

Задание 1: Расставьте суждения в правильном порядке.

Теорема(признак ромба): Если в параллелограмме диагонали взаимоперпендикулярны, то этот параллелограмм ромб.

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $AC \perp BD$, $AC \perp BD=O$.

Доказать: $ABCD$ – ромб.

Доказательство:

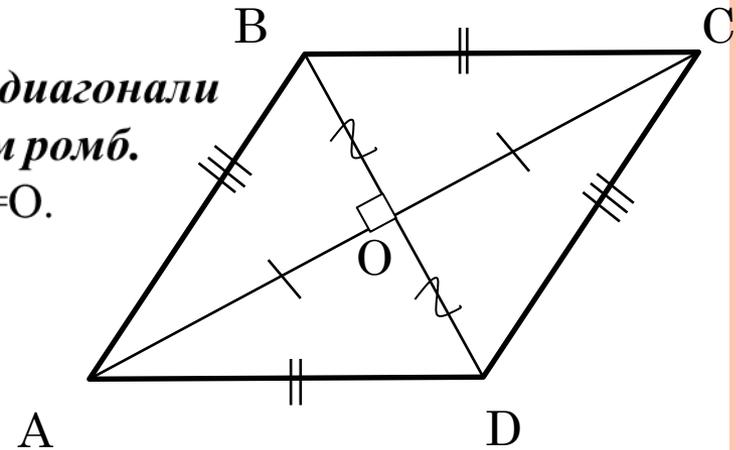
$ABCD$ – ромб, по определению

2. $\triangle ABO = \triangle CBO$, по 2-м катетам (BO -общая, $AO=OC$)

3. $AB=BC=CD=AD$, так как $ABCD$ – параллелограмм

4. $BO=OD$, $AO=OC$ (по свойству диагоналей параллелограмма)

5. $ABCD$ – параллелограмм $\rightarrow AB=CD$, $CB=AD$ (по свойству противоположных сторон параллелограмма)

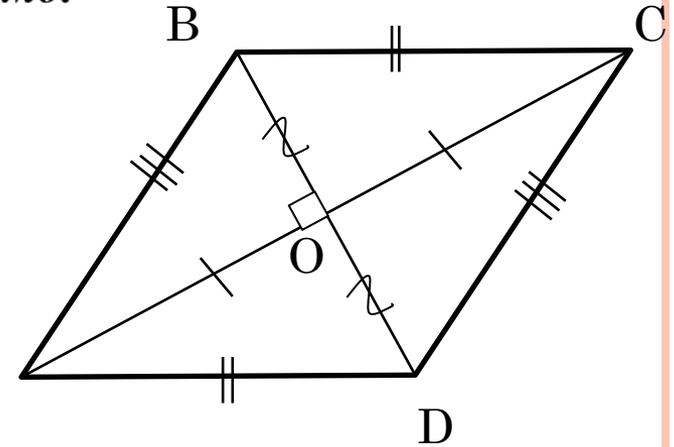


Теорема(признак ромба): Если в параллелограмме диагонали взаимоперпендикулярны, то этот параллелограмм ромб.

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $AC \perp BD$, $AC \perp BD=O$.

Доказать: $ABCD$ – ромб.

Доказательство:



5. $ABCD$ – параллелограмм $\rightarrow AB=CD, CB=AD$ (по свойству противоположных сторон параллелограмма

4. $BO=OD, AO=OC$ (по свойству диагоналей параллелограмма)

2. $\triangle ABO=\triangle CBO$, по 2-м катетам(BO -общая, $AO=OC$)

3. $AB=BC=CD=AD$, так как $ABCD$ – параллелограмм

$ABCD$ – ромб, по определению

Теорема доказана.

Ответы: 5, 4, 2, 3, 1



Задание 2: найти неправильные пункты

доказательства.

Теорема(признак ромба): *Если в параллелограмме диагонали взаимоперпендикулярны, то этот параллелограмм ромб.*

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $AC \perp BD$, $AC \perp BD=O$.

Доказать: $ABCD$ – ромб.

Доказательство:

1. $ABCD$ – параллелограмм \rightarrow $AB=CD$, $CB=AD$ (по свойству противоположных сторон параллелограмма A

2. $AO=OB$, так как $\triangle ABO$ – равносторонний

3. $BO=OD$, $AO=OC$ (по свойству диагоналей параллелограмма)

4. $AB \parallel BC$

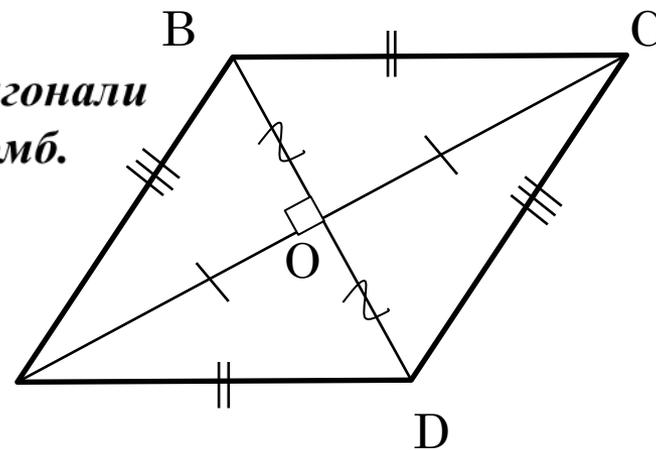
5. $\triangle ABO = \triangle CBO$, по 2-м катетам (BO -общая, $AO=OC$)

6. $AB=BC=CD=AD$, так как $ABCD$ – параллелограмм

7. $ABCD$ - квадрат, по признаку квадрата

8. $ABCD$ – ромб, по определению

Теорема доказана.

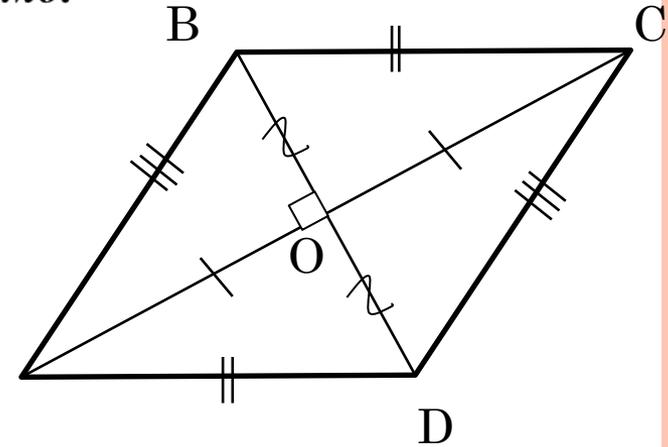


Теорема(признак ромба): Если в параллелограмме диагонали взаимоперпендикулярны, то этот параллелограмм ромб.

Дано: ABCD – параллелограмм, $AC \perp BD$, $AC \perp BD=O$.

Доказать: ABCD – ромб.

Доказательство:



1. ABCD – параллелограмм $\rightarrow AB=CD, CB=AD$ (по свойству противоположных сторон параллелограмма

2. $AO=OB$, так как $\triangle ABO$ – равнобедренный

3. $BO=OD, AO=OC$ (по свойству диагоналей параллелограмма)

4. $AB \parallel BC$

5. $\triangle ABO = \triangle CBO$, по 2-м катетам (BO -общая, $AO=OC$)

6. $AB=BC=CD=AD$, так как ABCD – параллелограмм

7. ABCD - квадрат, по признаку квадрата

8. ABCD – ромб, по определению

Теорема доказана.



Задание 3: заполнить пропуски в

доказательстве.

Теорема (о площади трапеции): Площадь трапеции равна произведению полусуммы длин её оснований на высоту

Дано: ABCD – трапеция, $BF \perp AD$, $F \in AD$, $AD = a$, $BC = b$, $BF = h$.

Доказать: $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Доказательство:

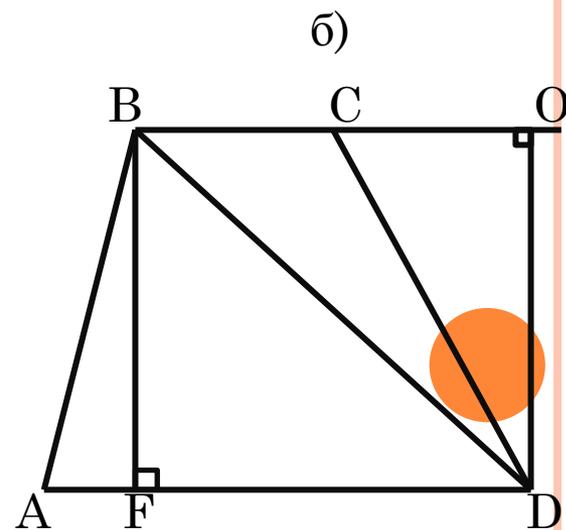
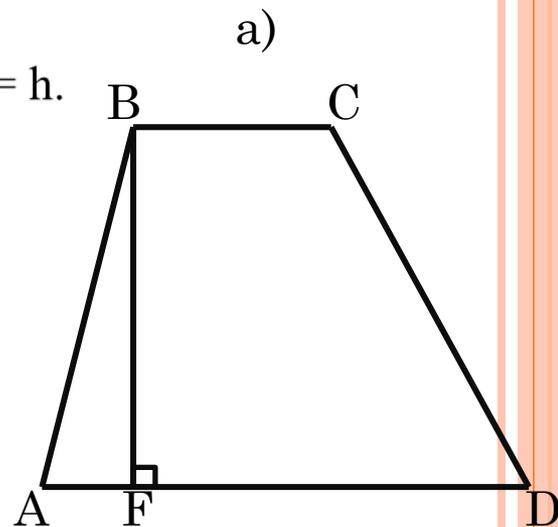
1) Проведём диагональ BD и высоту DO трапеции ABCD (рис. б). Тогда S трапеции равна площадям $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$, т.е. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$.

2) BF есть $\triangle ABD$, проведённая к AD, следовательно, $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BF = \frac{1}{2} ah$.

3) DO – $\triangle BCD$, проведённая к BC, значит $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DO$. Так как $OD = BF$, то $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BF = \frac{1}{2} bh$.

4) Таким образом, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Теорема доказана.



Теорема (о площади трапеции): Площадь трапеции равна произведению полусуммы длин её оснований на высоту

Дано: $ABCD$ – трапеция, $BF \perp AD$, $F \in AD$, $AD = a$, $BC = b$, $BF = h$.

Доказать: $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Доказательство:

1) Проведём диагональ BD и высоту DO трапеции $ABCD$ (рис. б). Тогда площадь трапеции $ABCD$ равна сумме площадей $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$, т.е. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$.

2) BF есть высота $\triangle ABD$, проведённая к AD , следовательно,

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BF = \frac{1}{2} ah.$$

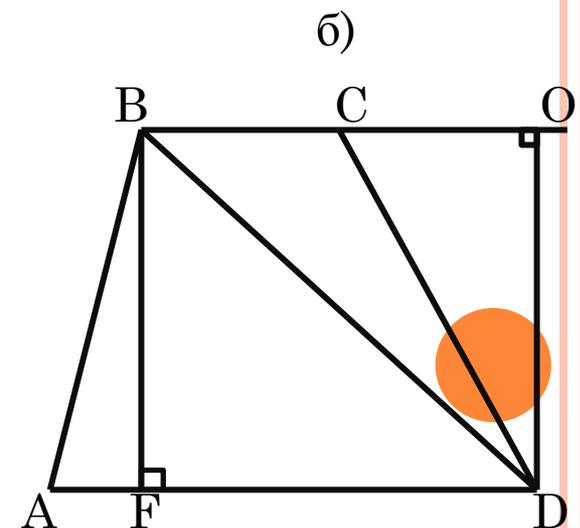
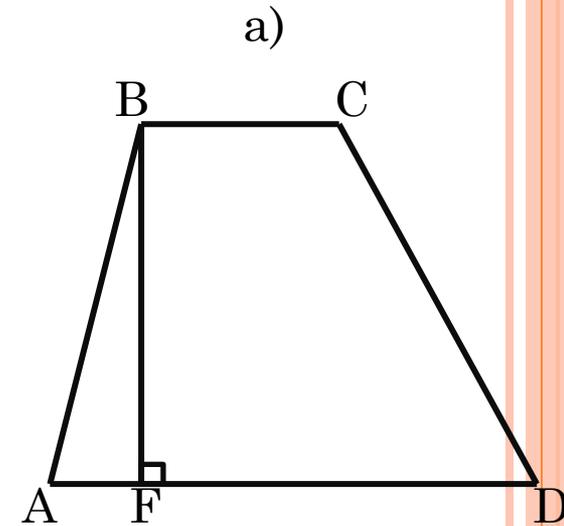
3) DO – высота $\triangle BCD$, проведённая к BC , значит

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DO. \text{ Так как } OD = BF, \text{ то}$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BF = \frac{1}{2} bh.$$

4) Таким образом, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Теорема доказана.



Задание 4: указать номера пунктов доказательства, содержащие ошибки. Найти и подчеркнуть ошибки.

Теорема (о площади трапеции): Площадь трапеции равна произведению полусуммы длин её оснований на высоту

Дано: ABCD – трапеция, $BF \perp AD$, $F \in AD$, $AD = a$, $BC = b$, $BF = h$.

Доказать: $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Доказательство:

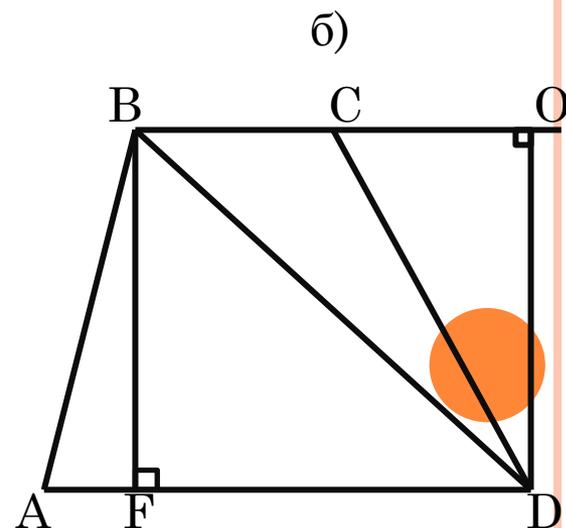
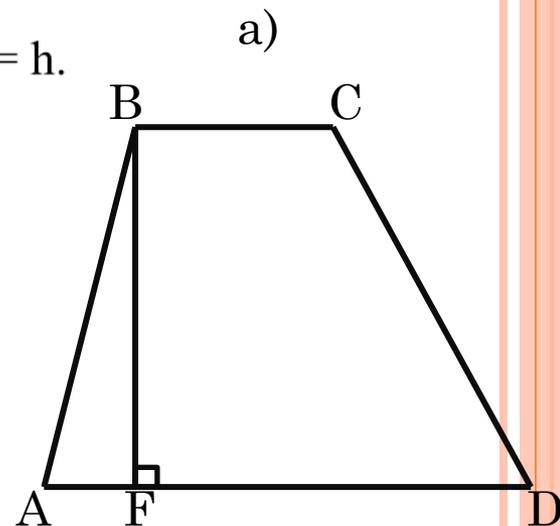
1) Проведём высоту BF и диагональ BD трапеции ABCD (рис. б). Тогда площадь трапеции ABCD равна сумме площадей $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$, т.е. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$.

2) BF есть высота $\triangle ABD$, проведённая к AD , следовательно, $S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BF = \frac{1}{2} ah$.

3) DO – высота $\triangle BCD$, проведённая к BC , значит $S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DO$. Так как $OD = BF$, то $S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BF = \frac{1}{2} bh$.

4) Таким образом, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Теорема доказана.



Теорема (о площади трапеции): Площадь трапеции равна произведению полусуммы длин её оснований на высоту

Дано: $ABCD$ – трапеция, $BF \perp AD$, $F \in AD$, $AD = a$, $BC = b$, $BF = h$.

Доказать: $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Доказательство:

1) Проведём **высоту** BF и **диагональ** BD трапеции $ABCD$ (рис. б). Тогда **периметр** трапеции $ABCD$ равна сумме площадей $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$, т.е. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$.

2) BF есть **диагональ** $\triangle ABD$, проведённая к AD , следовательно, $S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BF = \frac{1}{2} ah$.

3) DO – **гипотенуза** $\triangle BCD$, проведённая к BC , значит

$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DO$. Так как $OD = BF$, то

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BF = \frac{1}{2} bh.$$

4) Таким образом, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Теорема доказана.

