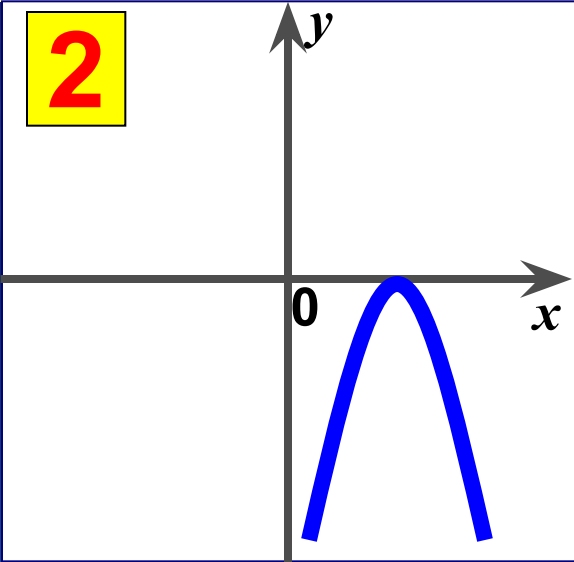
$$a > 0 ; D = 0$$

*HET*



$$a < 0 ; D > 0$$

**HET**



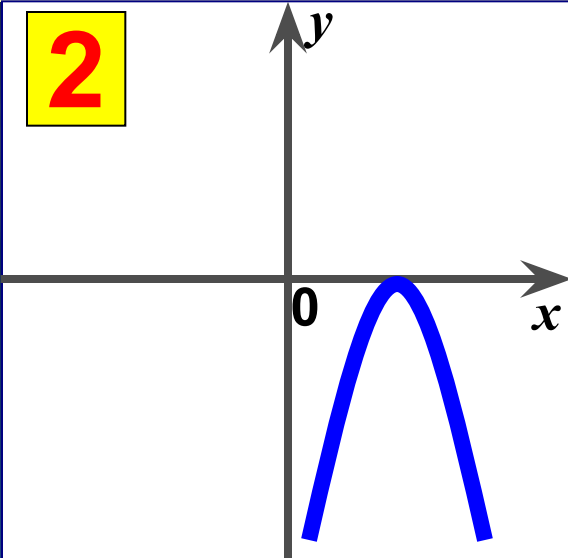


$$a < 0 ; D < 0$$

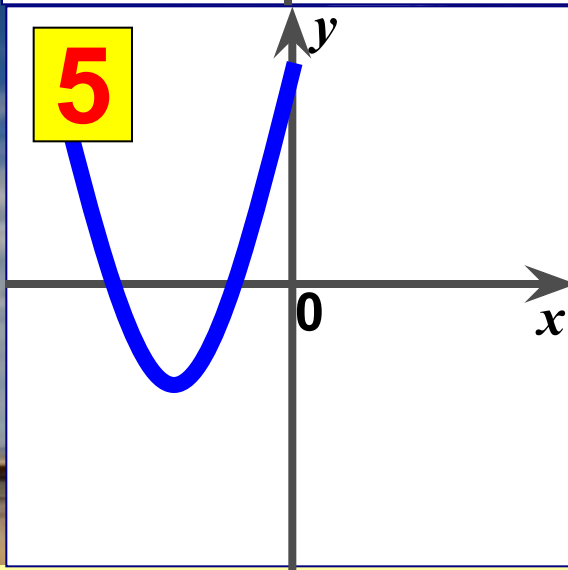
*HET*



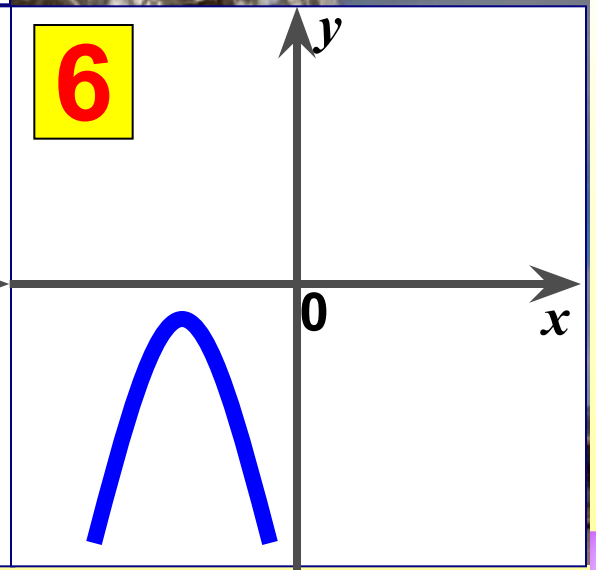
2



5

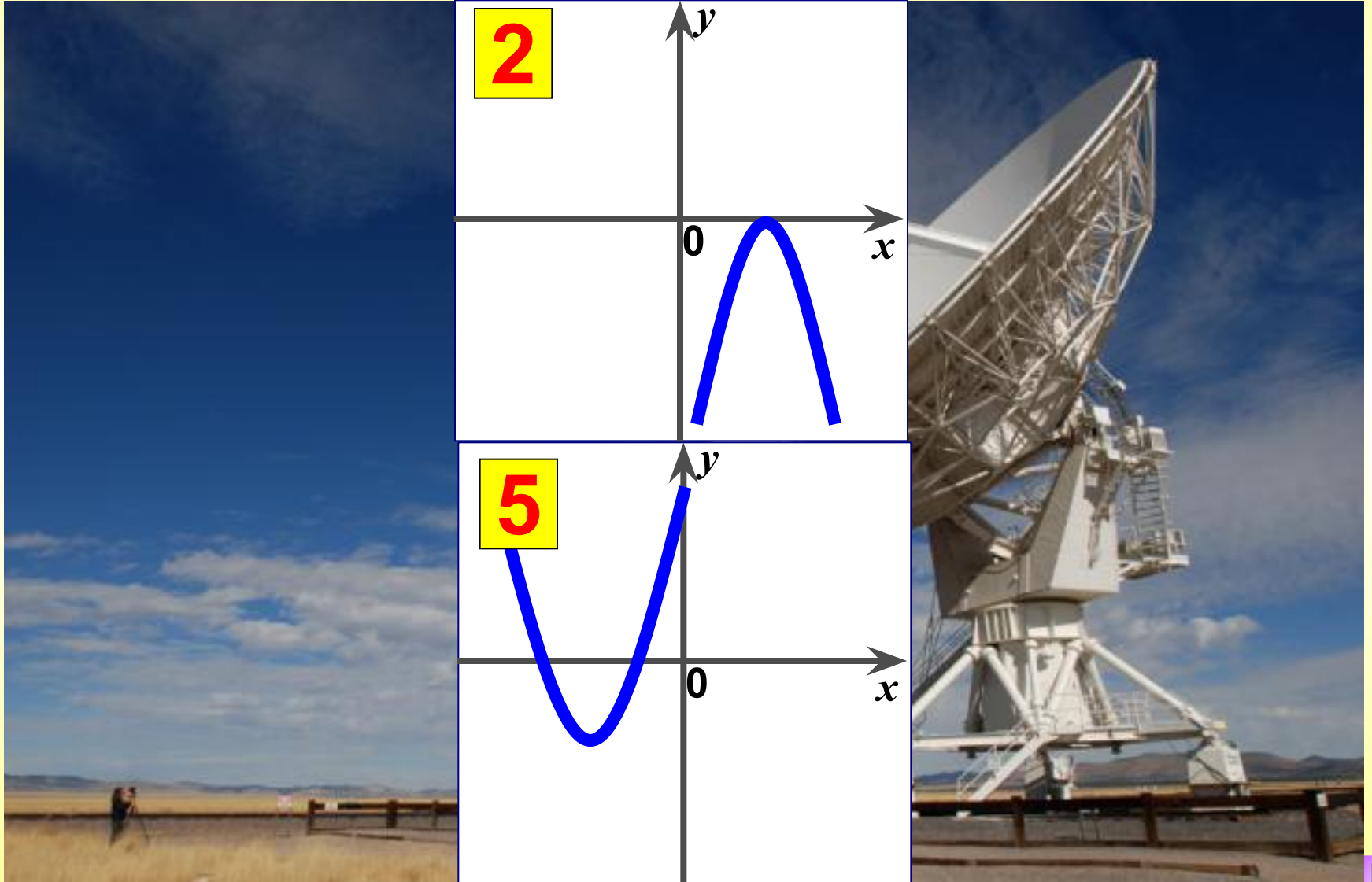


6



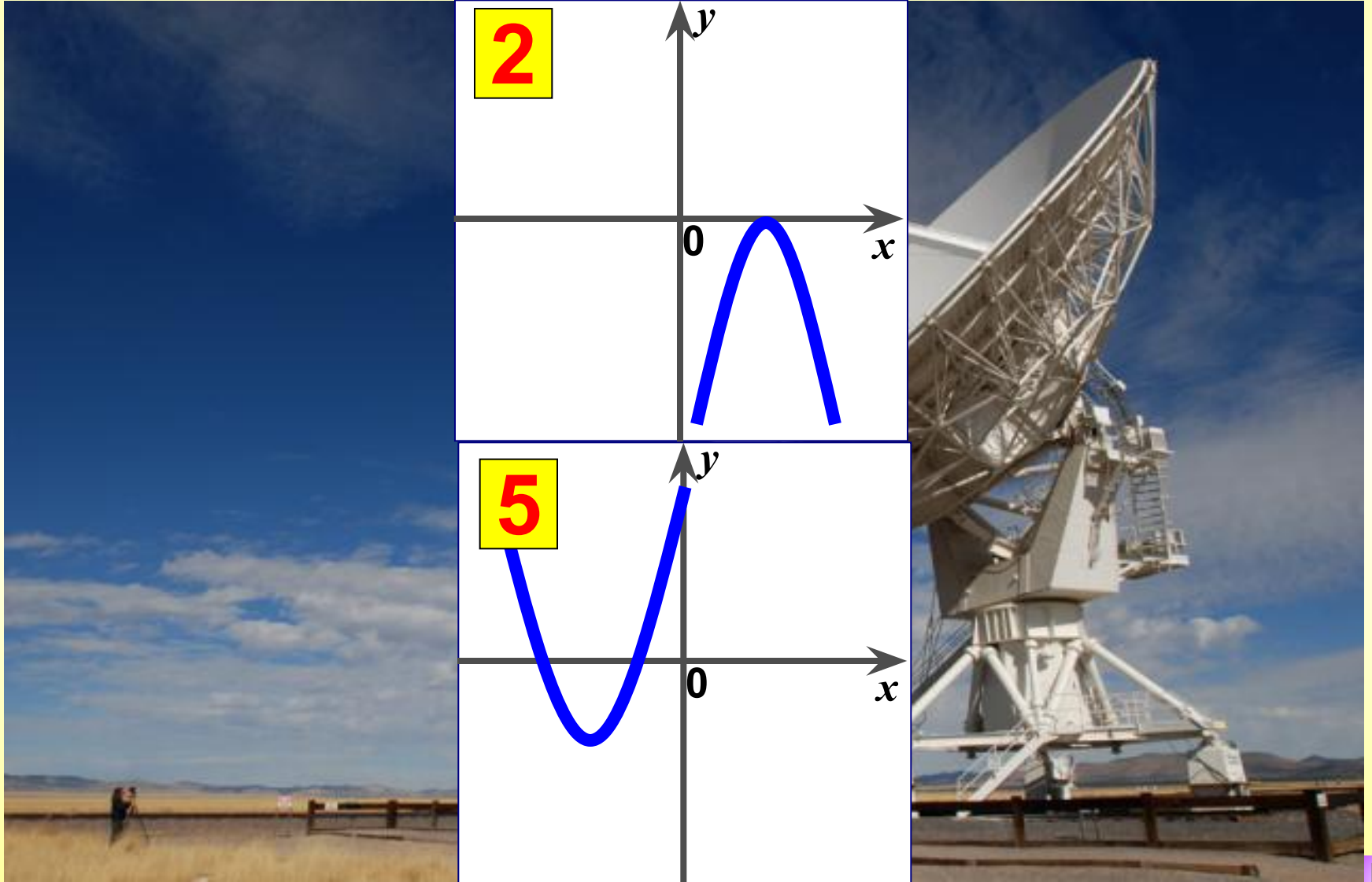
$$a < 0 ; D > 0$$

**HET**



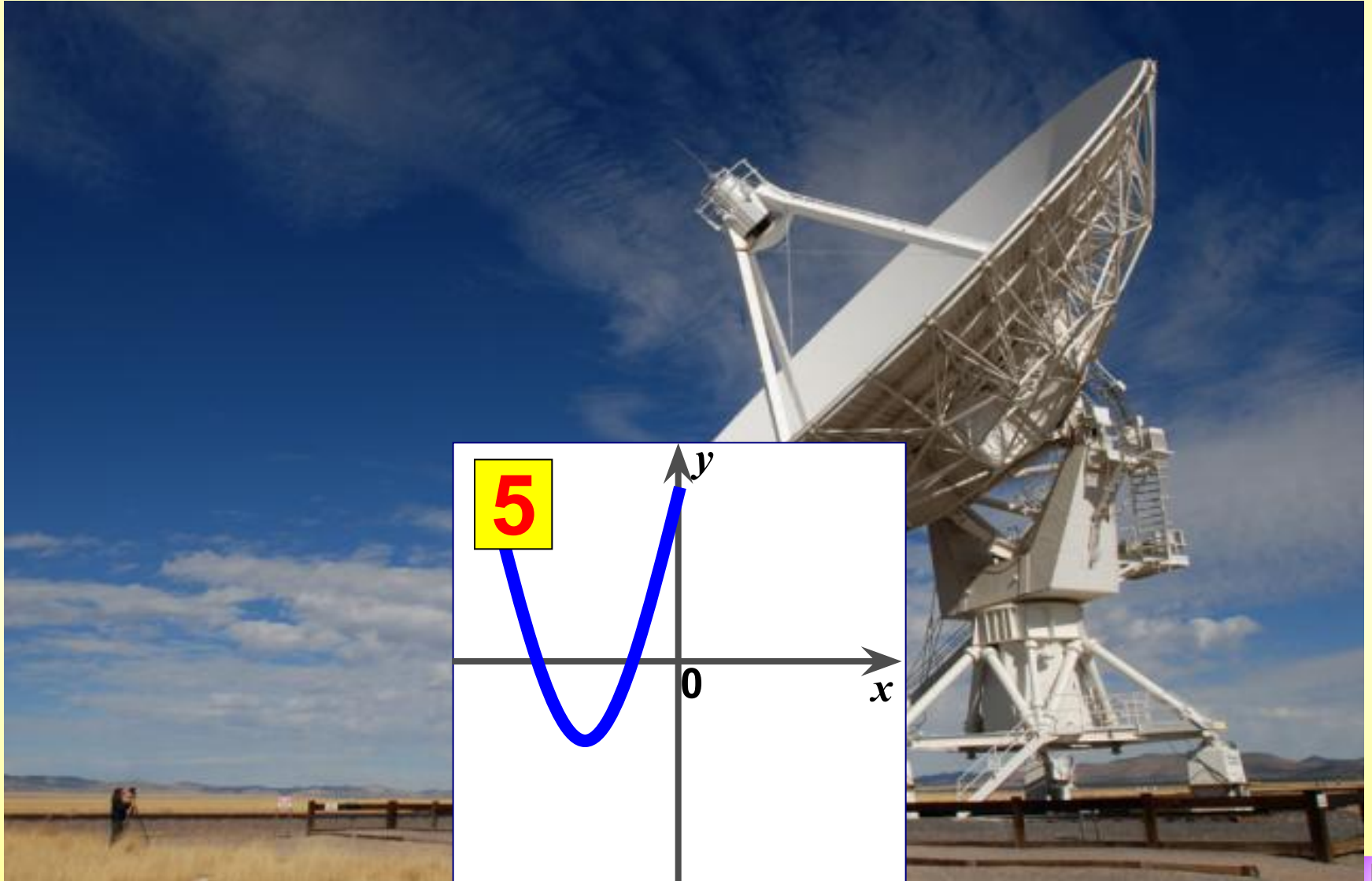
$$a < 0 ; D = 0$$

**HET**



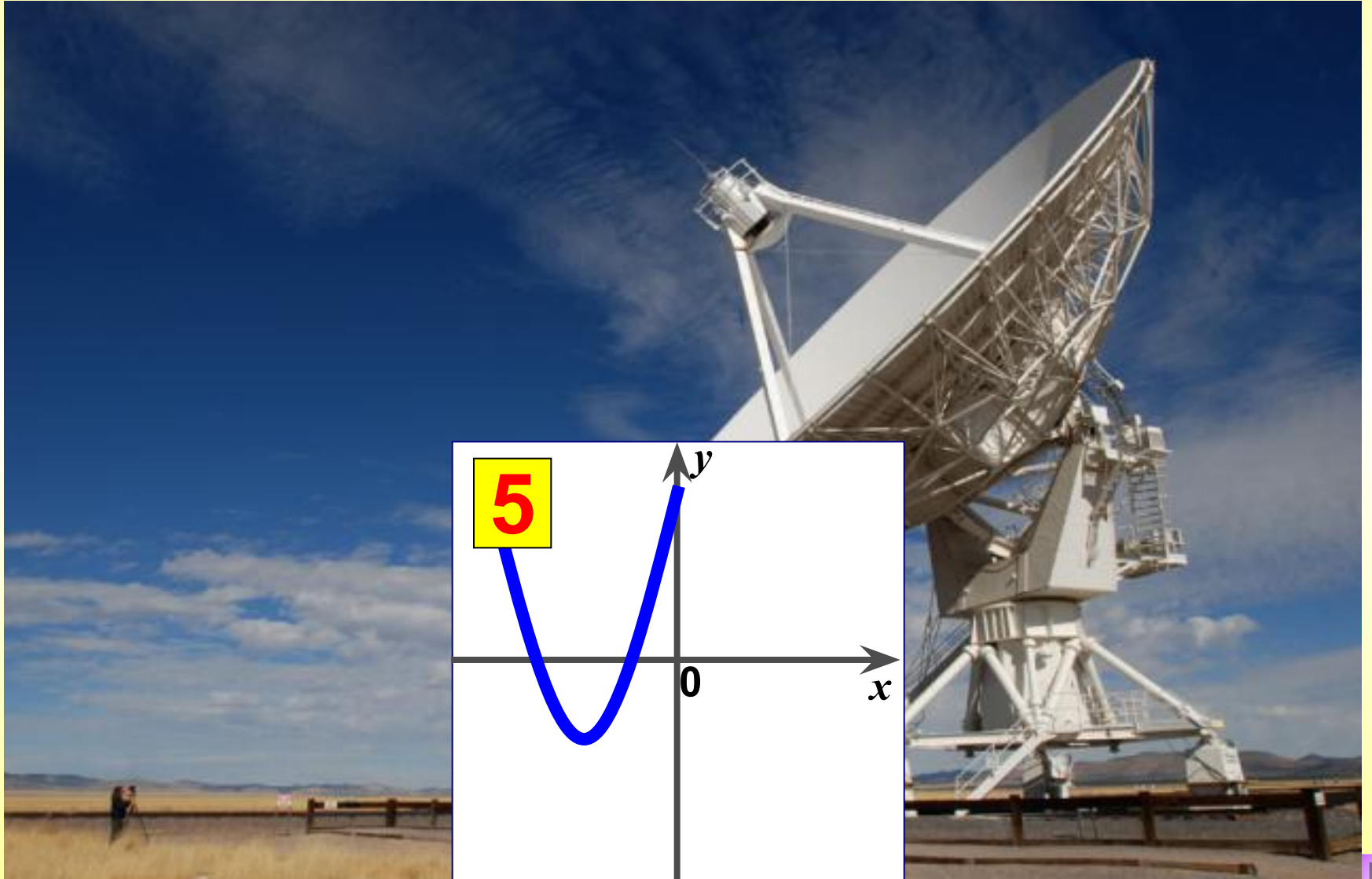
$$a > 0 ; D < 0$$

**HET**



$$a > 0 ; D > 0$$

**HET**









*Найдите корни квадратного трехчлена:*

**I вариант.**

а)  $x^2+x-12$

б)  $x^2+6x+9$ .

**II вариант.**

а)  $2x^2-7x+5$ ;

б)  $4x^2-4x+1$ .





*Найдите корни квадратного трехчлена:*

**I вариант.**

а)  $x^2+x-12$ ;       $x_1=-4$ ;  $x_2=3$

б)  $x^2+6x+9$ ;       $x_{1,2}=-3$

**II вариант.**

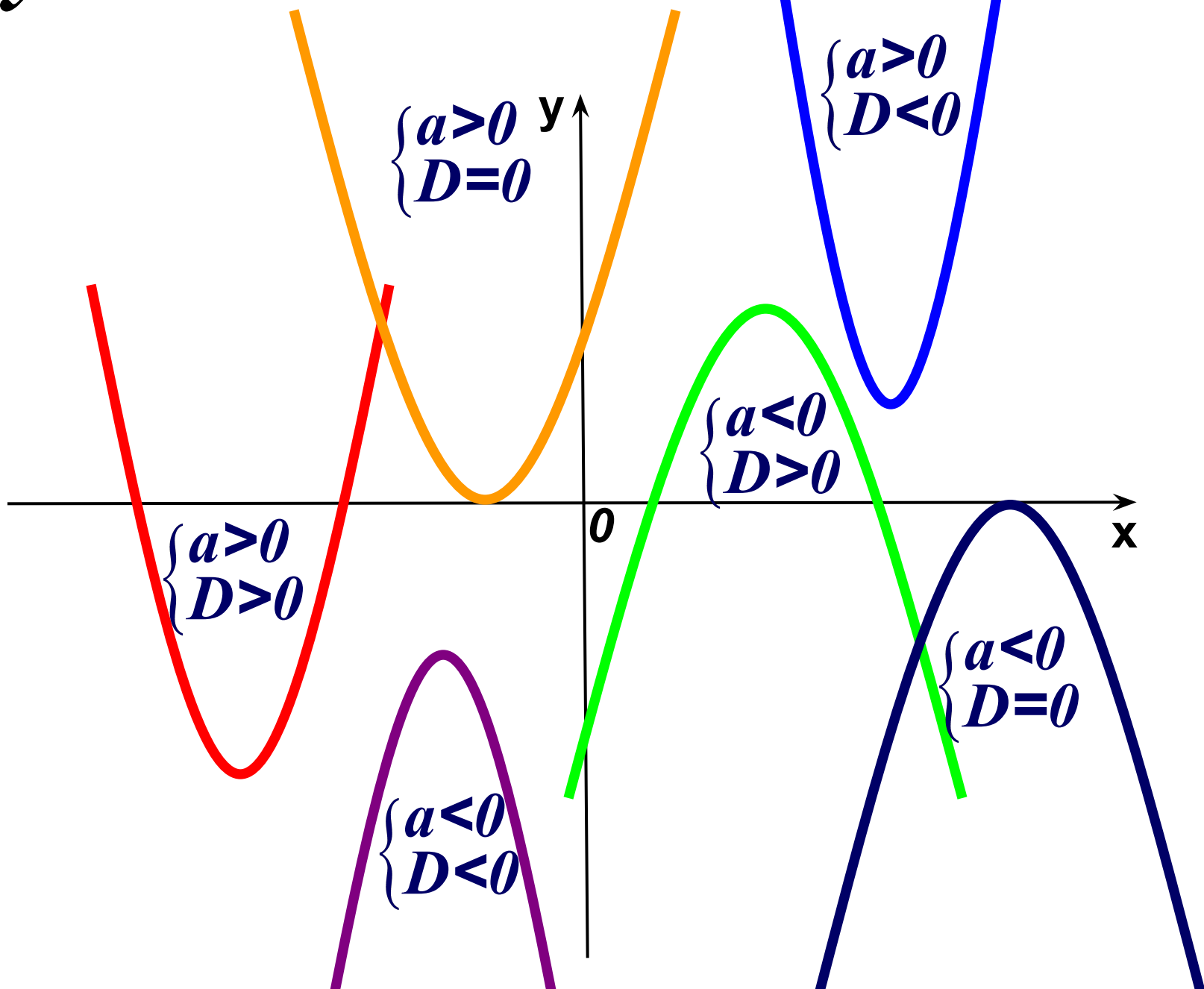
а)  $2x^2-7x+5$ ;       $x_1=1$ ;  $x_2=2,5$

б)  $4x^2-4x+1$ ;       $x_{1,2}=0,5$





$y = ax^2 + bx + c$



По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y \geq 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

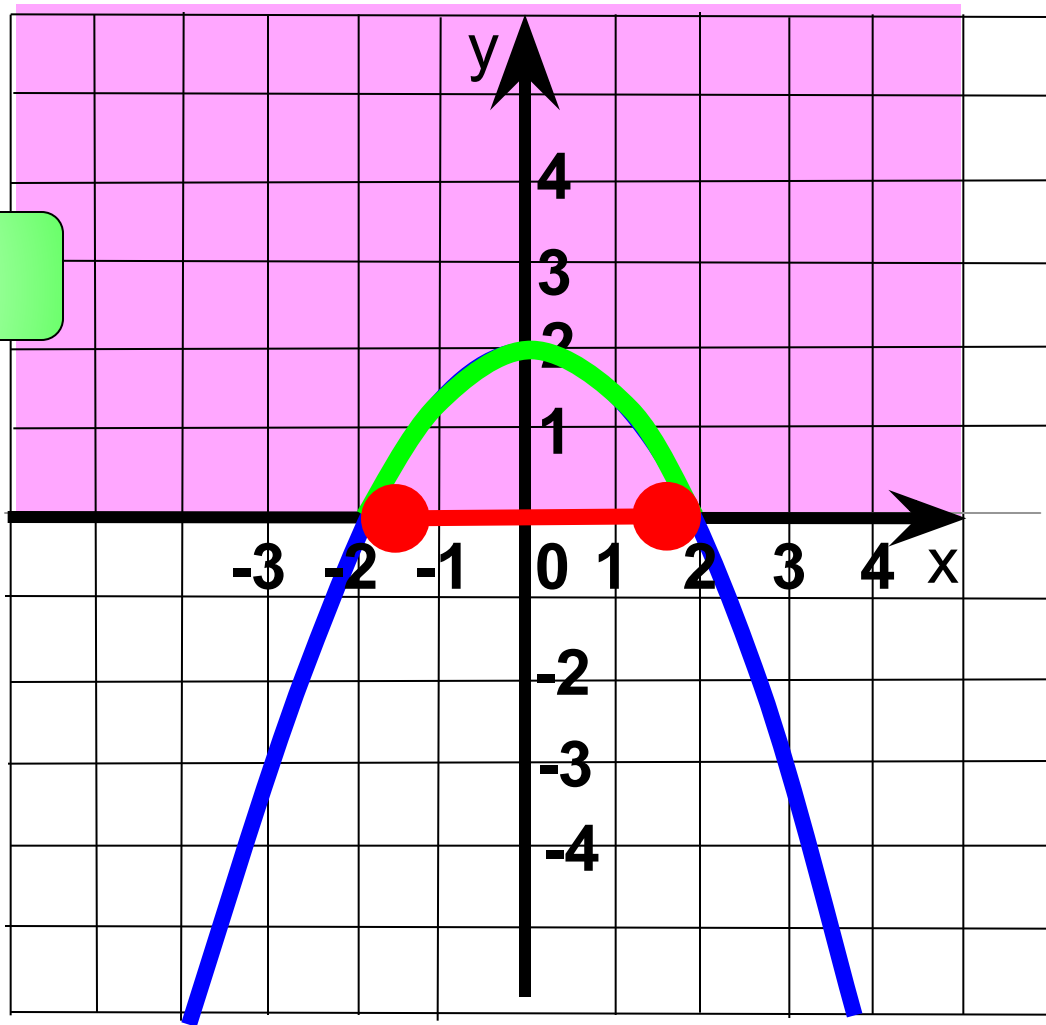
1  $-2 < x < 2$

**ВЕРНО!**

2  $x \leq -2$  ,  $x \geq 2$

3  $-2 \leq x \leq 2$

4  $x < -2$  ,  $x > 2$



По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых значения функции неположительны. Ответ укажите на прямоугольнике с цифрой.

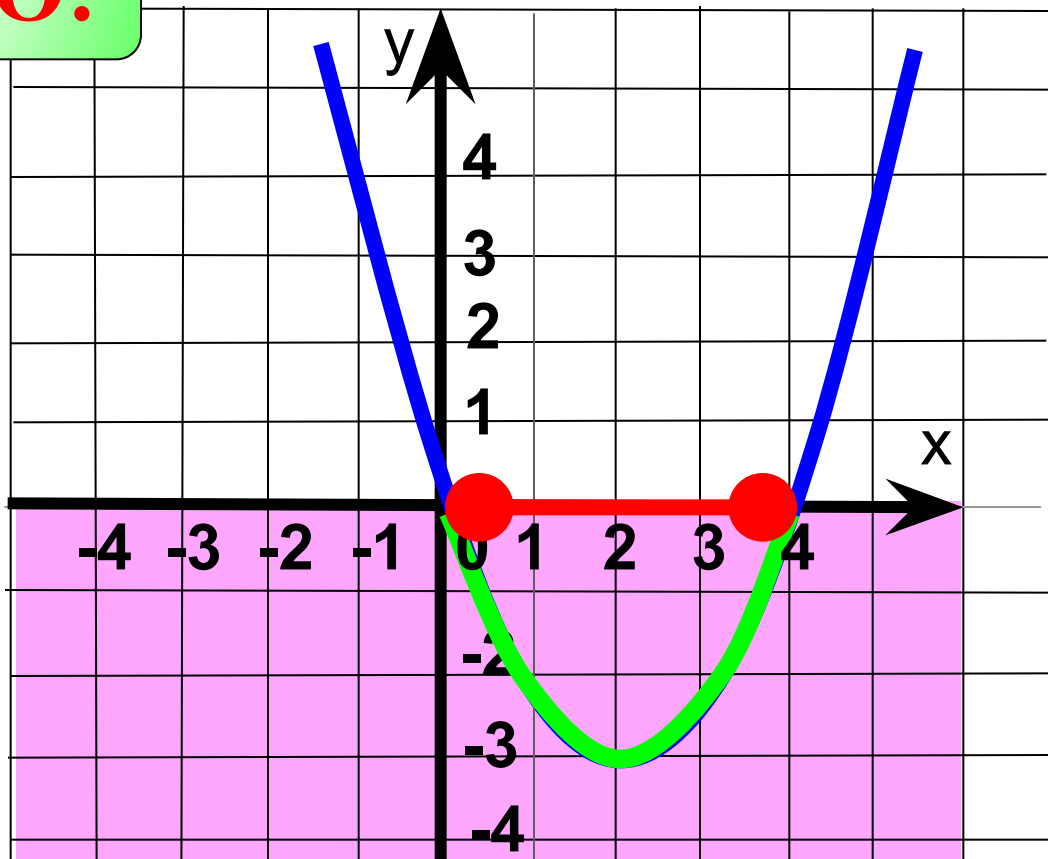
**ВЕРНО!**

1  $0 \leq x \leq 4$

2  $0 < x < 4$

3  $x \leq 0$  ,  $x \geq 4$

4  $x < 0$  ,  $x > 4$



**Значения функции неположительны, то есть отрицательны или равны 0.**

По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y < 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

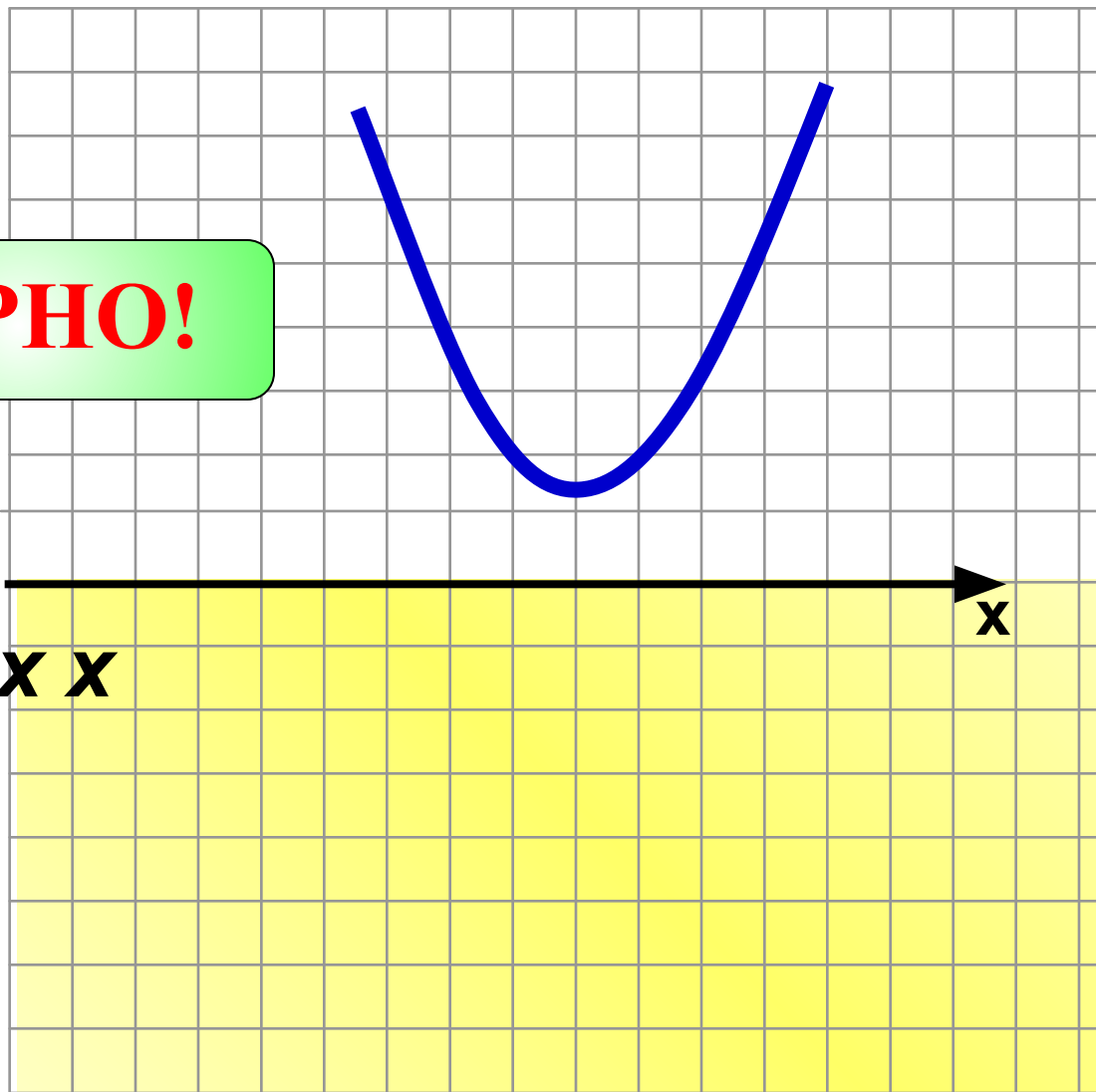
1  $x$  - любое

**ВЕРНО!**

2  $x \leq 0$  ,

3 Ни при каких  $x$

4  $x > 0$



По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y \leq 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

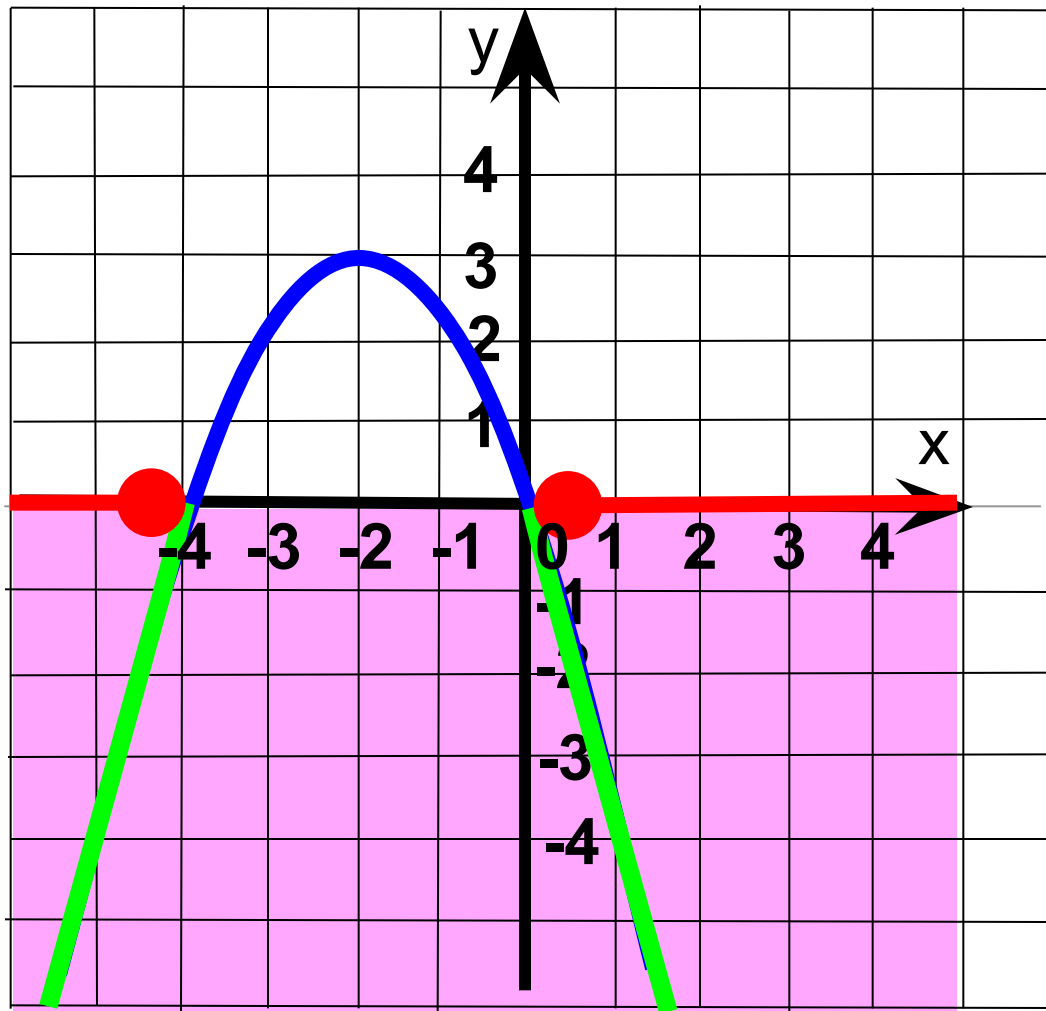
1  $x < -4$  ,  $x > 0$

**ВЕРНО!**

2  $x \leq -4$  ,  $x \geq 0$

3  $-4 \leq x \leq 0$

4  $-4 < x < 0$



По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых значения функции неотрицательны. Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

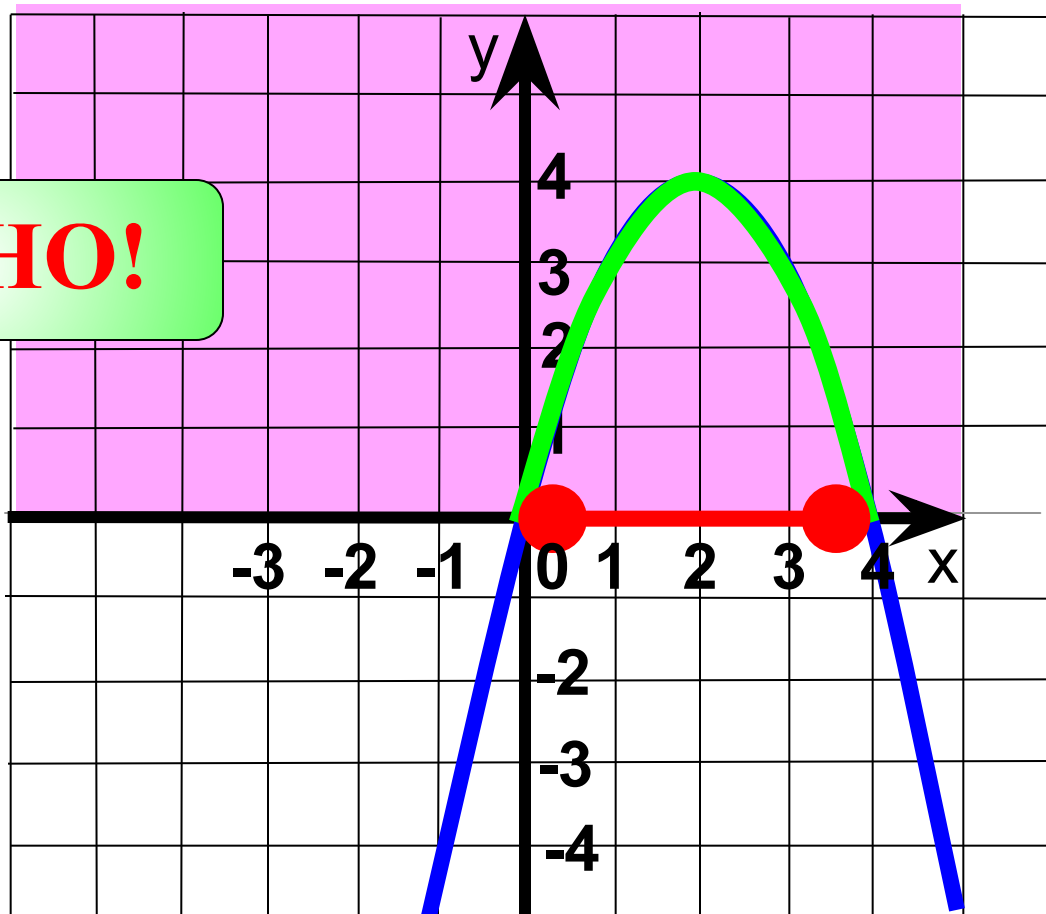
1  $0 < x < 4$

**ВЕРНО!**

2  $x \leq 0$  ,  $x \geq 4$

3  $0 \leq x \leq 4$

4  $x < 0$  ,  $x > 4$



**Значения функции неотрицательны, то есть положительны или равны 0.**

По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y < 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

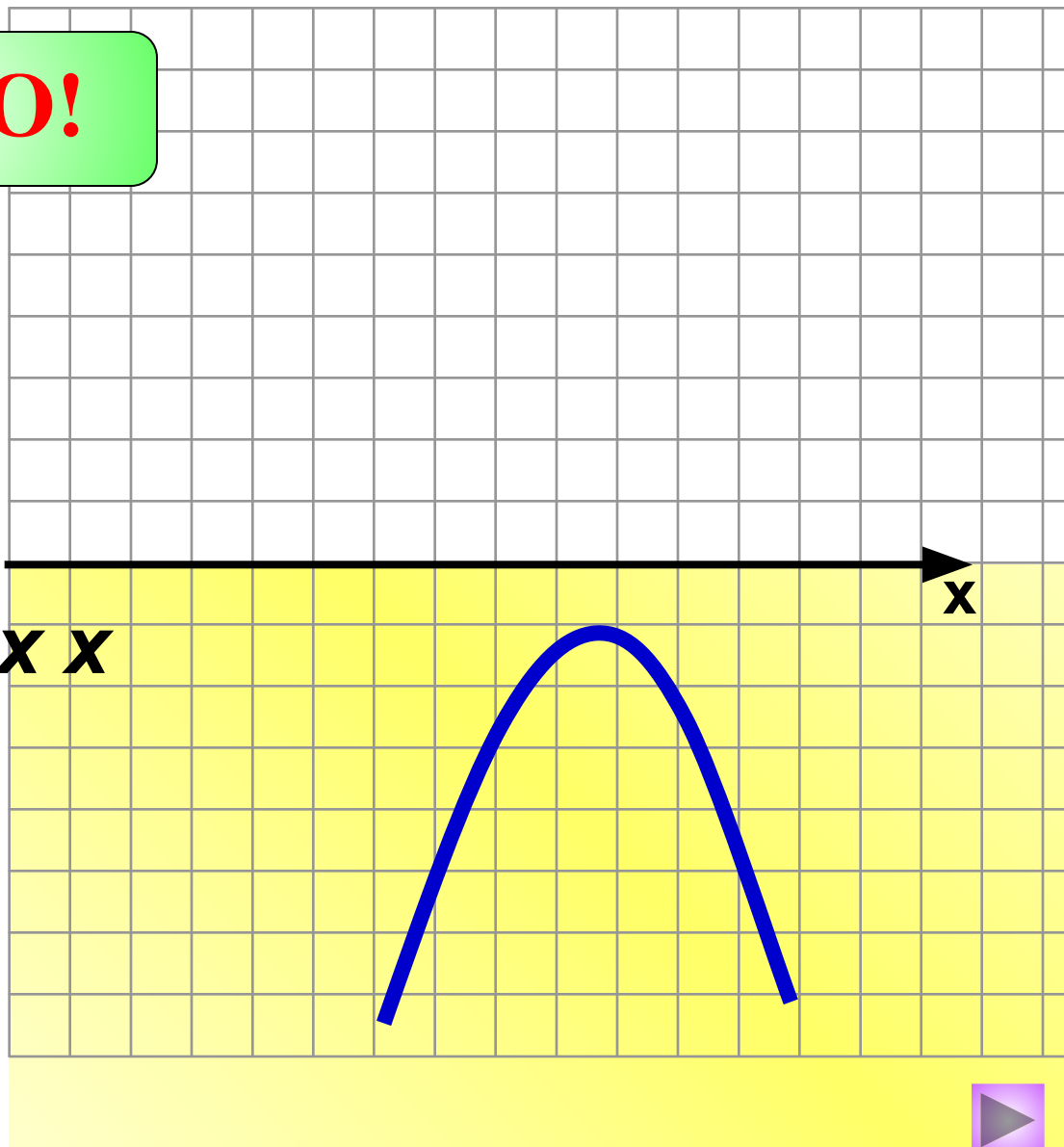
**ВЕРНО!**

1  $x$  - любое

2  $x \leq 0$  ,

3 Ни при каких  $x$

4  $x > 0$



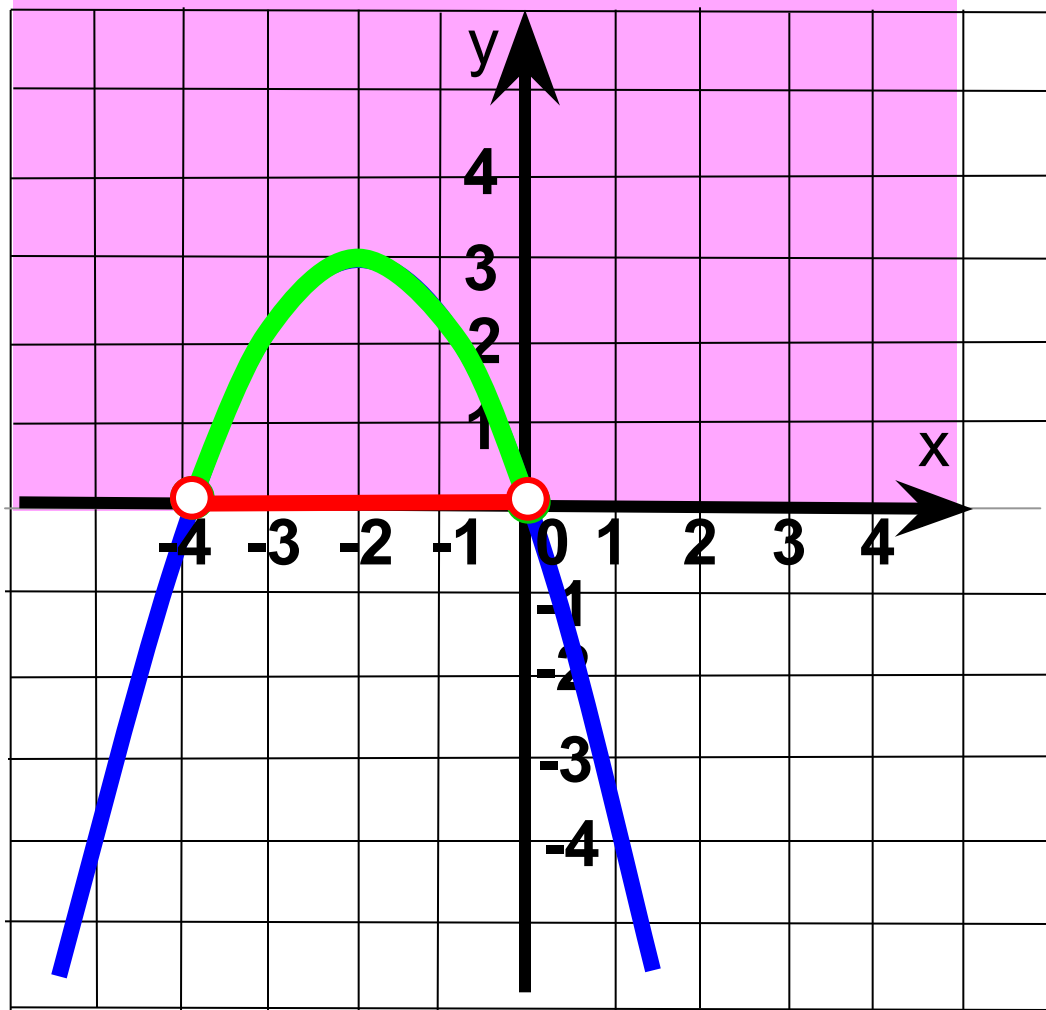
По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y > 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

1  $x < -4$  ,  $x > 0$

2  $x \leq -4$  ,  $x \geq 0$

3  $-4 \leq x \leq 0$

4  $-4 < x < 0$



**ВЕРНО!**





По графику квадратичной функции укажите все значения аргумента, при которых  $y < 0$ . Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

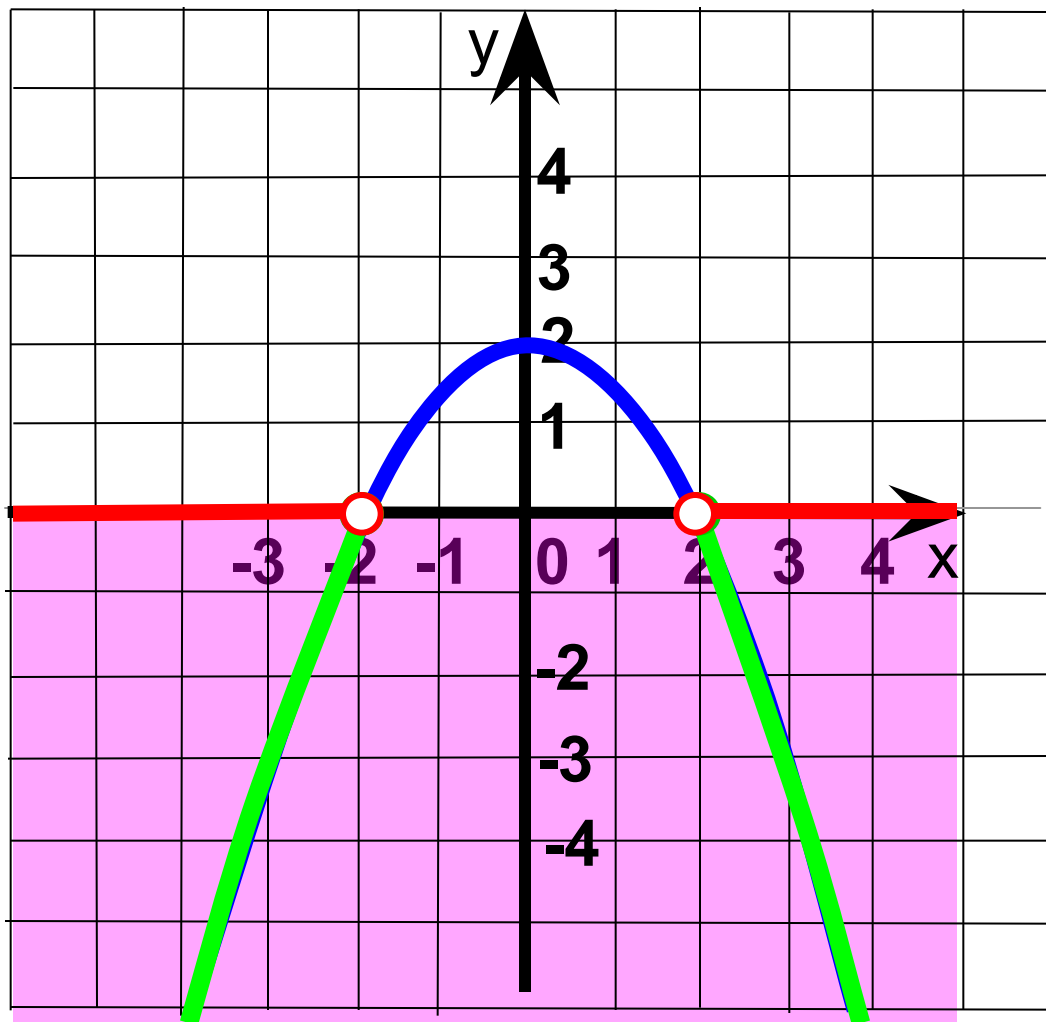
1  $-2 < x < 2$

2  $x \leq -2$  ,  $x \geq 2$

3  $-2 \leq x \leq 2$


4  $x < -2$  ,  $x > 2$

**ВЕРНО!**



*Решение квадратных  
неравенств.*






**Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**.


$$ax^2+bx+c>0 \quad ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0 \quad ax^2+bx+c\leq 0$$

**Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

**Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.





**Являются ли следующие  
неравенства квадратными?**

a)  $\frac{-2x^2 - 4x + 6}{2} < 0;$       з)  $4y^2 - 5y + 7 > 0;$

б)  $4x^2 - 2x \geq 0;$       д)  $5x^2 - 6x + 4 \leq 0;$

в)  $2x - 4 > 0;$       е)  $3y - 5y^2 + 7 < 0.$



## Алгоритм решения

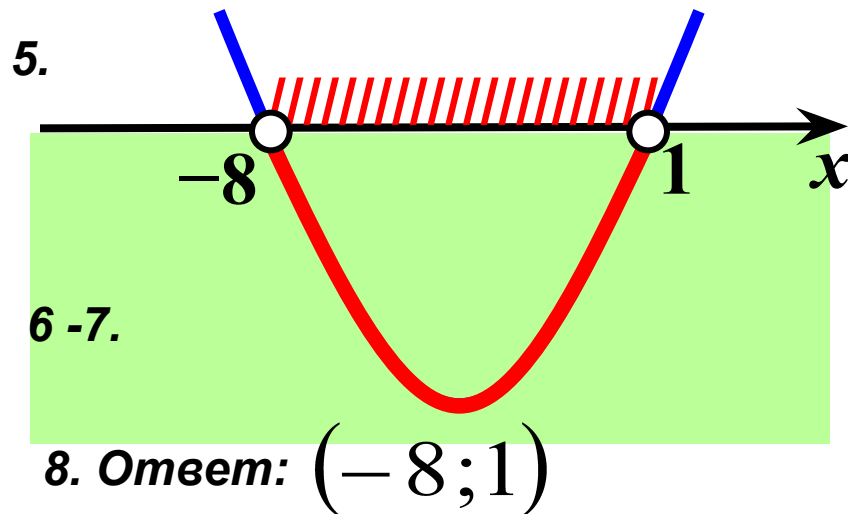
### квадратных неравенств:

1. Приведите неравенство к виду  $ax^2+bx+c > 0$  ( $\geq 0$ ),  $ax^2+bx+c < 0$  ( $\leq 0$ ).
2. Рассмотрите функцию  $y=ax^2+bx+c$ .
3. Определите направления ветвей.
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них  $y=0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  найдите, решая уравнение  $ax^2+bx+c=0$ ).
5. Схематически постройте график функции  $y=ax^2+bx+c$ .
6. Выделите часть параболы для которой  $y > 0$  ( $\geq 0$ ) или  $y < 0$  ( $\leq 0$ ).
7. На оси абсцисс выделите те значения  $x$ , для которых  $y > 0$  ( $\geq 0$ ) или  $y < 0$  ( $\leq 0$ ).
8. Запишите ответ.

## Решите неравенство

$$x^2+7x-8 < 0.$$

2. Рассмотрим функцию  $y=x^2+7x-8$ .
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
4.  $x^2+7x-8=0$ .  
По теореме Виета 
$$\begin{cases} x_1+x_2=-7 \\ x_1 \cdot x_2=-8 \end{cases} \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=1 \end{cases}$$



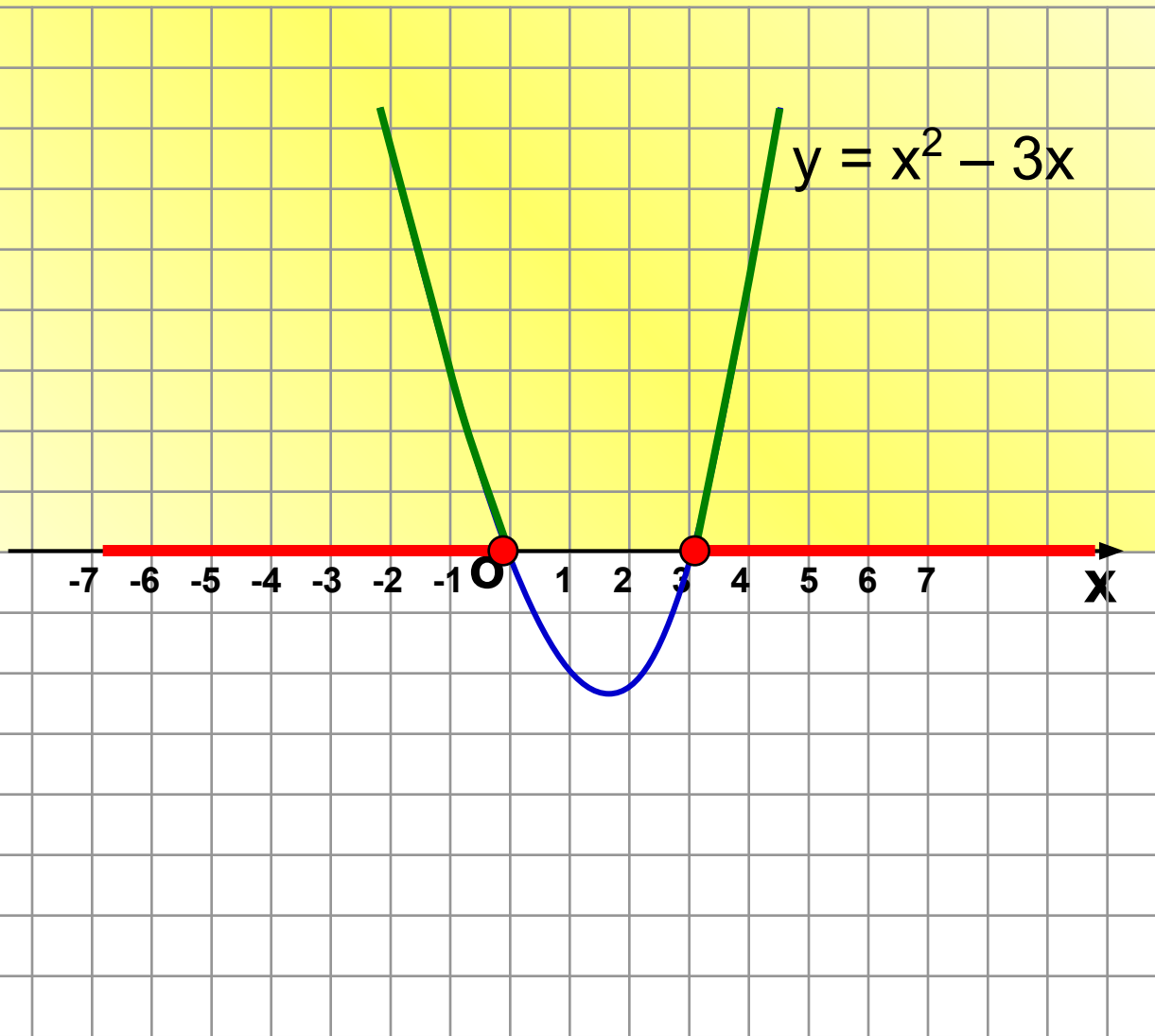
Решите неравенство  
 $x^2 - 3x \geq 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3)=0$$

$$x=0 \text{ или } x-3=0$$

$$x=3$$



Ответ :  $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$

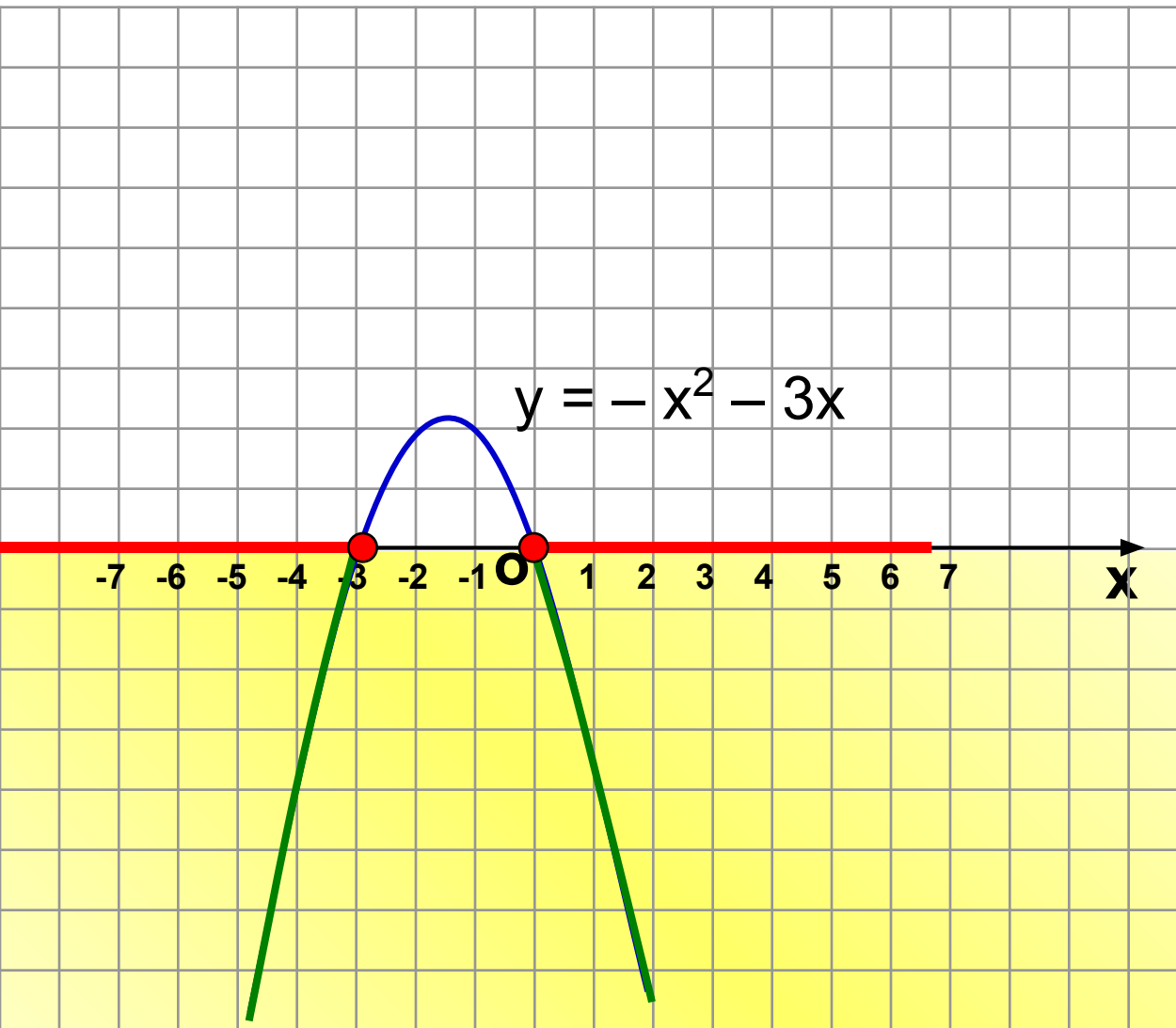
Решите неравенство  
 $-x^2 - 3x \leq 0$

$$-x^2 - 3x = 0$$

$$-x(x+3)=0$$

$$x=0 \text{ или } x+3=0$$

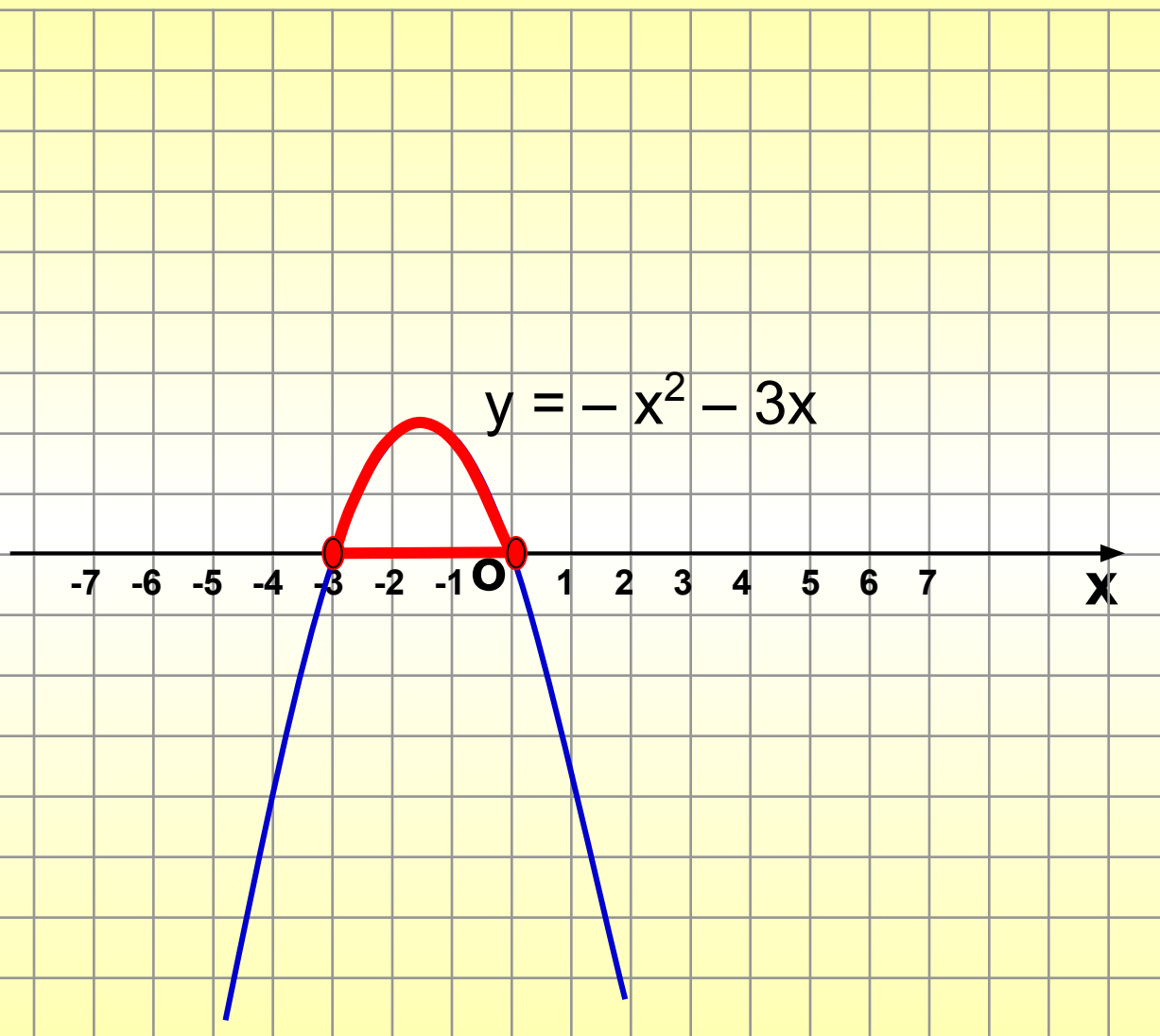
$$x=-3$$



Ответ:  $(-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$

Решите неравенство  
 $-x^2 - 3x > 0$

*Ответ* :  $(-3; 0)$



Решите неравенство  
 $-x^2 - 3x \geq 0$

*Ответ* :  $[-3; 0]$





Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 > 0$$

$$-x^2 + 5x - 9,6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 9,6 = 0$$

$$D = 25 - 38,4 = -13,4 < 0$$

нет корней,

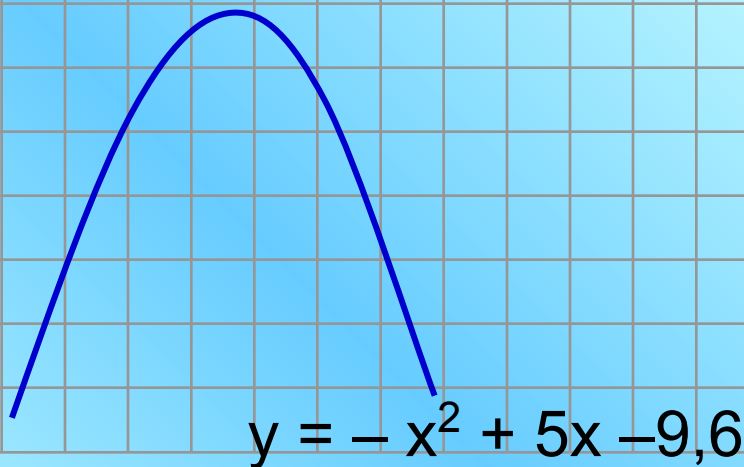
парабола не  
пересекает ось  $x$

*Ответ* :  $\emptyset$

Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 < 0$$

*Ответ* :  $x \in \mathbb{R}$ .



Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 < 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

*Ответ* :  $\emptyset$

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

*Ответ* :  $x = 3$

Решите неравенство

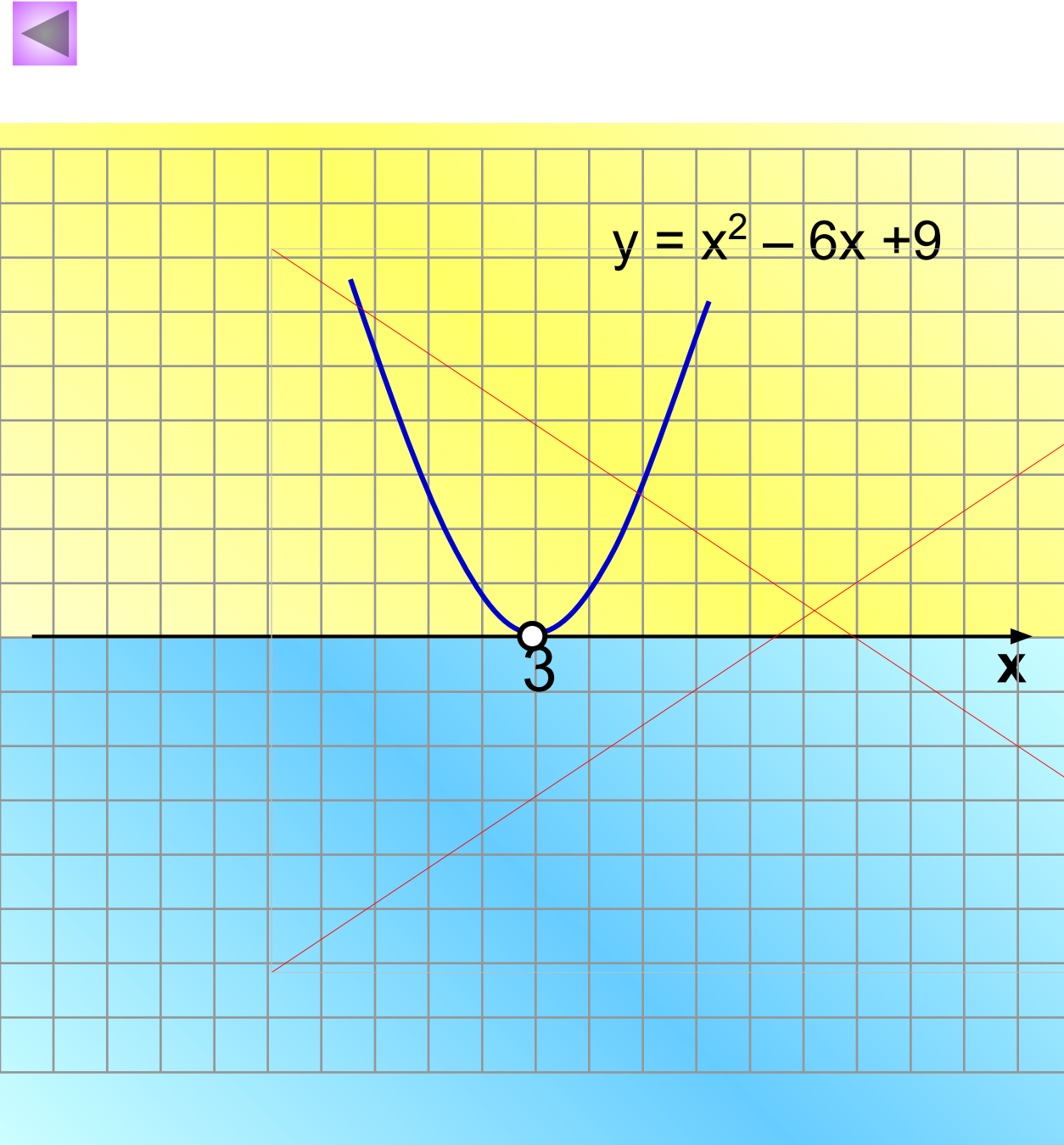
$$x^2 - 6x + 9 > 0$$

*Ответ* :  $x \neq 3$ .

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \geq 0$$

*Ответ* :  $x \in R$ .



 Аналитическая модель	Старший коэффициент	Дискриминант	Геометрическая модель	Решение
$ax^2+bx+c>0$	$a>0$	$D>0$		
$ax^2+bx+c\geq 0$	$a>0$	$D>0$		
$ax^2+bx+c>0$	$a>0$	$D<0$		
$ax^2+bx+c\geq 0$	$a>0$	$D<0$		
$ax^2+bx+c>0$	$a>0$	$D=0$		
$ax^2+bx+c\geq 0$	$a>0$	$D=0$		



Решите неравенство

$$x^2 + 4x < 0$$

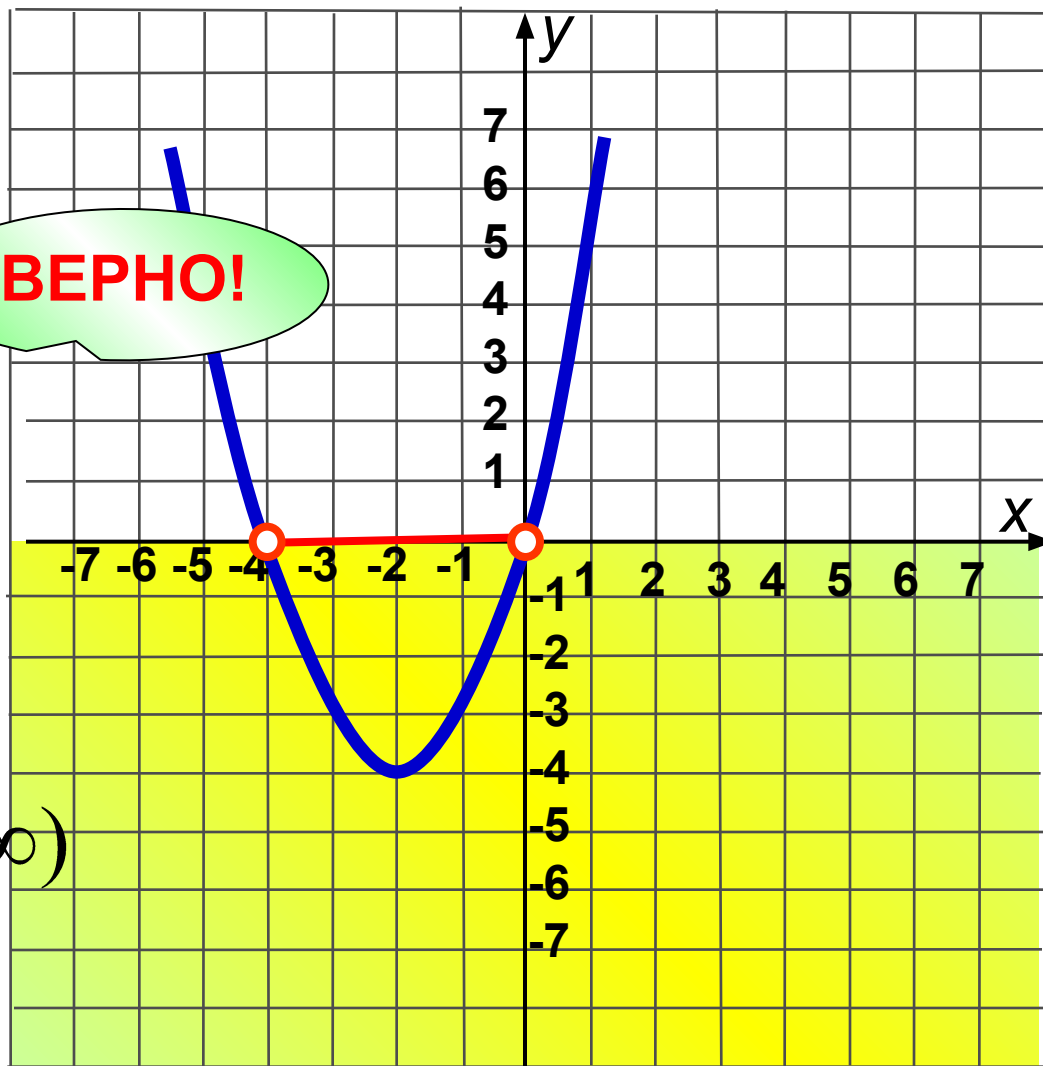
1 [-4; 0]

2 (-4; 0)

3  $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

4  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$

**ВЕРНО!**



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

$$x^2 + 4x \geq 0$$

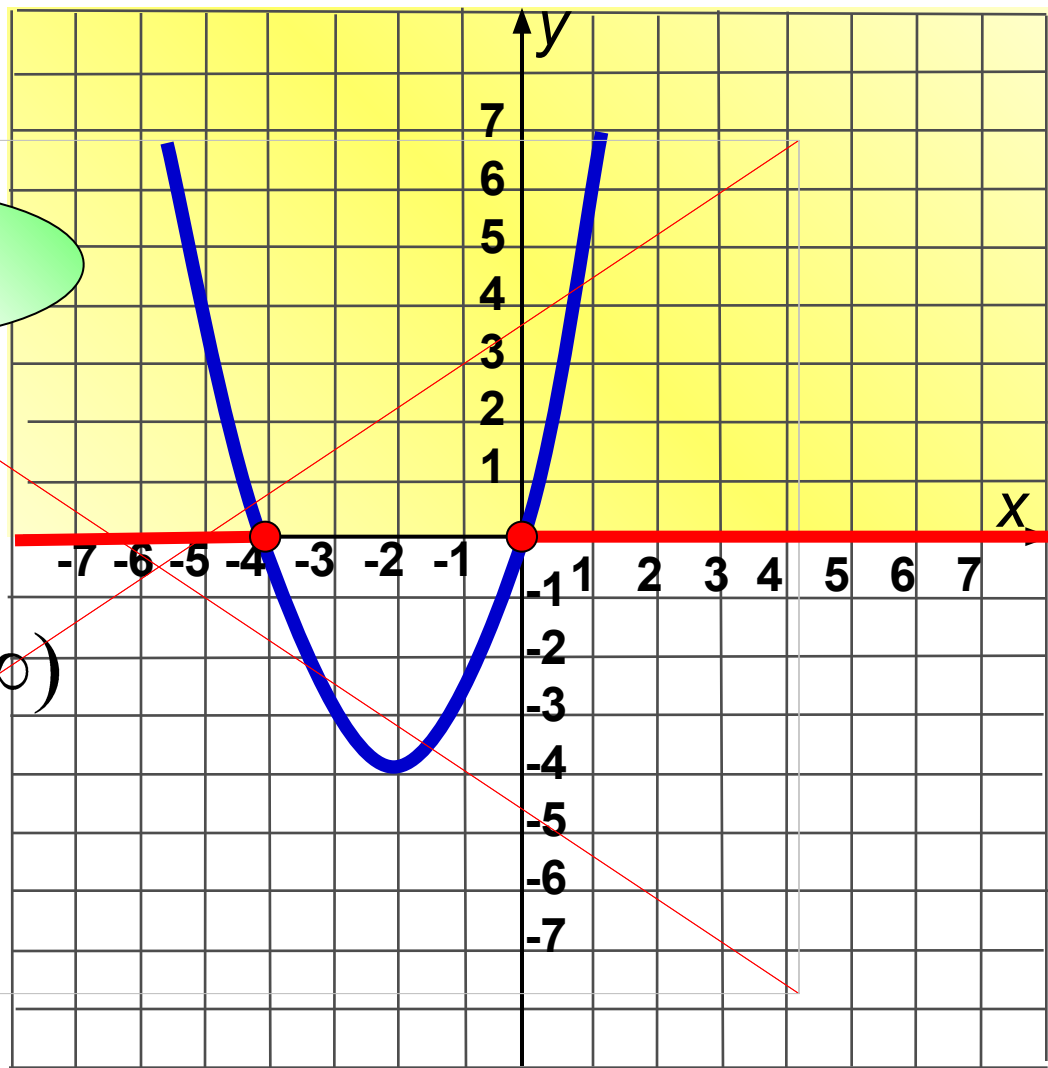
1  $[-4; 0]$

2  $(-4; 0)$

3  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$

4  $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

**ВЕРНО!**



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

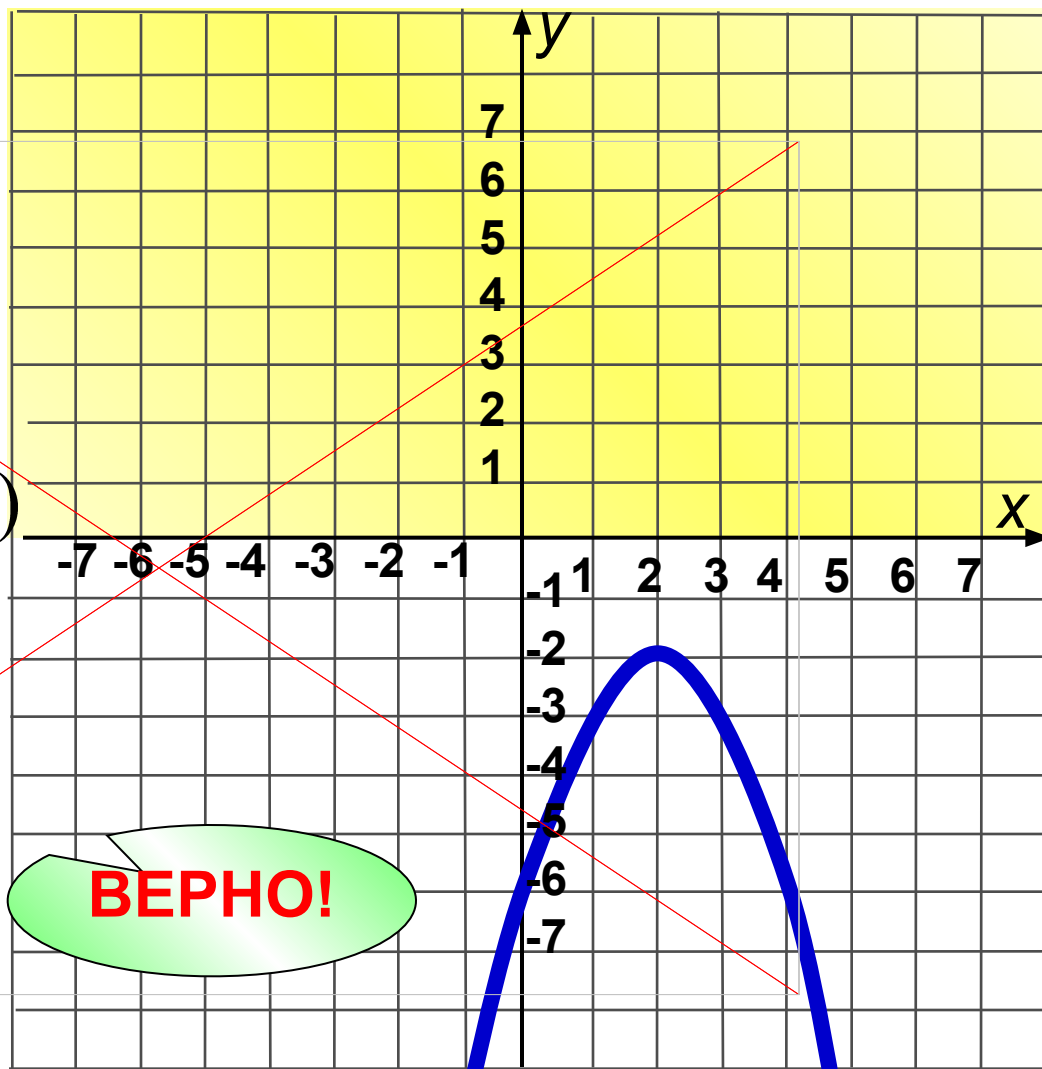
$$-x^2 + 4x - 6 \geq 0$$

1  $x=2$

2  $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

3 нет решений

4  $(-\infty; -\infty)$



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.



Решите неравенство

$$-x^2 + 6x - 9 < 0$$

1  $x = 3$

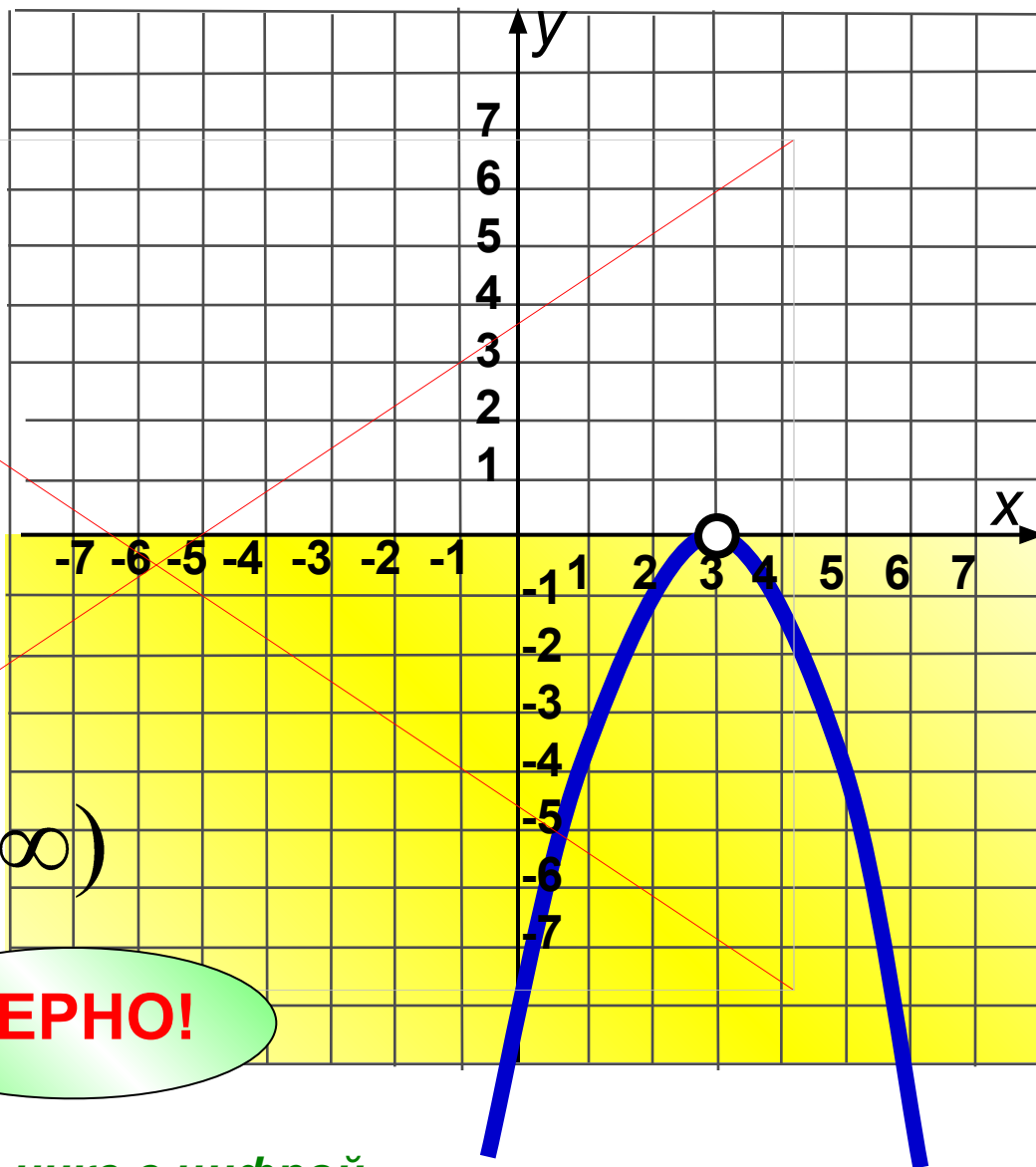
2  $x \in \mathbb{R}$

3 нет решений

4  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

**ВЕРНО!**

Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.



На рисунке изображён график функции  $y=ax^2+bx+c$ .

Выберите верные утверждения (сделайте клик на нём)

$a \geq 0$

$a < 0$

$a > 0$  😊

$D = 0$

$D < 0$  😊

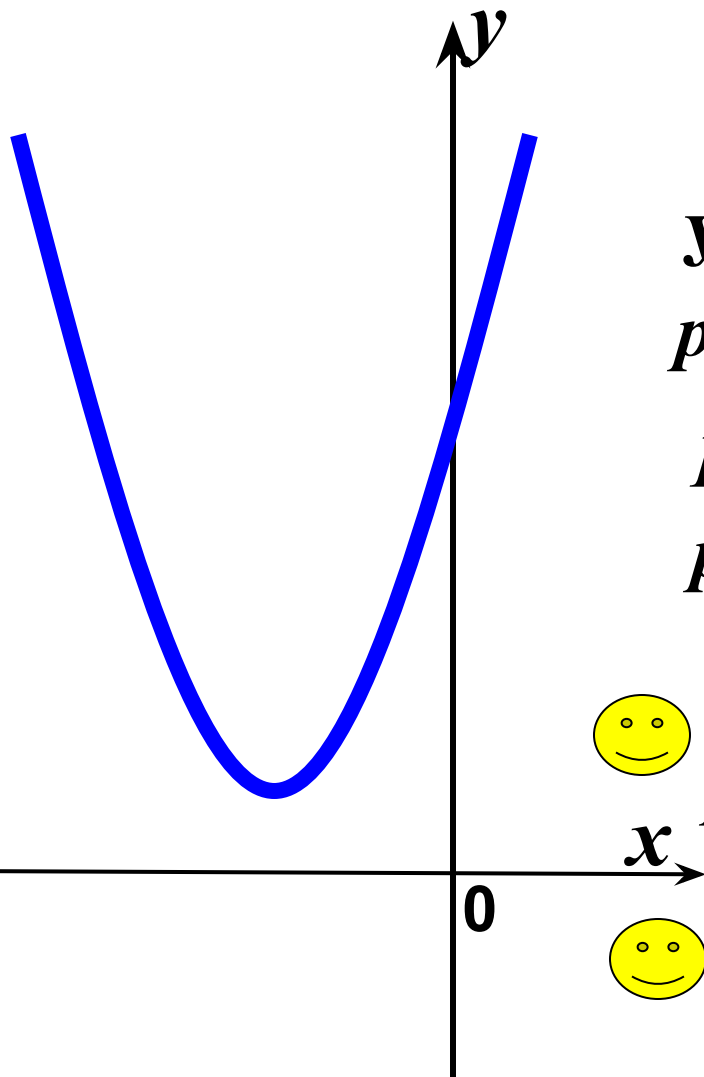
$D > 0$

Уравнение  $ax^2+bx+c=0$  имеет два различных корня.

Неравенство  $ax^2+bx+c \leq 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

😊 Неравенство  $ax^2+bx+c > 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

😊 Неравенство  $ax^2+bx+c < 0$  не имеет решений.





На рисунке изображён график функции  $y=ax^2+bx+c$ .  
Выберите верные утверждения (сделайте клик на нём).

$a \geq 0$

$a < 0$

$a > 0$  😊

😊  $D = 0$

$D < 0$

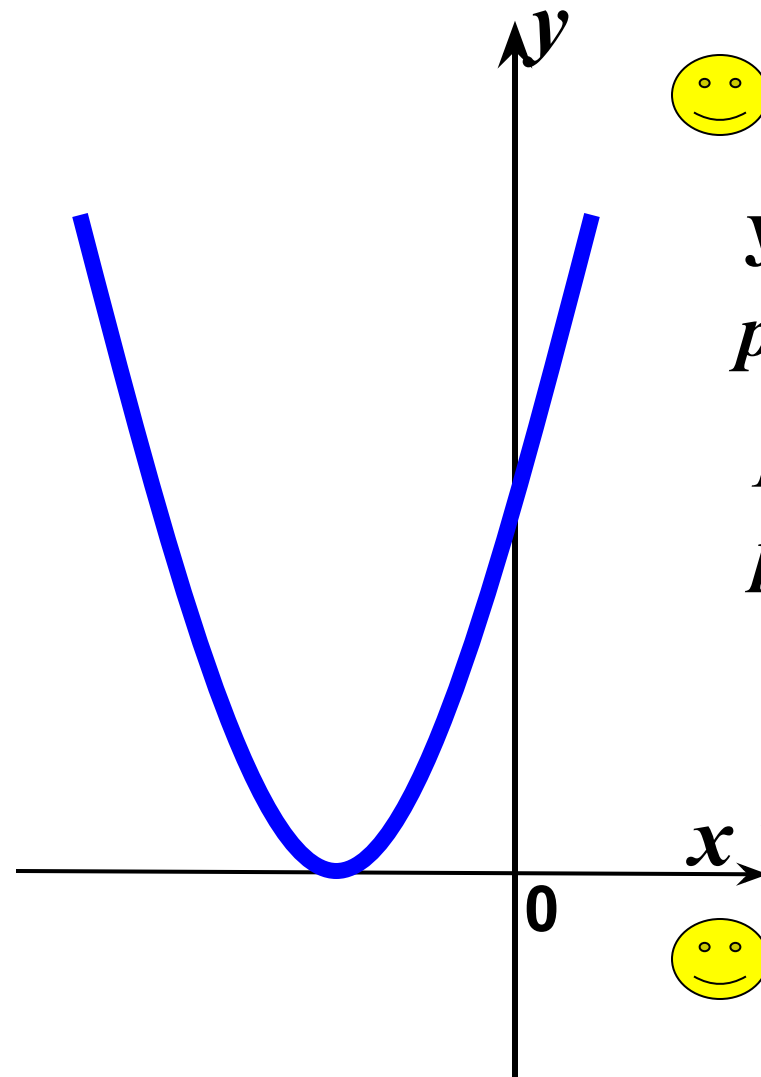
$D > 0$

Уравнение  $ax^2+bx+c=0$  имеет два различных корня.

Неравенство  $ax^2+bx+c \leq 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

Неравенство  $ax^2+bx+c > 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

😊 Неравенство  $ax^2+bx+c < 0$  не имеет решений.



На рисунке изображён график функции  $y=ax^2+bx+c$ .

Выберите верные утверждения (сделайте клик на нём).

$$a \geq 0$$

$$a < 0$$



$$a > 0$$

$$D = 0$$

$$D < 0$$



$$D > 0$$

Уравнение  $ax^2+bx+c=0$  имеет два равных корня.



Неравенство  $ax^2+bx+c \leq 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

Неравенство  $ax^2+bx+c > 0$  имеет решение при любых значениях  $x$ .

Неравенство  $ax^2+bx+c < 0$  не имеет решений.



На рисунке изображён график функции  $y=ax^2+bx+c$ .  
Выберите верные утверждения (сделайте клик на нём).

$$a \geq 0$$

$$a < 0$$




$$a > 0$$


$$D = 0$$



$$D < 0$$

$$D > 0$$

 Уравнение  $ax^2+bx+c=0$  имеет два  
равных корня.

 Неравенство  $ax^2+bx+c \leq 0$  имеет  
решение при любых значениях  $x$ .

Неравенство  $ax^2+bx+c > 0$  имеет  
решение при любых значениях  $x$ .

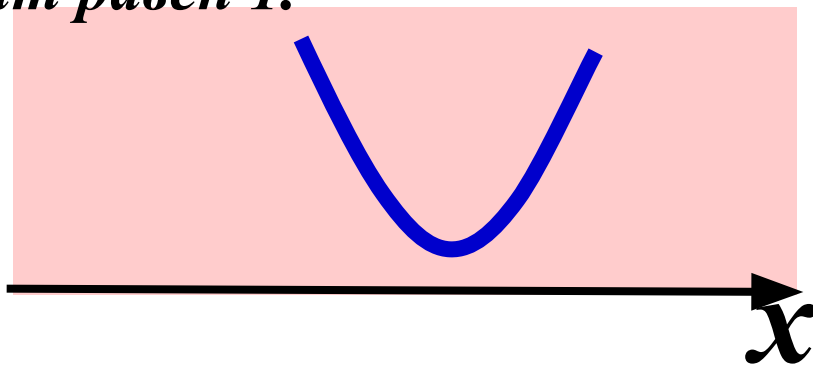
Неравенство  $ax^2+bx+c < 0$  не  
имеет решений.



Найдите все значения  $a$ , при которых  
неравенство  $x^2+(2a+4)x+8a+1 \leq 0$  не имеет  
решений? **Решение.**

$$f(x) = x^2 + (2a+4)x + 8a+1$$

Ветви параболы направлены **вверх**, т.к. старший  
коэффициент равен 1.



$$D < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} D &= (2a+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8a+1) = 4a^2 + 16a + 16 - 32a - 4 = \\ &= 4a^2 - 16a + 12 \end{aligned}$$

$$4a^2 - 16a + 12 < 0$$

$$a^2 - 4a + 3 < 0$$

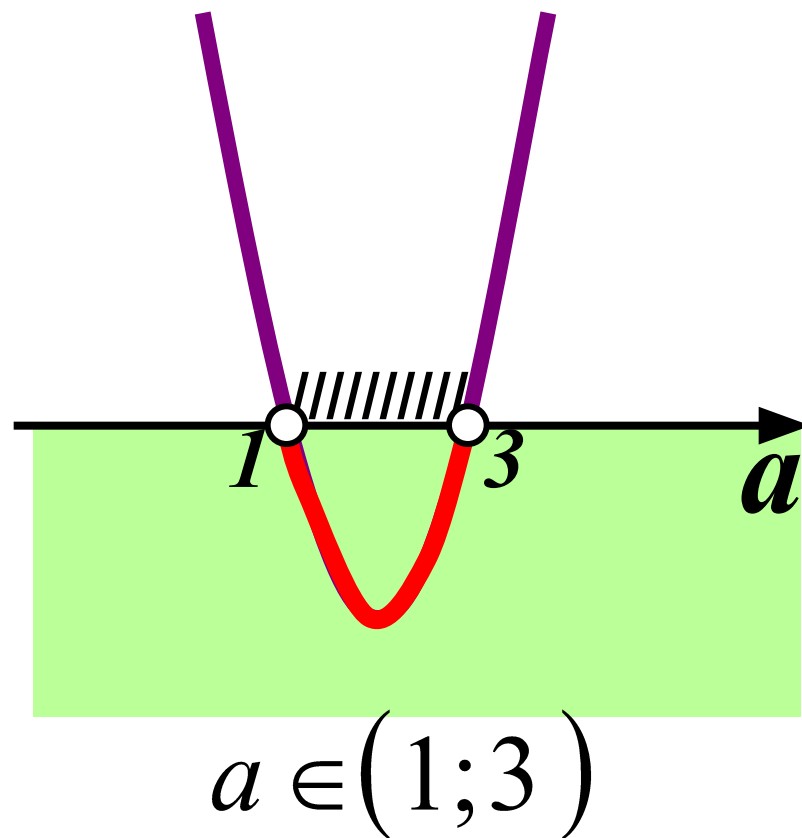
$$g(a) = a^2 - 4a + 3$$

$$g(a) = 0$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

*По теореме Виета*

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_1 \cdot a_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 3 \end{cases}$$



*Ответ: при  $a \in (1; 3)$*

*неравенство  $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$*

*не имеет решений.*

# ТЕСТИРОВАНИЕ

## 1 вариант

1.  $(-3; 2)$
2.  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
3. **Б**
4. **А**
5.  $(-2; 3)$

## 2 вариант

1.  $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$
2.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
3. **Б**
4. **В**
5.  $(-3; 5)$

Спасибо за урок!

