Теорема Пифагора

Выполнила
ученица 8 «Б» класса
Ерошенко Кристина

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

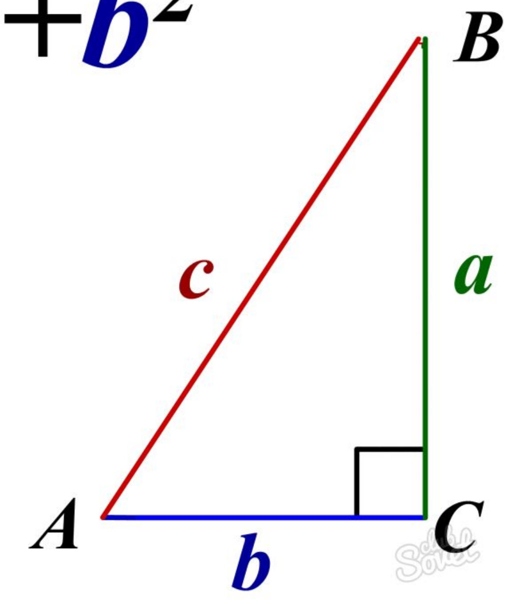
Теорема Пифагора

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$a=\sqrt{c^2-b^2}$$

$$b=\sqrt{c^2-a^2}$$



Доказательство через подобные треугольники

Пусть ABC есть прямоугольный треугольник с прямым углом C. Проведём высоту из C и обозначим её основание через H. Треугольник ACH подобен треугольнику ABC по двум углам. Аналогично, треугольник CBH подобен ABC. Введя обозначения

$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

получаем

$$\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}, \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}.$$

Что эквивалентно

$$a^2 = c \cdot |HB|, b^2 = c \cdot |AH|.$$

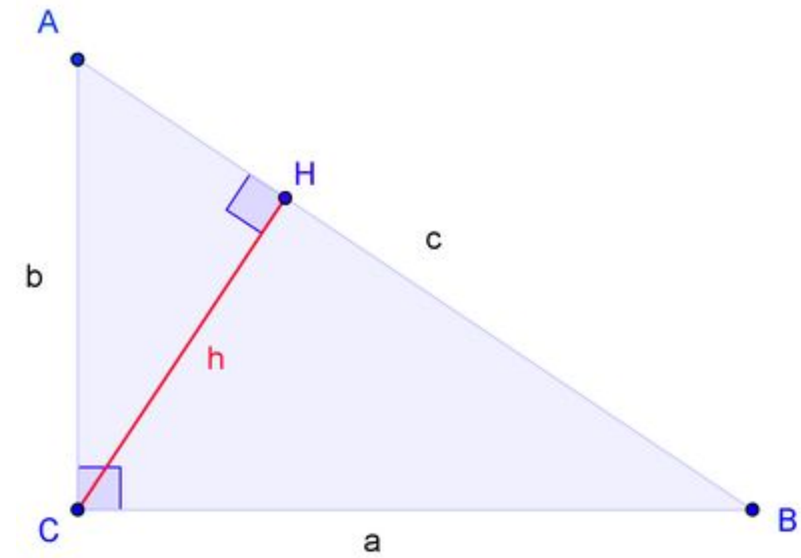
Сложив, получаем

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

Или

$$a^2 + b^2 = c^2$$

что и требовалось доказать



Доказательство через равнодополняемость

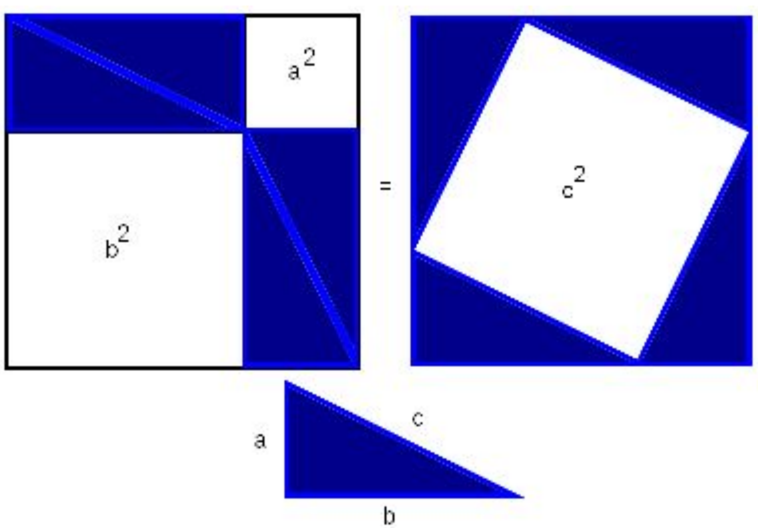
1. Расположим четыре равных прямоугольных треугольника так, как показано на рисунке 1.
2. Четырёхугольник со сторонами *c* является квадратом, так как сумма двух острых углов 90°, а развёрнутый угол — 180°.
3. Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади квадрата со стороной (a+b), а с другой стороны, сумме площадей четырёх треугольников и площади внутреннего квадрата.

$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2;$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

Что и требовалось доказать.



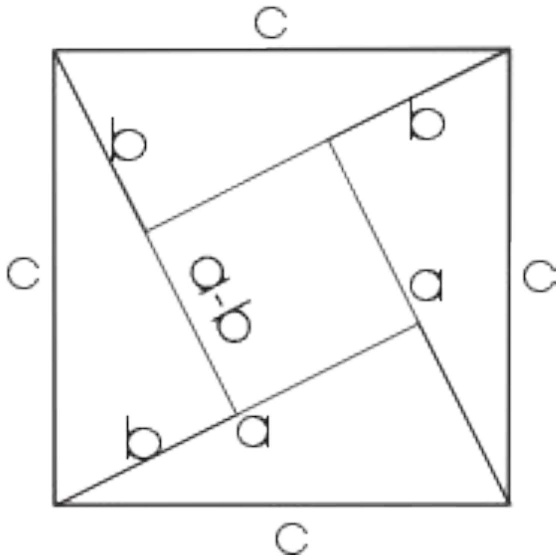
Доказательство индийского математика Басхары

В пояснение к нему он написал только одну строчку: "Смотри!". Ученые считают, что он выражал площадь квадрата ,построенного на гипотенузе, как сумму площадей треугольников ($4ab/2$) и площадь квадрата $(a-b)^2$.

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке.

Сторона квадрата равна b, на квадрат наложены 4 исходных треугольника с катетами a и c, как показано на рисунке. Сторона маленького квадрата, получившегося в центре, равна c - a, тогда:

$$c^2=4ab/2+(a-b)^2$$
$$c=2ab+a^2-2ab+b^2$$
$$c^2=a^2+b^2$$



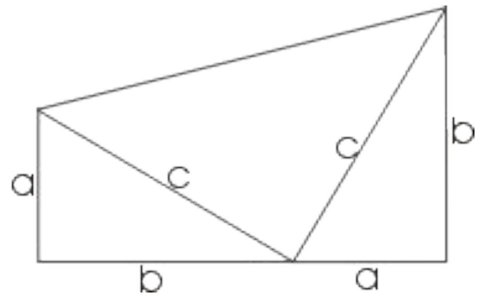
Теорема доказана.

Доказательство Вальдхейма

Это доказательство также имеет вычислительный характер. Можно использовать рисунки для доказательства основанного на вычислении площадей двумя способами.

Для того чтобы доказать теорему пользуясь первым рисунком достаточно только выразить площадь трапеции двумя путями.

Sтрапеции=$(a+b)^2/2$
Sтрапеции=$a^2b^2+c^2/2$



При равнивая правые части получим:

$a^2+b^2=c^2$

Теорема доказана.