Омский государственный технический университет

Кафедра инженерной геометрии и САПР

Кайгородцева Наталья Викторовна

Начертательная геометрия

Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей

Видеолекция

План лекции

1 **Взаимное расположение двух прямых. Теорема о прямом угле**

2 **Взаимное расположение прямой и плоскости**

3 **Взаимное расположение двух плоскостей**

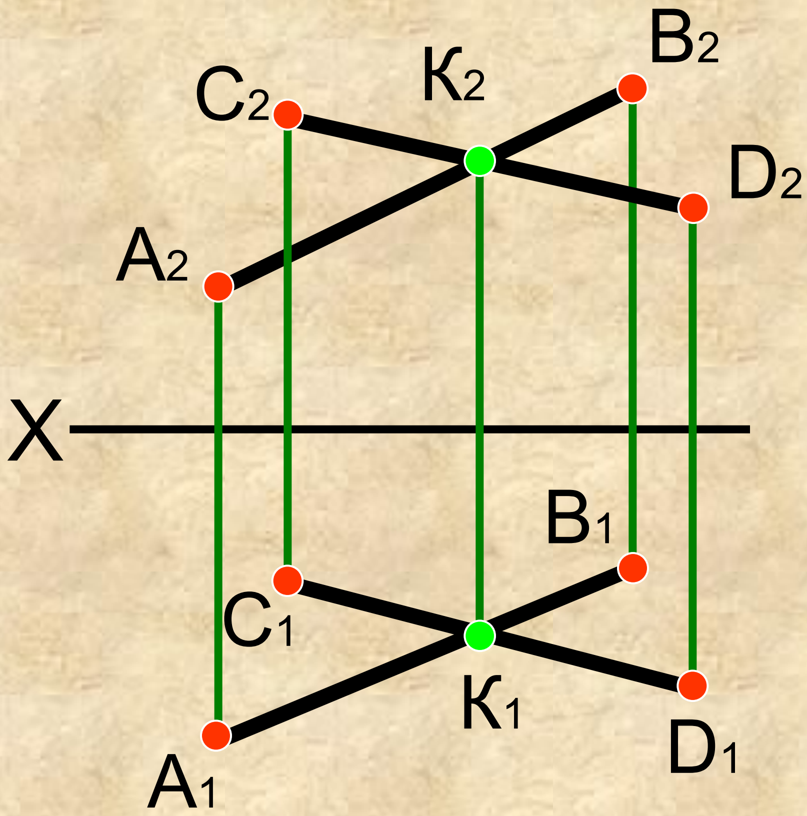
Взаимное расположение двух прямых

Прямые в пространстве могут быть:

- пересекающимися;
- скрещивающимися;
- параллельными
  (в частном случае совпадать)
- перпендикулярными
  (частный случай пересечения)

Пересекающиеся прямые

Достроить проекцию прямой CD, пересекающую заданную прямую AB



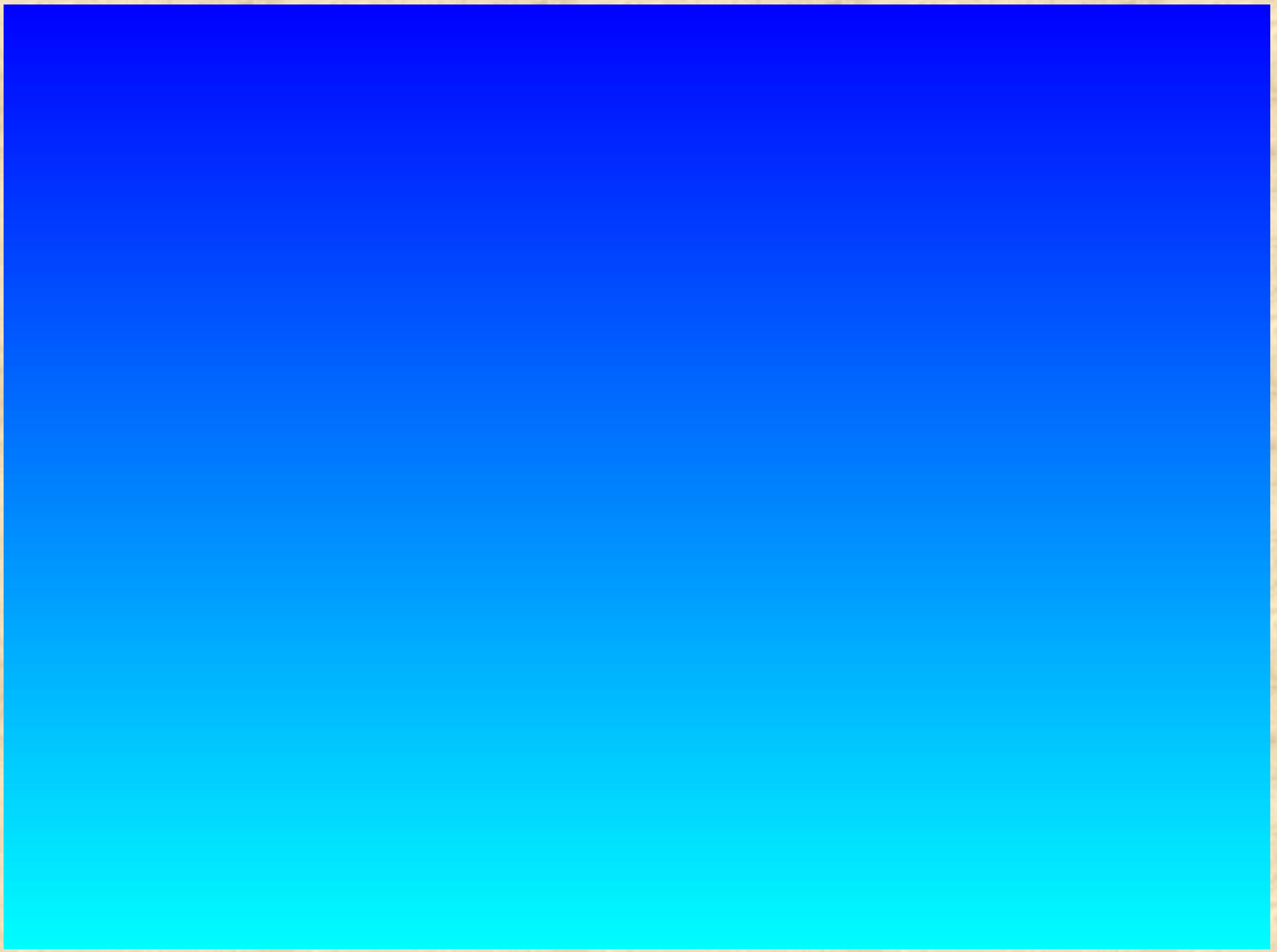
Необходимое условие пересекающихся прямых:

Если прямые в пространстве пересекаются, то проекции точки пересечения лежат на одной линии связи.

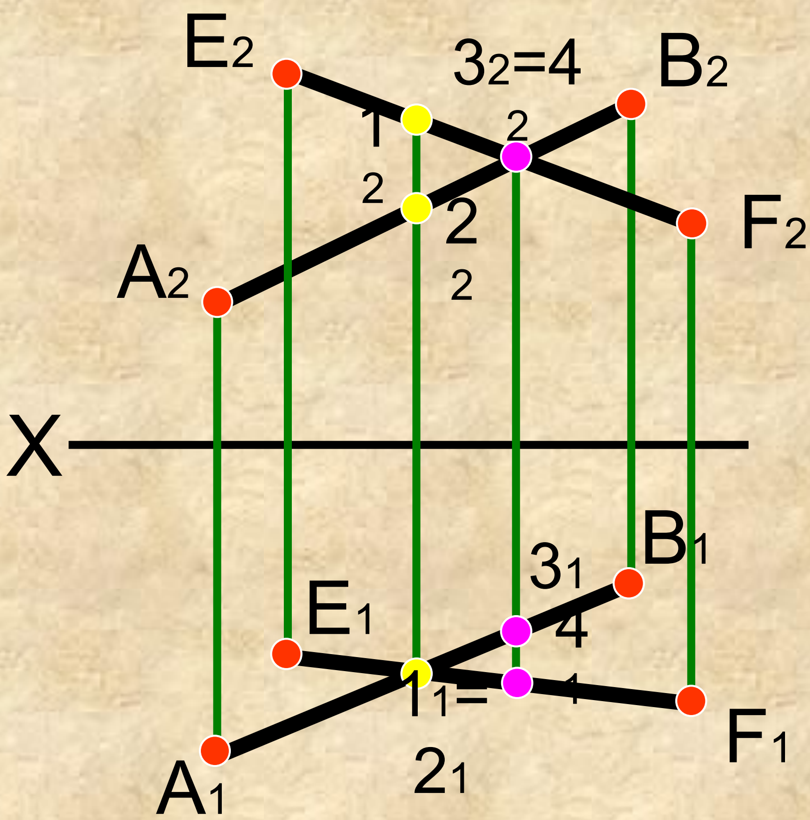
Достаточное условие пересекающихся прямых:

Если точки пересечения одноименных проекций прямых принадлежат одной линии связи, то прямые в пространстве пересекаются.

Скрещивающиеся прямые



Достроить проекцию прямой EF, скрещивающейся с заданной прямой AB



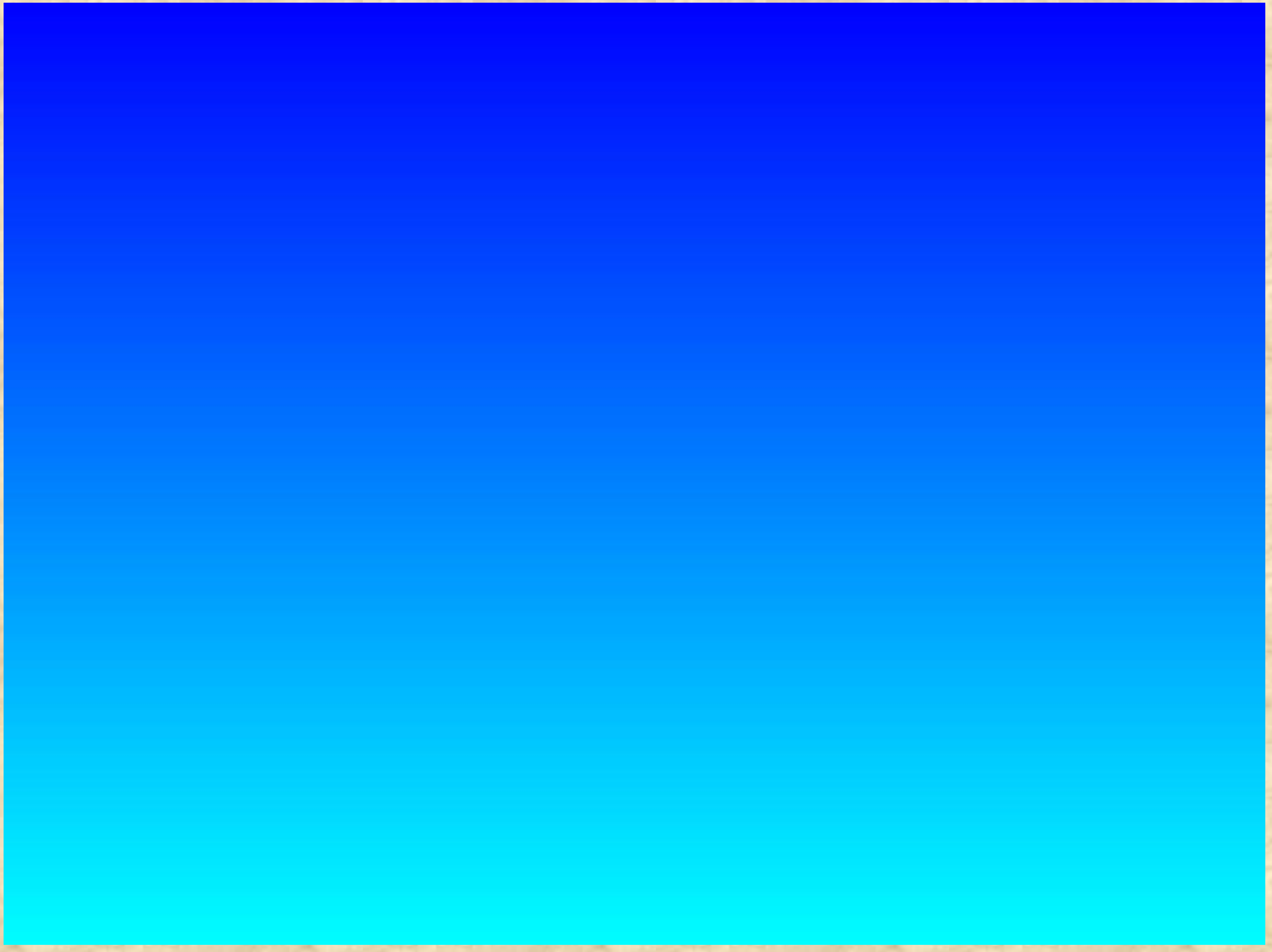
Необходимое условие скрещивающихся прямых:

Если прямые в пространстве скрещиваются, то точки пересечения их одноименных проекций не принадлежат одной линии связи.

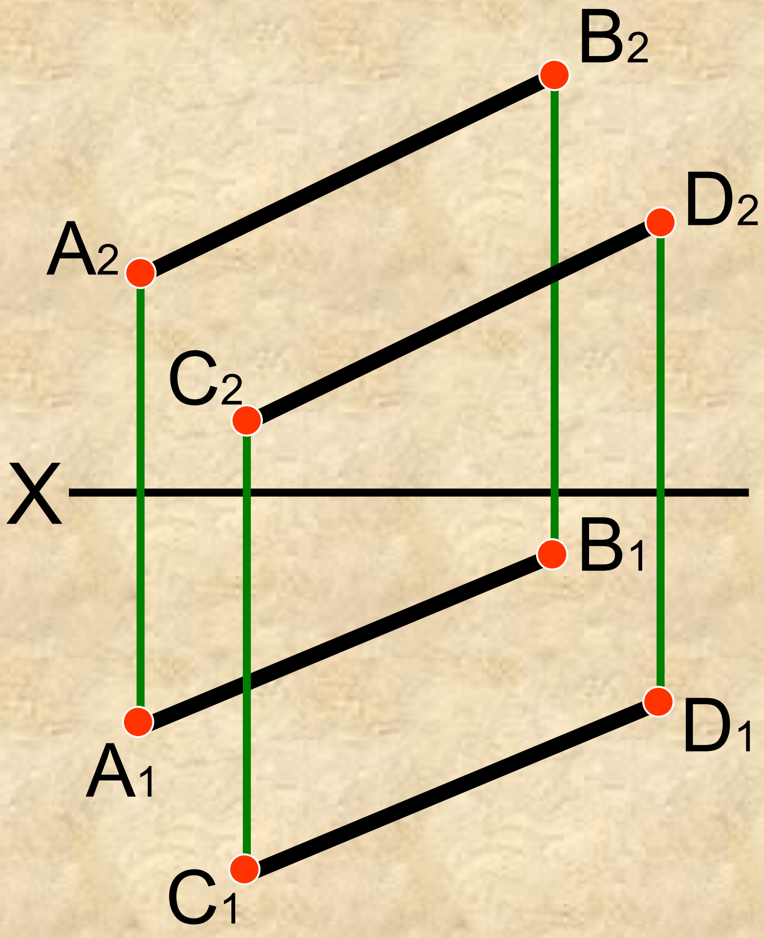
Достаточное условие скрещивающихся прямых:

Если точки пересечения одноименных проекций двух прямых не принадлежат одной линии связи, то прямые в пространстве скрещиваются.

Параллельные прямые

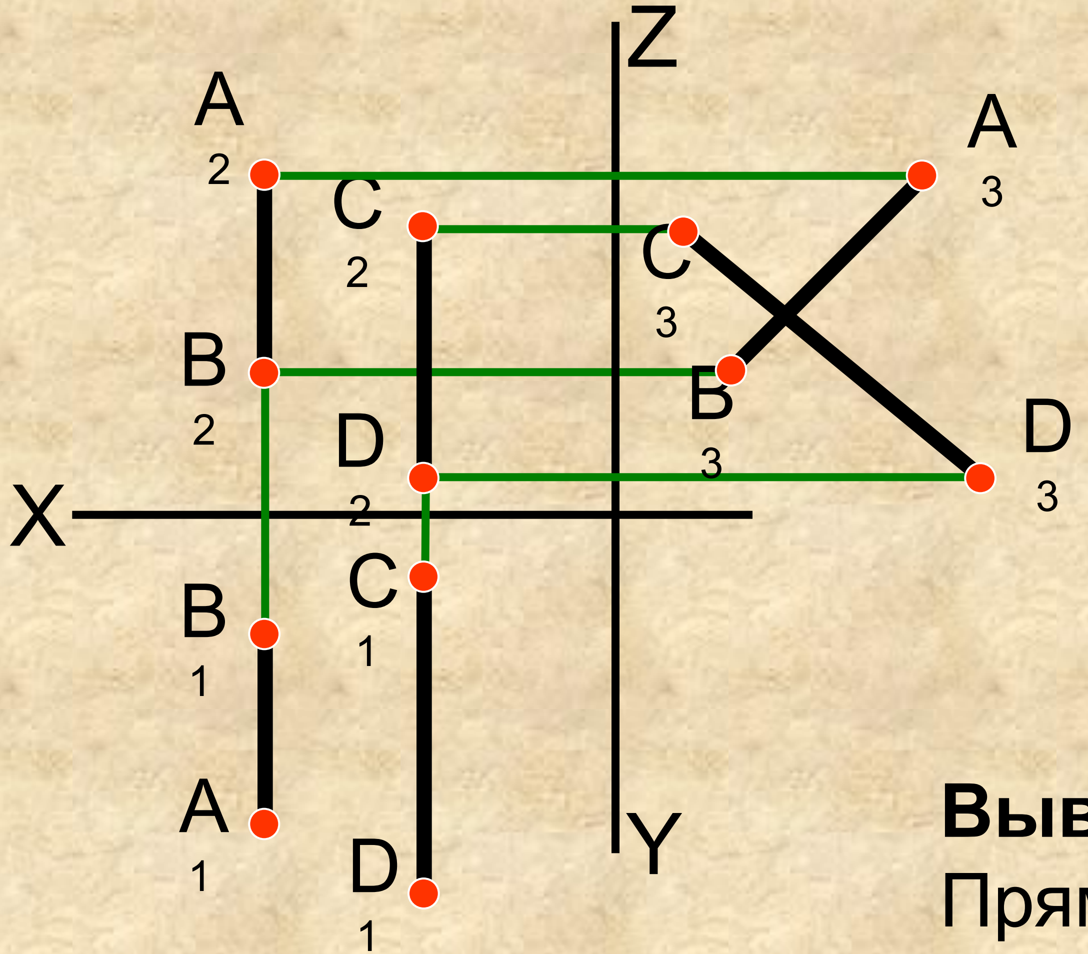


Достроить проекцию прямой AB, параллельную заданной прямой CD



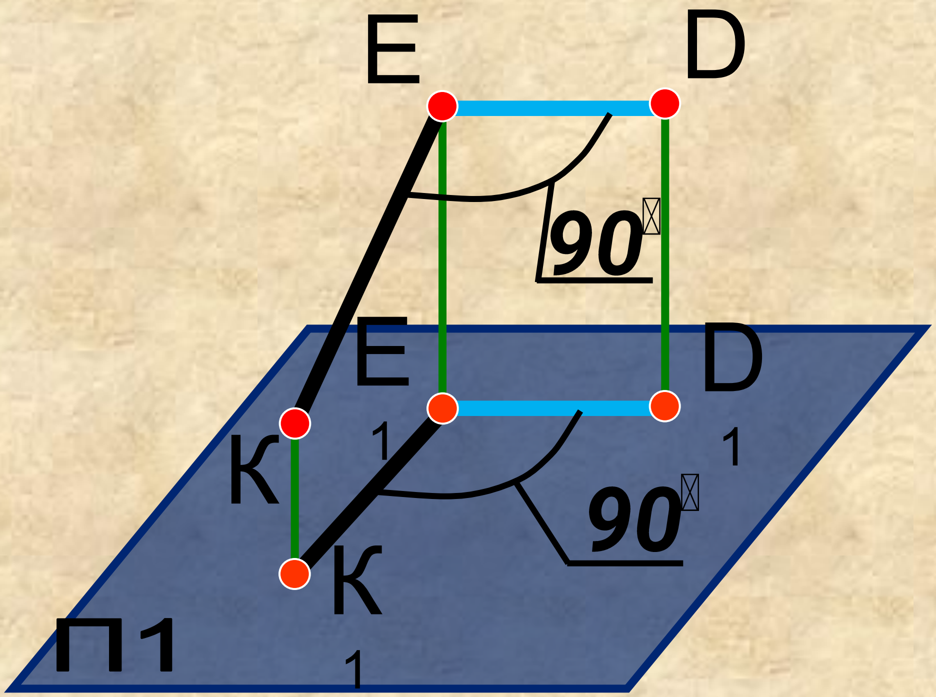
Если прямые в пространстве параллельны, то их одноименные проекции параллельны

Параллельны ли заданные прямые?



Вывод:
Прямые AB и CD не параллельны.

Перпендикулярные прямые. Теорема о проекциях прямого угла

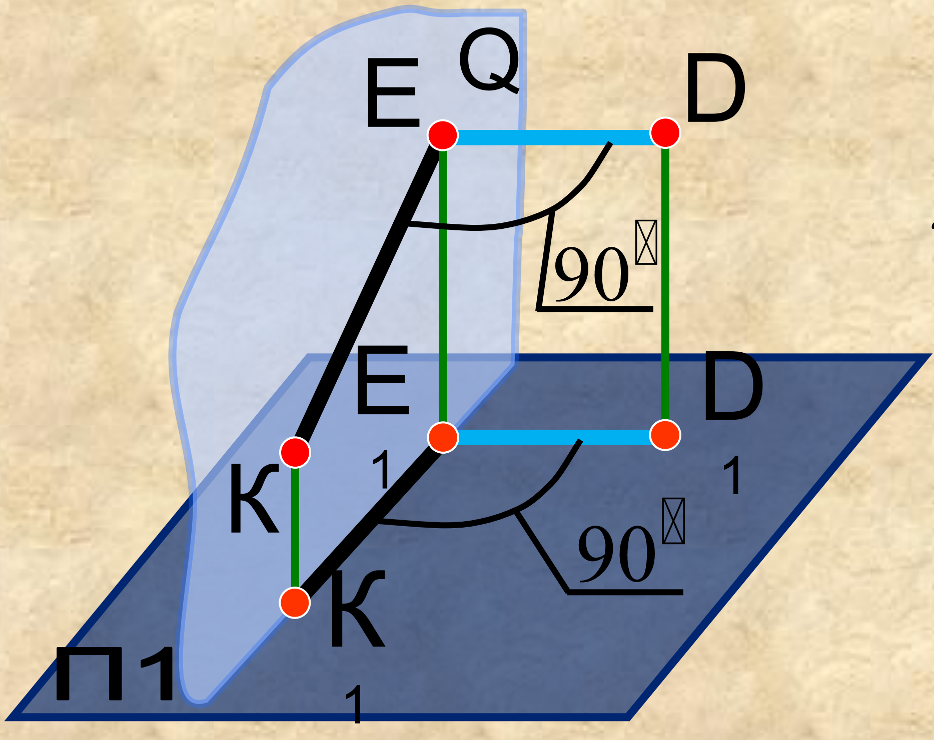


«Прямой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину, если одна его сторона параллельна этой плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна»

Теорема о проекциях прямого угла

Дано: $(ED \perp EK)$, $(ED // \Pi 1)$, $(EK \not\perp \Pi 1)$

Доказать: $\angle K_1E_1D_1 = 90^\circ$, т.е. $(E_1D_1) \perp (E_1K_1)$



Доказательство:

1. $Q: (EK) \subset Q,\ (EE_1) \subset Q$

2. $(ED) \perp (EK),\ (ED) \perp (EE_1) \Rightarrow (ED) \perp Q$

3. $(E_1D_1) // (ED),\ (ED) \perp Q \Rightarrow (E_1D_1) \perp Q$

4. $(E_1D_1) \perp (E_1K_1) \Rightarrow \angle K_1E_1D_1 = 90^\circ$

Взаимное расположение прямой и плоскости

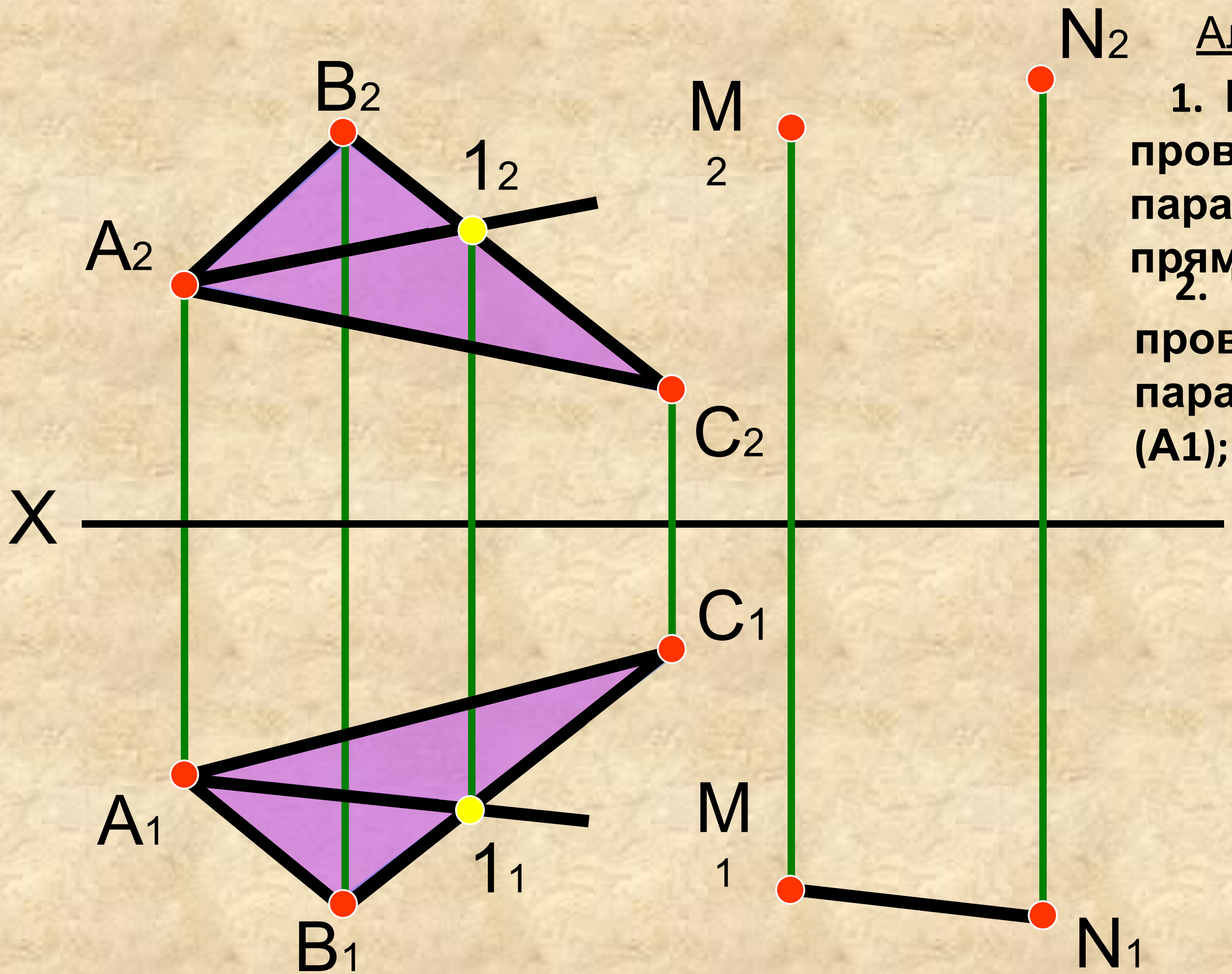
Прямая и плоскость в пространстве могут быть:

- параллельными;
- перпендикулярными;
- пересекающимися

Параллельность прямой и плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости.

<u>Задача</u>. Построить недостающую проекцию прямой MN, параллельной плоскости {ΔABC}.



<u>Алгоритм решения:</u>

1. **В плоскости {ΔABC} провести прямую (A1) параллельную заданной прямой MN;**
2. **Через точку M провести прямую (MN), параллельную прямой (A1);**

Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим этой плоскости.

Пересечение прямой и плоскости

Задачи на определение взаимной принадлежности и пересечения двух и более геометрических объектов называются **позиционными**.

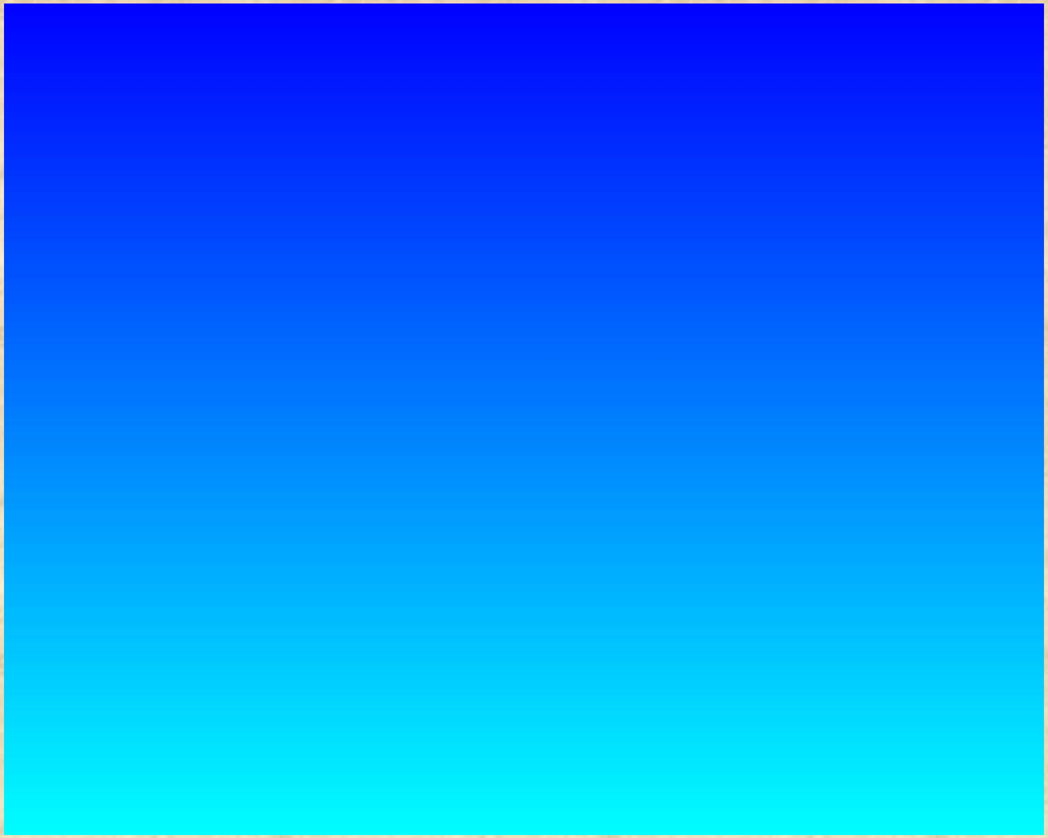
Пересечение прямой и плоскости

Пересечение прямой и плоскости

Пересечение прямой общего положения и проецирующей плоскости

Пересечение плоскости общего положения и проецирующей прямой

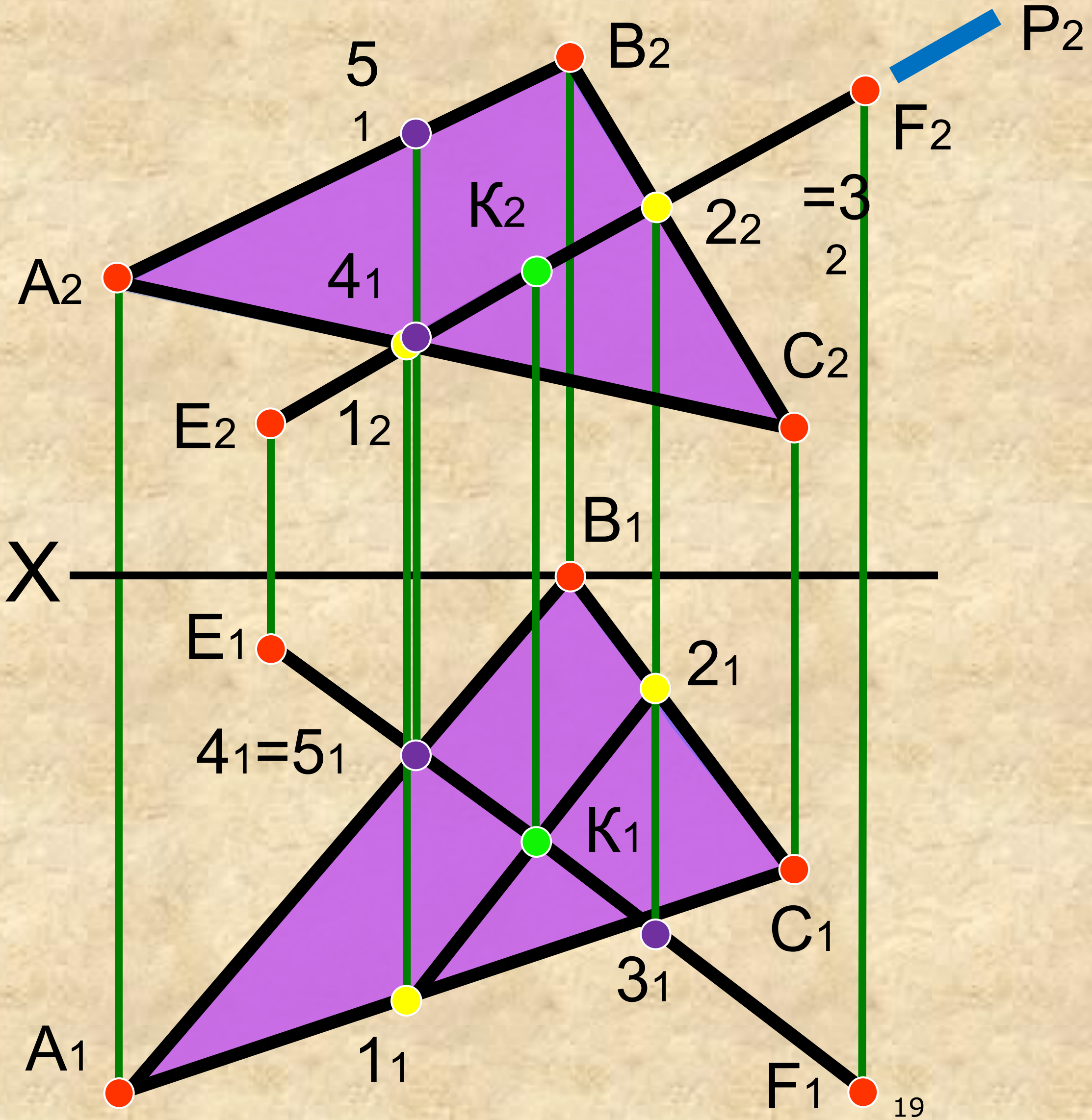
Определение точки пересечения прямой и плоскости



Алгоритм решения:

1. **Через прямую ввести вспомогательную проецирующую плоскость ;**
2. **Найти линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной;**
3. **Определить точку пересечения построенной линии с заданной;**
4. **Определить видимость заданных объектов .**

Задача. Определить точку пересечения прямой (EF) и плоскости {ΔABC}.



Дано:

{ΔABC}: A(110, 70, 40),
B(50, 0, 70),
C(20, 40, 20) ;
(EF): E(90, 10, 20),
F(10, 70, 65);

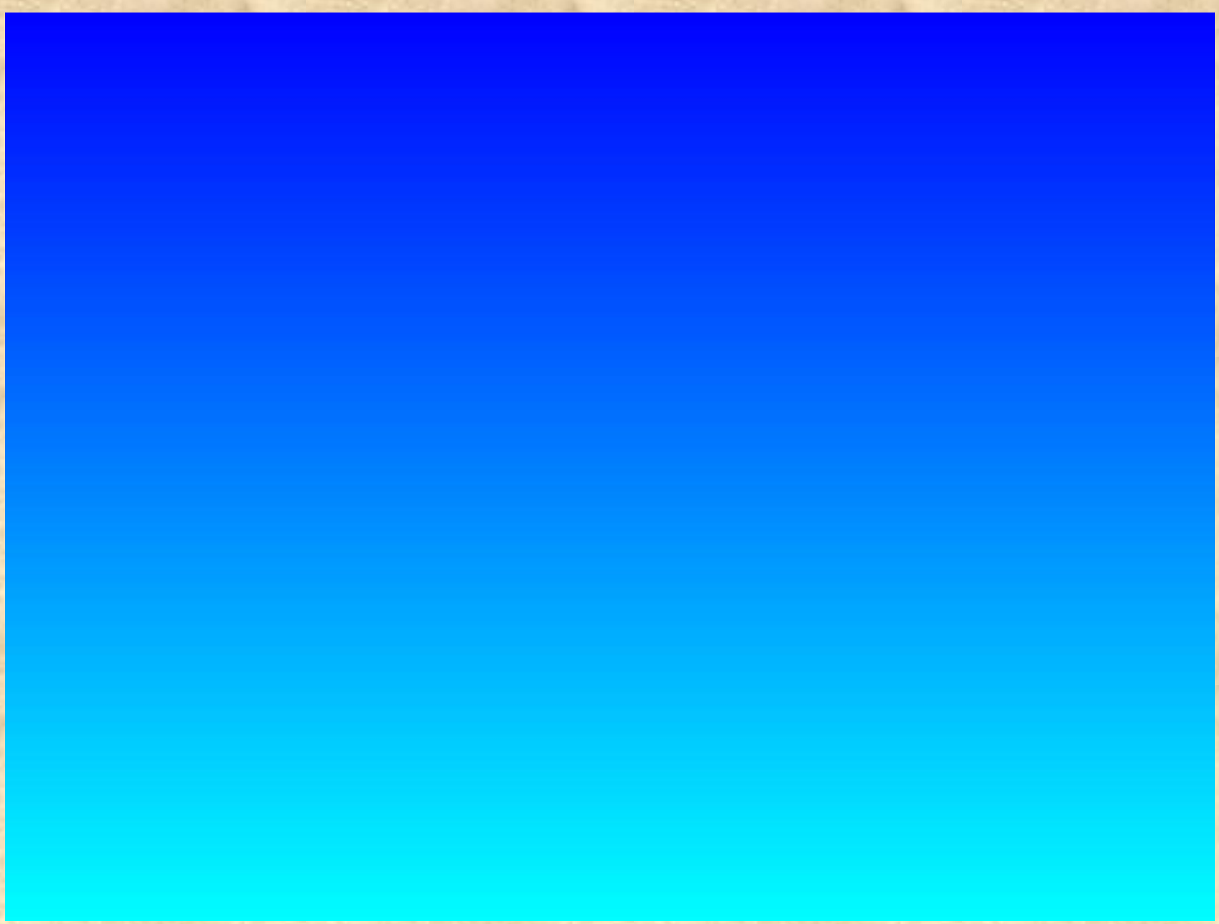
Построить:

K={ΔABC}∩(EF)

Решение:

1. **P: P⊥П2, (EF)∈P;**
2. **(12)=P∩{ΔABC};**
3. **K=(12)∩(EF);**
4. **Определить видимость прямой (EF) с помощью конкурирующих точек.**

Пересечение прямой общего положения и проецирующей плоскости



Пересечение плоскости общего положения и проецирующей прямой

Взаимное расположение двух плоскостей

Плоскости в пространстве могут быть:

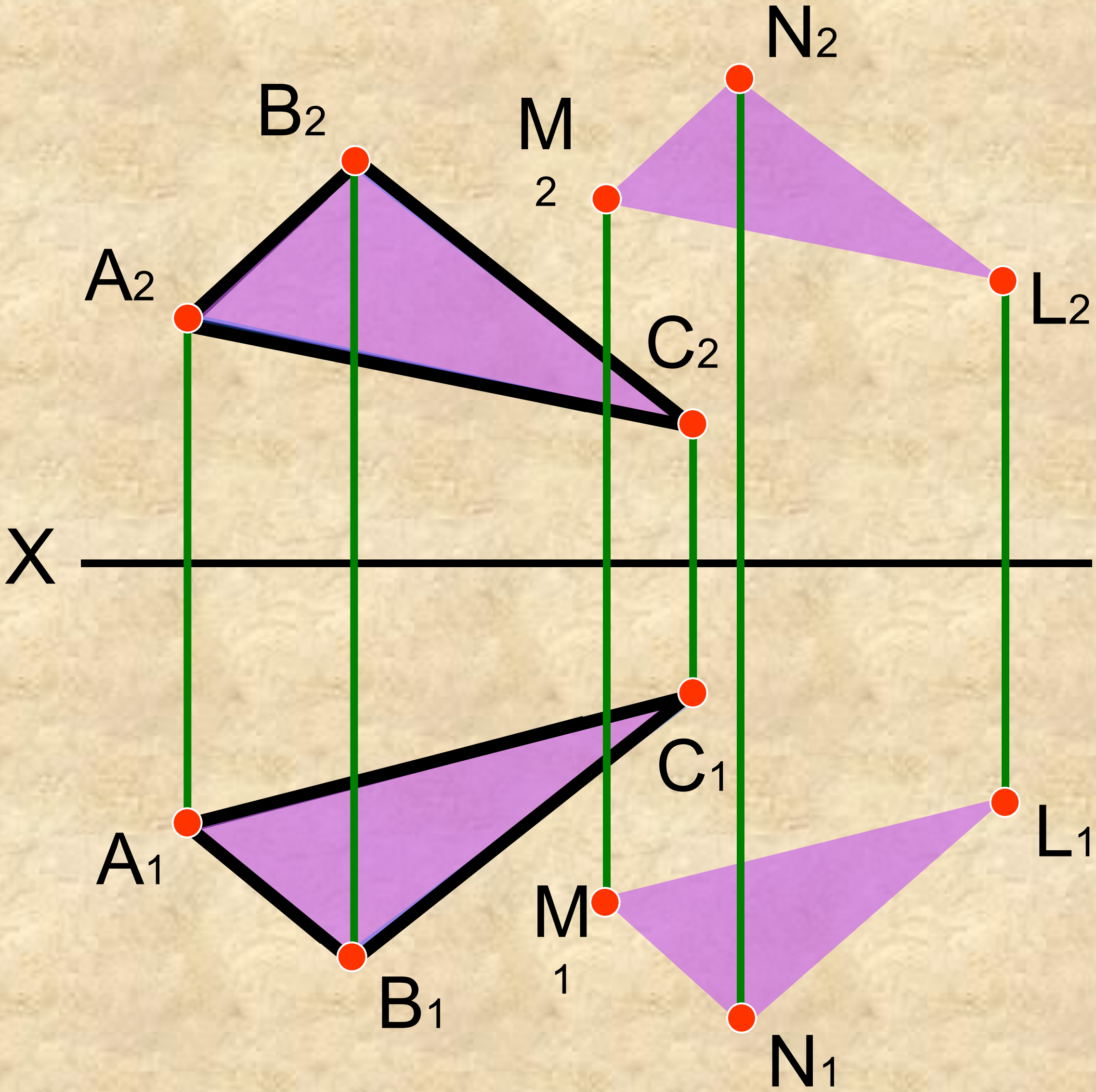
- параллельными;
- перпендикулярными (частный случай пересечения);
- пересекающимися

Параллельность двух плоскостей

Признак параллельности:

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти **плоскости параллельны**.

Задача. Через точку М провести плоскость, параллельную плоскости {ΔАВС}.



Алгоритм решения:

1. **В плоскости {ΔАВС} выбрать две пересекающиеся прямые, например, (АВ) и (АС);**

2. **Через точку М провести прямые (МN) и (МL), параллельные выбранным прямым (АВ) и (АС), соответственно;**

Пересекающиеся прямые (МN) и (МL) задают искомую плоскость.

Перпендикулярность двух плоскостей

Признак перпендикулярности:

Если одна из плоскостей проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти **плоскости перпендикулярны**.

Пересечение плоскостей

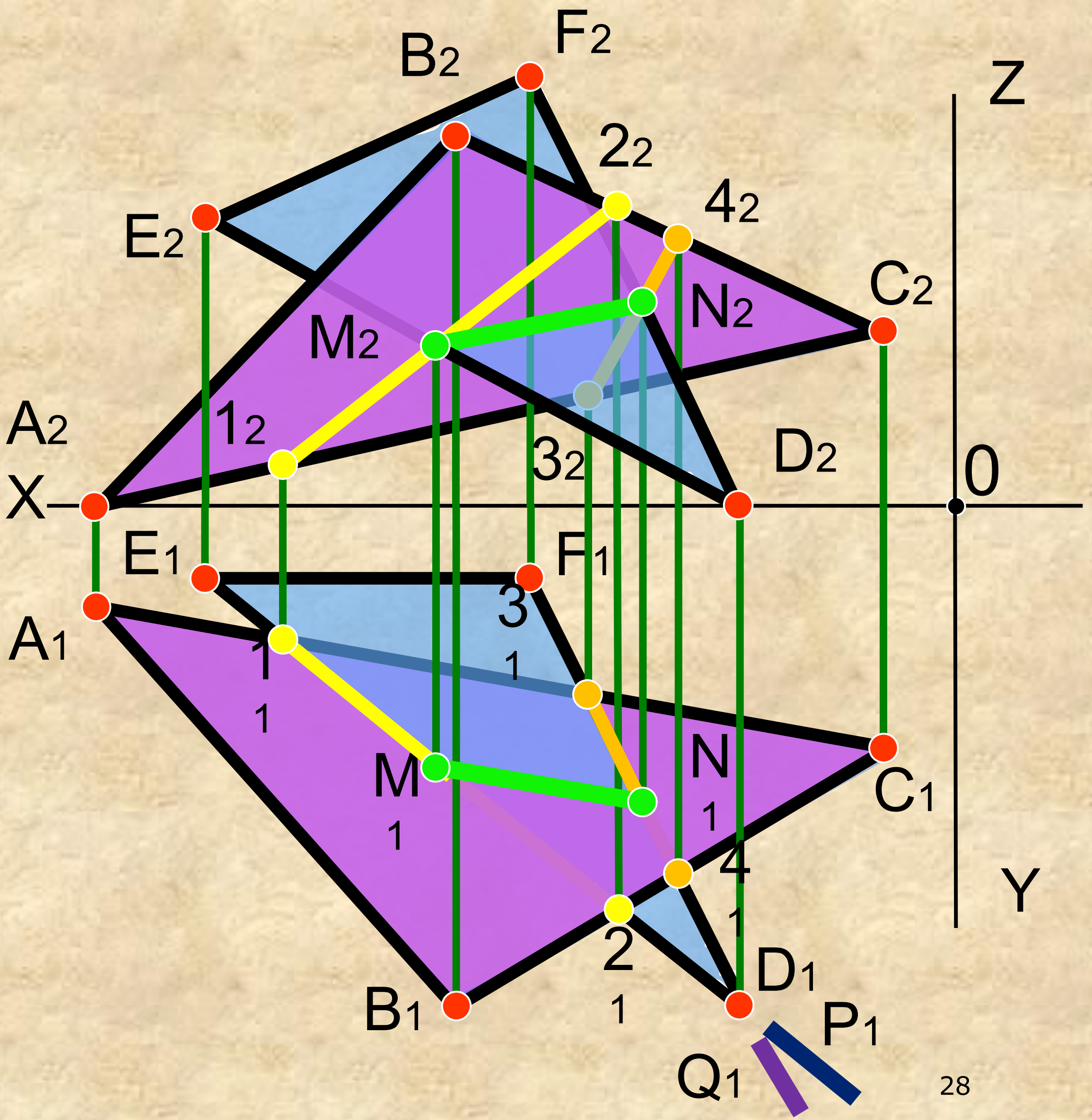
Пересечение двух плоскостей

Пересечение плоскости общего положения и проецирующей плоскости

Пересечение проецирующих плоскостей

Определение линии пересечения двух плоскостей

Определение линии пересечения двух плоскостей



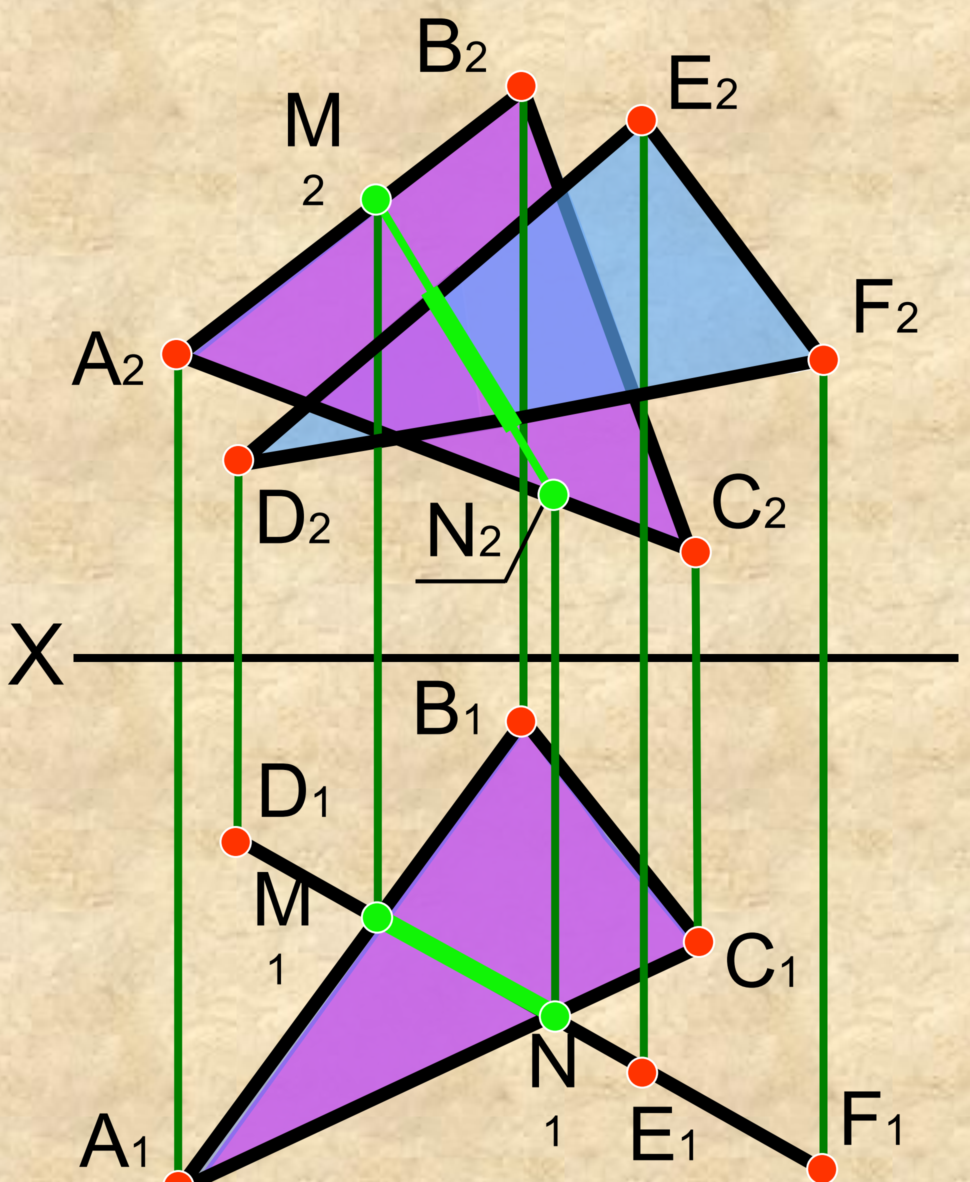
Дано: **ΔABC: A(120, 15, 0),**
B(70, 70, 50),
C (10, 35, 25);
ΔDEF: D(30, 70, 0)
E (105, 10, 40),
F (60, 10, 60).

Построить: **(MN)=ΔABC∩ΔDEF**

Решение:

1. **{P}: (DE)∈P, P⊥$П_1$;**
2. **(12)={P}∩{ΔABC};**
3. **M=(12)∩(DE);**
4. **{Q}: (DF)∈Q, Q⊥$П_1$;**
5. **(34)={Q}∩{ΔABC};**
6. **N=(34)∩(DF);**
7. **(MN) – искомая линия пересечения плоскостей;**
8. **Определить видимость плоскостей.**

Определение линии пересечения плоскости общего положения и проецирующей плоскости



Дано: **{ΔABC}; {ΔDEF} ⊥ П1.**

Построить: **(MN)={ΔABC}∩{ΔDEF}**

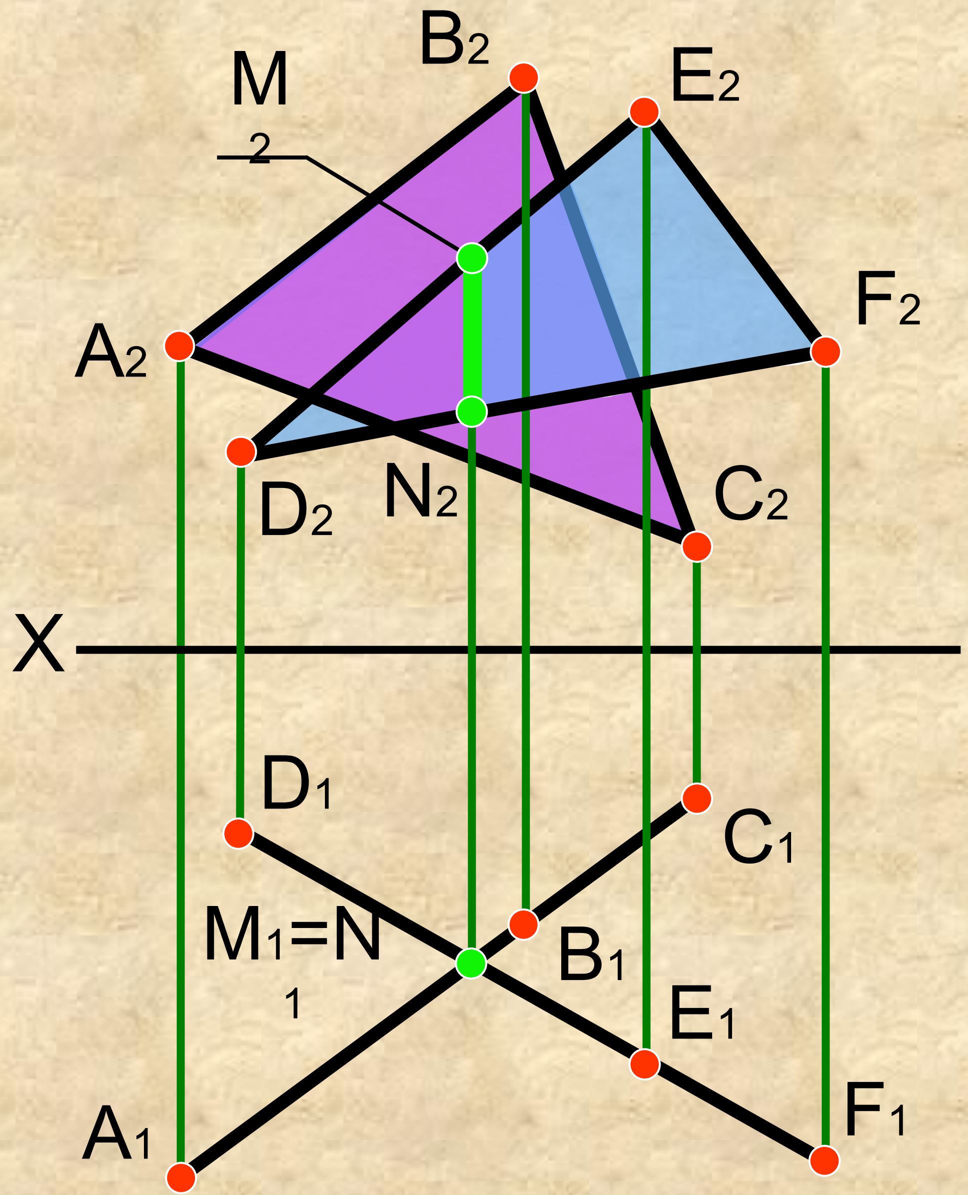
Решение:

1. Так как одна из заданных плоскостей горизонтально-проецирующая, то на горизонтальной плоскости проекций их общим элементом является прямая (MN), горизонтальная проекция которой совпадает с проекцией горизонтально-проецирующая плоскости {ΔDEF}.

2. Фронтальная проекция строится по линиям связи.

3. Определить видимость плоскостей.

Определение линии пересечения проецирующих плоскостей



<u>Дано:</u> {ΔABC}⊥П1;
{ΔDEF} ⊥П1.

<u>Построить:</u>

(MN)={ΔABC}∩{ΔDEF}

<u>Решение:</u>

1. Так как заданные плоскости горизонтально-проецирующие, то на горизонтальной плоскости проекций их общим элементом является горизонтально-проецирующая прямая (MN);

2. Определить видимость плоскостей.

Контактная информация

Лектор: Кайгородцева Наталья Викторовна
доцент, к.пед.н.

Кафедра «Инженерная геометрия и САПР»

г. Омск, пр. Мира, 11, корпус 8 кабинет 513

(3812) 65-36-45

igisapr@omgtu.ru

www.omgtu.ru