Отличия квантовой статистики от классической

Принцип неопределенности $\Rightarrow$

Состояния, попадающие в ячейку фазового пространства размером $dxdydzdp_x dp_y dp_z < h^3$ неразличимы

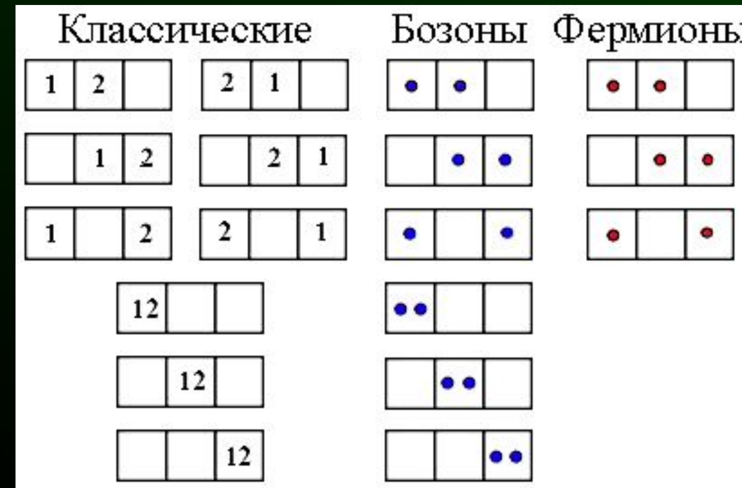
Принцип Паули $\Rightarrow$

В каждую ячейку могут поместиться не более 2-х электронов

Принцип тождественности частиц $\Rightarrow$

Перестановка местами двух частиц не приводит к новому состоянию

Статистические распределения



Функция распределения: среднее число частиц в одном состоянии

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + \delta}$$

Классические: δ=0, μ=0

Бозоны (целый спин): δ = –1

Фермионы (полуцелый спин): δ = 1

μ – химический потенциал $\mu = \frac{U - TS + pV}{N}$

Статистические распределения

Бозоны

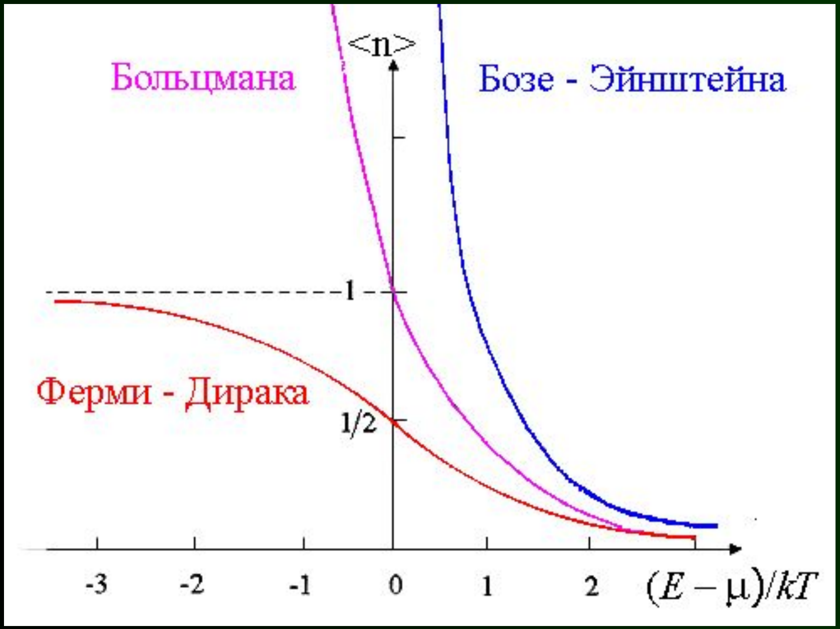
$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}$$

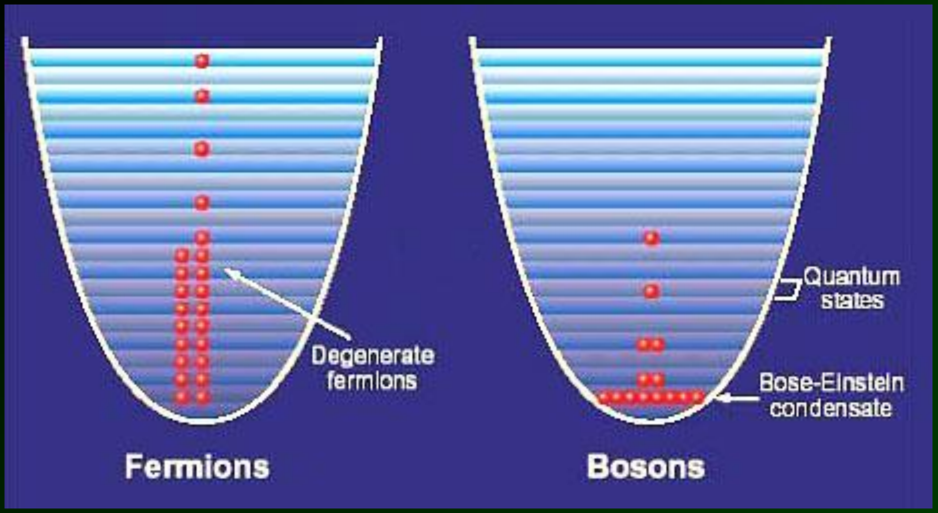
$$T \to 0 \Rightarrow f(E \neq 0) = 0$$

Фермионы

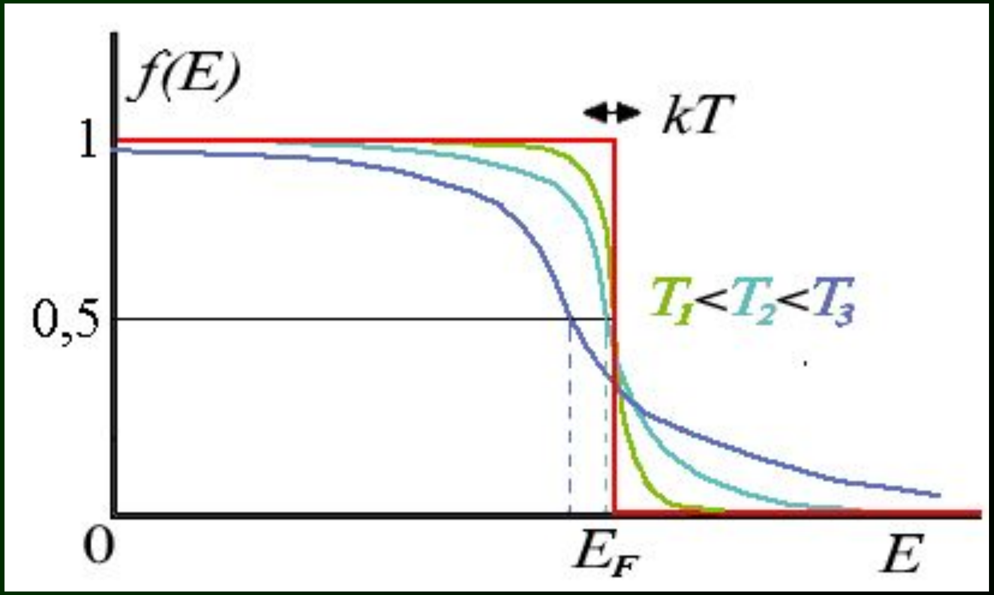
$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$$

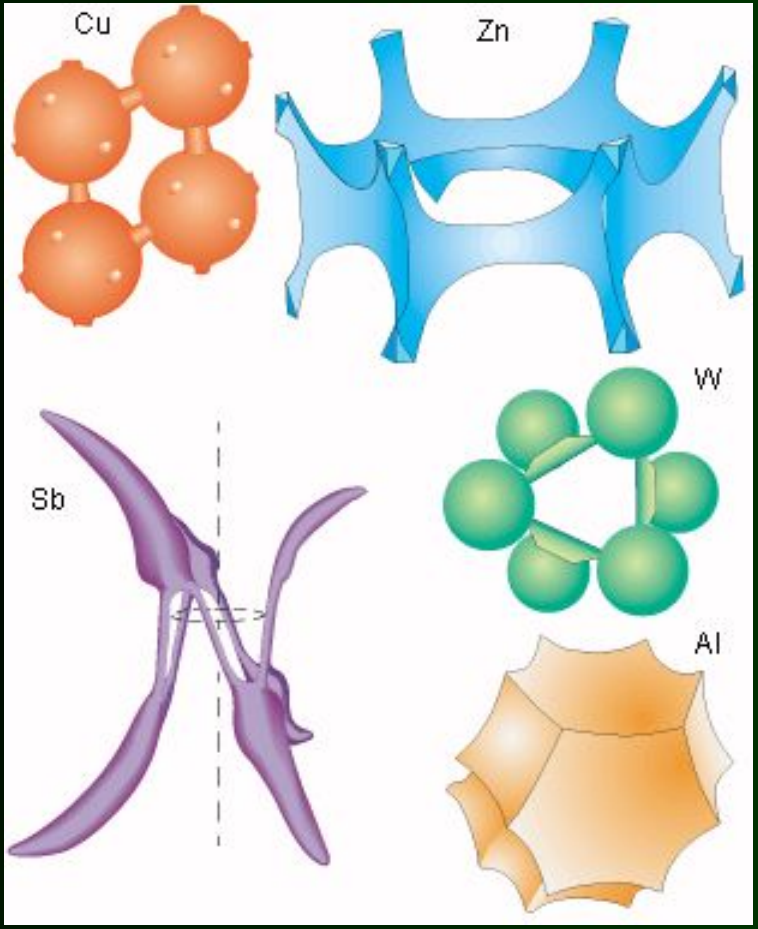
$$T \to 0 \Rightarrow f(E) = \begin{cases} 1, E < \mu \\ 0, E > \mu \end{cases}$$





Энергия Ферми





Вероятность заполнения уровня с энергией, равной ***энергии Ферми*** равна 0,5

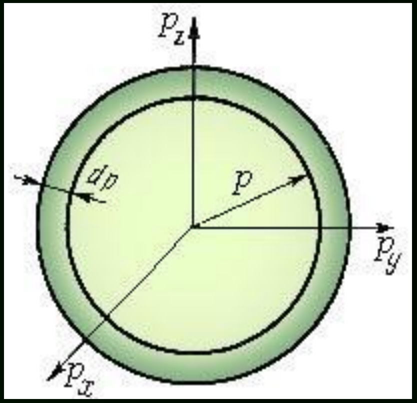
При $T = 0$: $E_F = \mu$

Распределение электронов по энергиям

Число элементарных фазовых ячеек размером $dxdydzdp_x dp_y dp_z = h^3$ в единице объема

$$dz = \frac{dZ}{dV} = \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}$$

$$dp_x dp_y dp_z = 4\pi p^2 dp$$



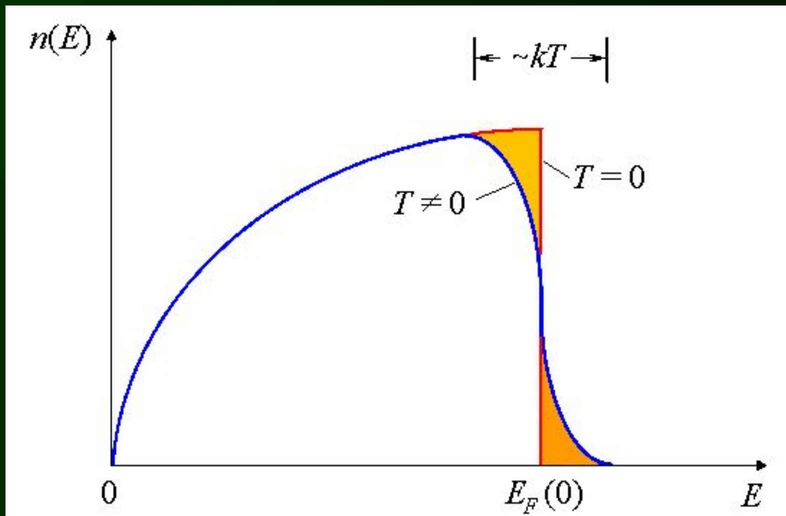
$$E = \frac{p^2}{2m} \qquad p^2 = 2mE$$

$$dp = \sqrt{\frac{m}{2E}}\,dE$$

Плотность состояний

$$n(E) = 2\frac{dz}{dE} = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3}E^{1/2}$$

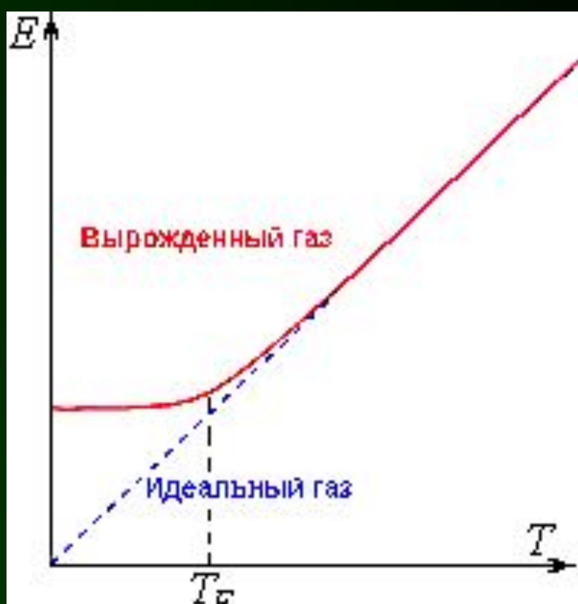
Выpождение электронного газа



При $T = 0$

$$\bar{E} = \frac{3h^2}{10m}\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3}$$

$6\cdot 10^{28}$ ì$^{-3}$ $\Rightarrow \bar{E}$ 5 ýÂ



При $T = 300$ K $kT \approx 0{,}03$эВ