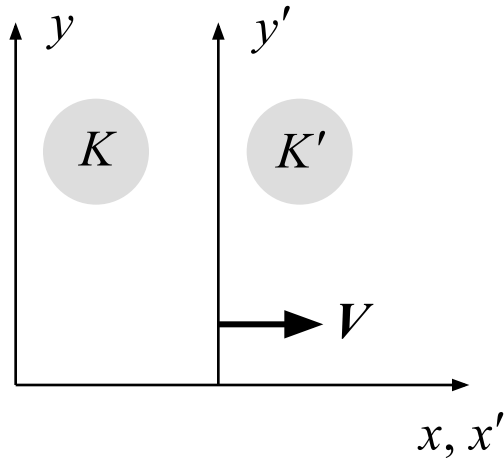


Принцип относительности. Преобразования Галилея



Системы отсчета:

K – “неподвижная”,

K' – “подвижная”.

$$(x, y, z, t) \overset{?}{\longleftrightarrow} (x', y', z', t')$$

Принцип относительности Галилея:

Во всех ИСО все механические явления протекают совершенно одинаково

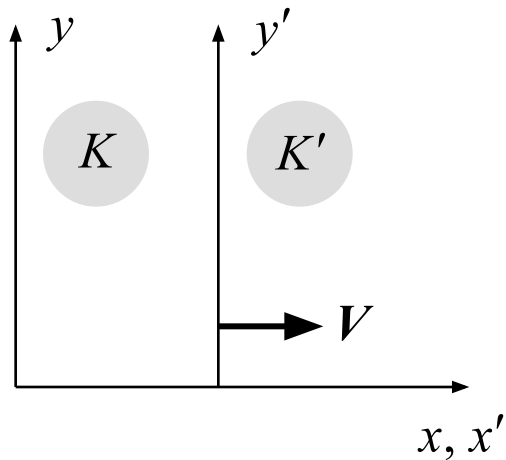
+

все физические явления

||

Принцип относительности специальной теории относительности

Принцип относительности. Преобразования Галилея



K, K' – инерциальные системы отсчета.

В момент $t = 0$ K и K' совпадали.

Преобразования Галилея

$$x' = x + Vt$$

$$x = x' - Vt$$

$$y' = y$$

$$y = y'$$

$$z' = z$$

$$z = z'$$

$$t' = t$$

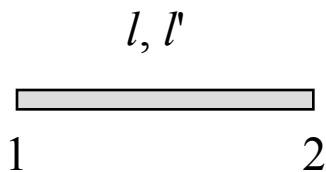
$$t = t'$$

Инварианты преобразований

Инвариант – величина не меняющаяся при преобразовании

Инвариантность длины

Стержень покоится в K'



$$l = | \mathbf{r}_2(t) - \mathbf{r}_1(t) |$$

$$l' = | \mathbf{r}'_2(t') - \mathbf{r}'_1(t') |$$

преобразования
Галилея



$$l = l'$$

Инвариантность интервала времени

События 1 и 2



$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1$$

преобразования
Галилея



$$\Delta t = \Delta t'$$

Инварианты преобразований

Сложение скоростей

Преобразования Галилея

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{V}t', \quad t = t' \quad \longrightarrow \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt'} = \frac{d\mathbf{r}'}{dt'} + \mathbf{V} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V}$$

– классический закон сложения скоростей

Инвариантность ускорения

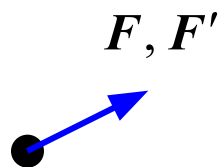
$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{d\mathbf{v}'}{dt'}$$



$$\mathbf{a} = \mathbf{a}'$$

Инварианты преобразований

Инвариантность силы



Общее выражение для силы $F = f(r_{ij}, v_{ij})$

$$\begin{array}{l}
 F = f(r_{ij}, v_{ij}) \\
 F' = f(r'_{ij}, v'_{ij})
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} F = f(r_{ij}, v_{ij}) \\ F' = f(r'_{ij}, v'_{ij}) \end{array}} \right\} \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \text{преобразования} \\ \text{Галилея} \end{array} \right] \\ \longrightarrow \end{array} \boxed{F = F'}$$

Инвариантность уравнений движения

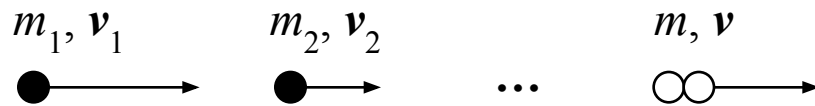
$$ma = F \longrightarrow \left(\begin{array}{c} a = a' \\ F = F' \end{array} \right) \longrightarrow ma' = F' \longrightarrow$$

механические явления в ИСО протекают одинаково
(в согласии с принципом относительности Галилея)

Инварианты преобразований

Закон сохранения массы

На примере неупругого столкновения



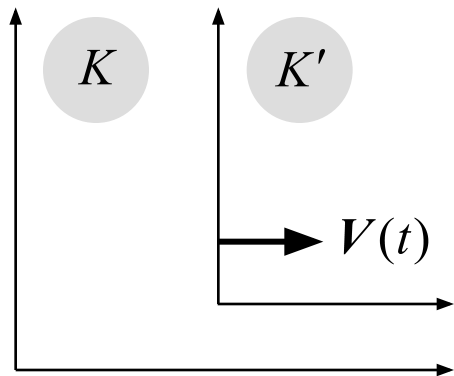
$$\begin{array}{l}
 \text{в } K: \quad m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m \mathbf{v} \\
 \text{в } K': \quad m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2 = m \mathbf{v}'
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{в } K: \\ \text{в } K': \end{array}} \right\} \longrightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}'_1 + \mathbf{V} \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}'_2 + \mathbf{V} \\ \mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V} \end{pmatrix}$$

$$(m_1 + m_2) \mathbf{V} = m \mathbf{V}$$



$$m = m_1 + m_2$$

Неинерциальные системы отсчета



НСО – система отсчета,
движущаяся ускоренно относительно ИСО

K – ИСО

K' – НСО

$$a' \neq a \quad \longrightarrow \quad F = 0, \quad a' \neq 0$$

ИСО: $ma = F$ F – обычные силы

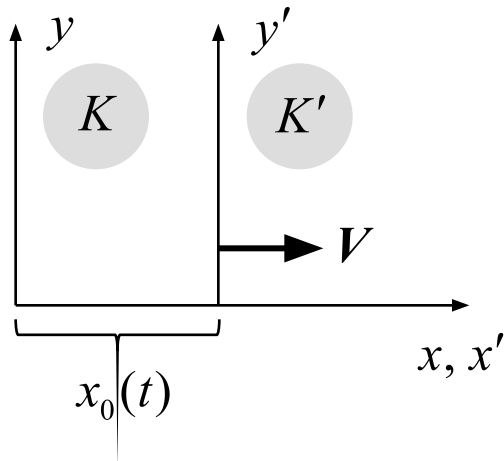
НСО: $ma' = F + F_{in}$ $[ma' \neq F]$ F_{in} – фиктивные силы (силы инерции)



$$F_{in} = m(a' - a)$$

Неинерциальные системы отсчета

Поступательные НСО



$$\begin{cases} x = x_0 + x' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

 $\frac{d}{dt}$


(в векторном
виде)

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \text{— абсолютная скорость (скорость в } K)$$

$$\mathbf{v}_0 = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt} \quad \text{— переносная скорость (скорость в } K \text{ неподвижной в } K' \text{ мат. точки)}$$

$$\mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} \quad \text{— относительная скорость (скорость в } K')$$

Неинерциальные системы отсчета

Аналогично как для скорости

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}'$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad - \text{абсолютное ускорение (ускорение в } K)$$

$$\mathbf{a}_0 = \frac{d\mathbf{v}_0}{dt} \quad - \text{переносное ускорение (ускорение в } K \text{ неподвижной в } K' \text{ мат. точки)}$$

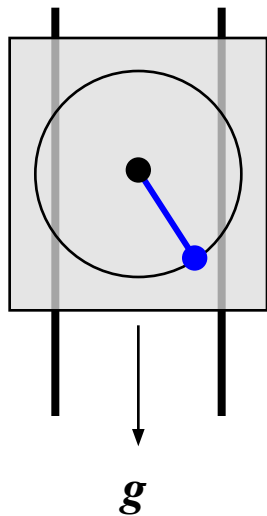
$$\mathbf{a}' = \frac{d\mathbf{v}'}{dt} \quad - \text{относительное ускорение (ускорение в } K')$$



$$\mathbf{F}_{in} = -m\mathbf{a}_0$$

Неинерциальные системы отсчета

Маятник Любимова



рамка

Движение маятника:

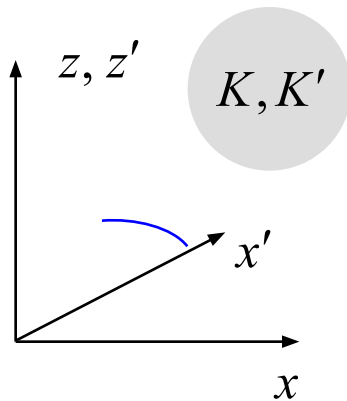
- 1) Рамка покоится – колебания
- 2) Рамка свободно падает –
равномерное вращение относительно рамки

$$\begin{array}{l}
 ma' = T + mg + F_{in} \\
 F_{in} = -mg
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} ma' = T + mg + F_{in} \\ F_{in} = -mg \end{array}} \right\} \longrightarrow ma' = T$$

$$\mathbf{v}' \perp \mathbf{T} \quad \longrightarrow \quad |\mathbf{v}'| = \text{const} \quad - \text{равномерное вращение}$$

Неинерциальные системы отсчета

Вращательные НСО

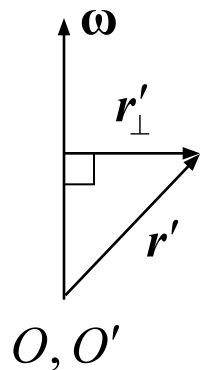


В случае вращательной НСО

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' + \mathbf{a}_K \quad \left[\mathbf{a} \neq \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' \right]$$

\mathbf{a}_K – ускорение Кориолиса



составляющая
 $\mathbf{r}' \perp \boldsymbol{\omega}$

$$\mathbf{a}_0 = -\omega^2 \mathbf{r}'_{\perp}$$

$$\mathbf{a}_K = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'$$



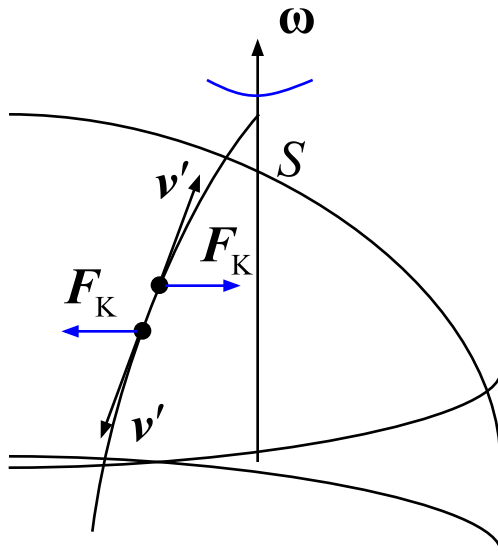
Неинерциальные системы отсчета

$$F_{in} = m(a' - a) = m(-a_{ЦБ} - a_{КК}) = F + F$$

$$F_{ЦБ} = m\omega^2 r'_{\perp}$$

$$F_{К} = -2m\omega \times v'$$

$F_{К}$ – сила Кориолиса



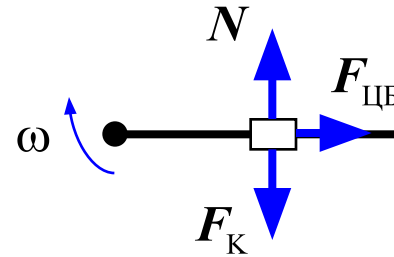
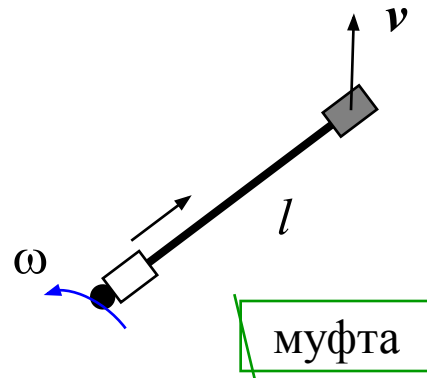
В северном полушарии $F_{К}$ направлена
вправо по отношению к v' ,
в южном – влево



Неинерциальные системы отсчета

Задача

$$\left. \begin{array}{l} r'_0 = 0 \\ v'_0 = 0 \\ l, \omega \end{array} \right| \\ v = ?$$



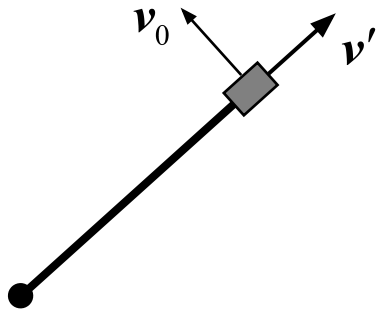
$$N + F_{\text{цб}} = 0 \quad \Longrightarrow \quad ma' = F_{\text{цб}}$$

$$m \frac{dv'}{dt} = m\omega r' \quad \left| \quad v' dt = dr' \quad \Longrightarrow \right.$$

$$dv'^2 = d(\omega^2 r'^2) \quad \Longrightarrow \quad v'^2 - \omega^2 r'^2 = \text{const} = 0$$

$$v' = \omega r'$$

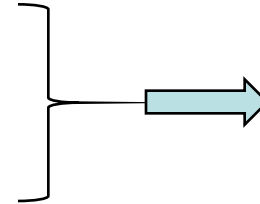
Неинерциальные системы отсчета



При соскальзывании муфты

$$v' = \omega l, \quad v_0 = \omega l$$

$$v_0 \perp v'$$



$$v = \sqrt{v_0^2 + v'^2}$$

$$v = \sqrt{2}\omega l$$