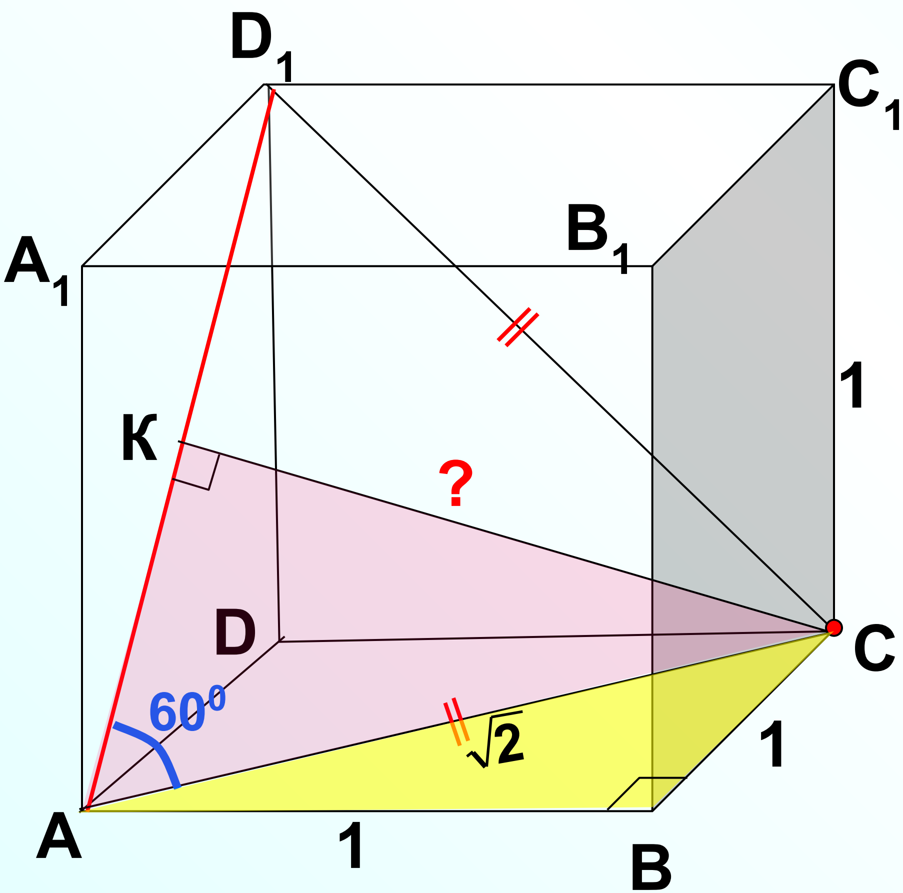
Подготовка к ЕГЭ.
Решение задач группы С2 (стереометрия)

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки *C* до AD_1.

Треугольник ACD_1 – равносторонний.



Из ΔABC:

$AC^2 = AB^2 + BC^2;$

$AC^2 = 1^2 + 1^2;$

$AC^2 = 2;$

$AC = \pm\sqrt{2};$

$AC = \sqrt{2}.$

Из ΔCKA

$\sin 60^0 = \dfrac{CK}{AC}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{CK}{\sqrt{2}}$

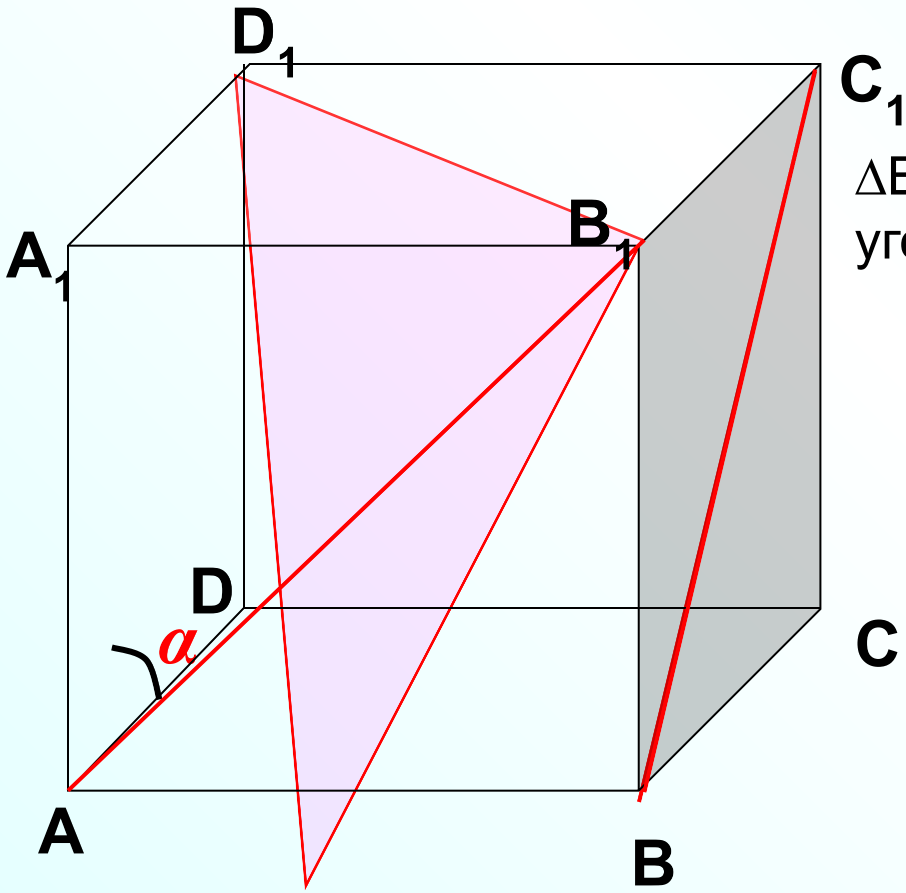
$CK = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите угол между прямыми AB_1 и BC_1 .

Заменим одну из заданных прямых BC_1 на параллельную прямую AD_1

.

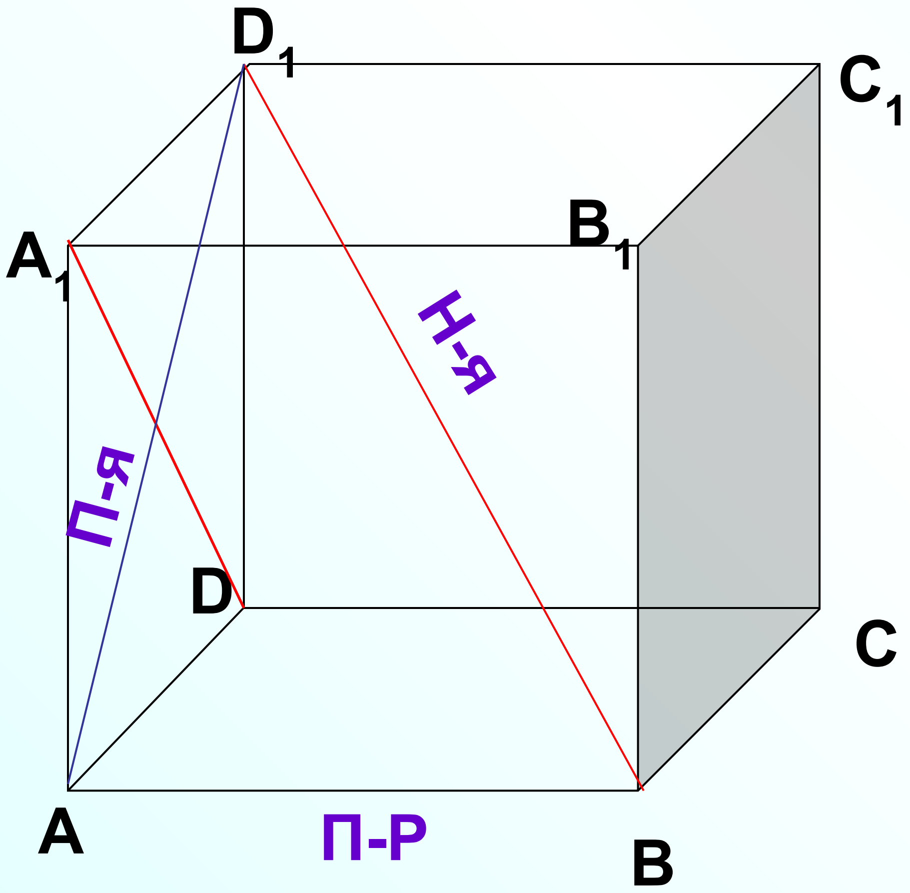
Угол между BC_1 и AB_1 равен углу между параллельной прямой AD_1 и AB_1.



ΔB_1AD_1 - равносторонний и, значит, угол B_1AD_1 равен 60°.

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите угол между прямыми DA_1 и BD_1 .

Рассмотрим ортогональную проекцию AD_1 прямой BD_1 на плоскость ADD_1 .



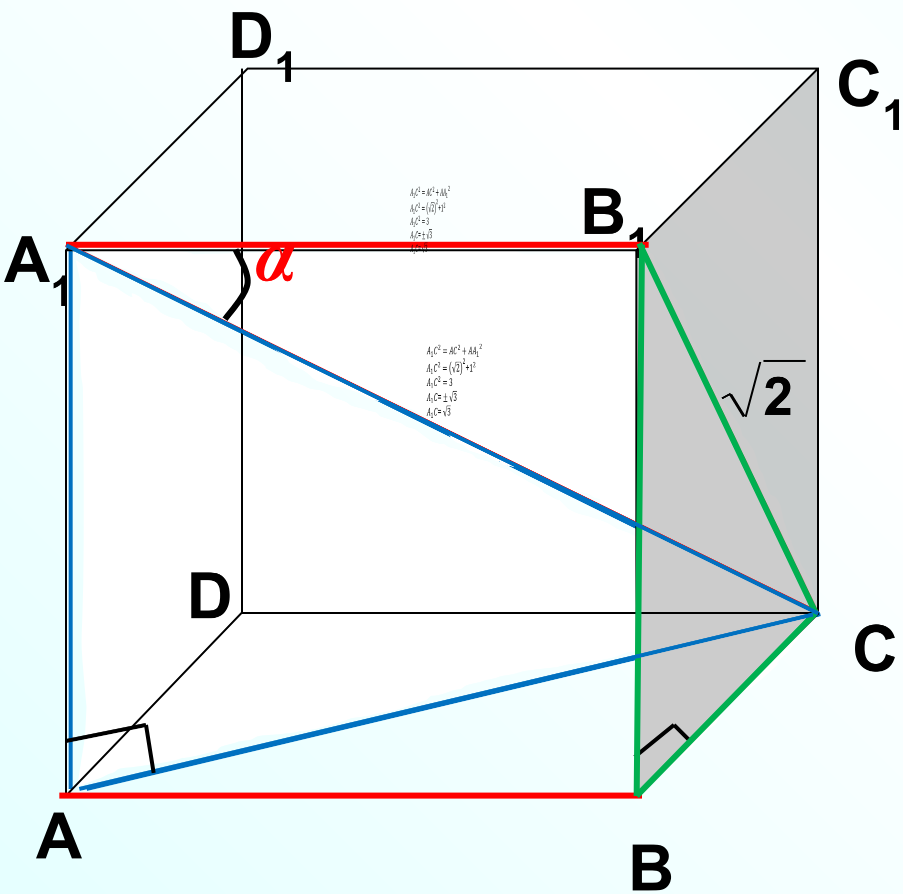
$AD_1 \perp DA_1$

$$AD_1 \perp DA_1 \overset{\text{ТТТ}}{\Longrightarrow} DA_1 \perp BD_1$$

Искомый угол между прямыми DA_1 и BD_1 равен 90°.

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите косинус угла между прямыми AB и CA_1.

Заменим одну из заданных прямых AB на параллельную прямую B_1A_1. Угол между AB и CA_1 равен углу между прямой С A_1 и A_1B_1.



$Из\ \Delta CB_1B:$

$B_1C^2 = BB_1^{\ 2} + CB^2;$

$B_1C^2 = 1^2 + 1^2;$

$B_1C^2 = 2;$

$B_1C = \pm\sqrt{2};$

$B_1C = \sqrt{2}.$

$Из\ \Delta A_1AC:$

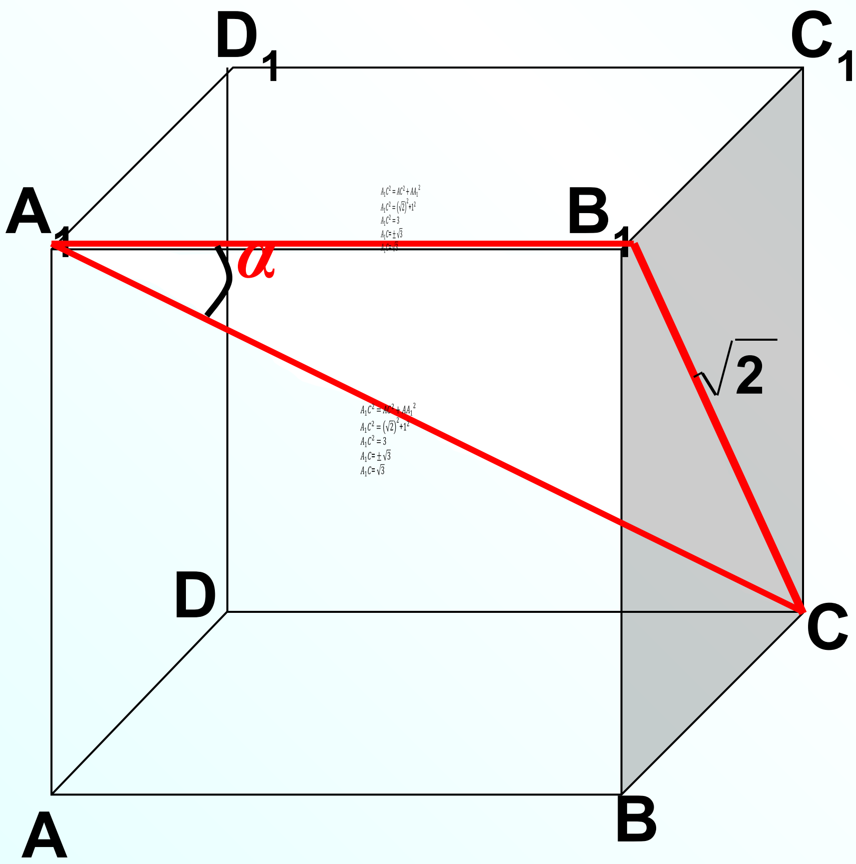
$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^{\ 2}$

$A_1C^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2$

$A_1C^2 = 3$

$A_1C = \pm\sqrt{3}$

$A_1C = \sqrt{3}$



$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^{\ 2}$$
$$A_1C^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$

!

Если вы получите отрицательное значение косинуса, - это говорит о том, что угол тупой. Вспомним, что в стереометрии углом между прямыми называют острый. Перейти к острому углу просто.

$$\cos\alpha = |m|$$

В правильном тетраэдре ABCD точка E –середина ребра CD. Найдите косинус угла между прямыми BC и AE.

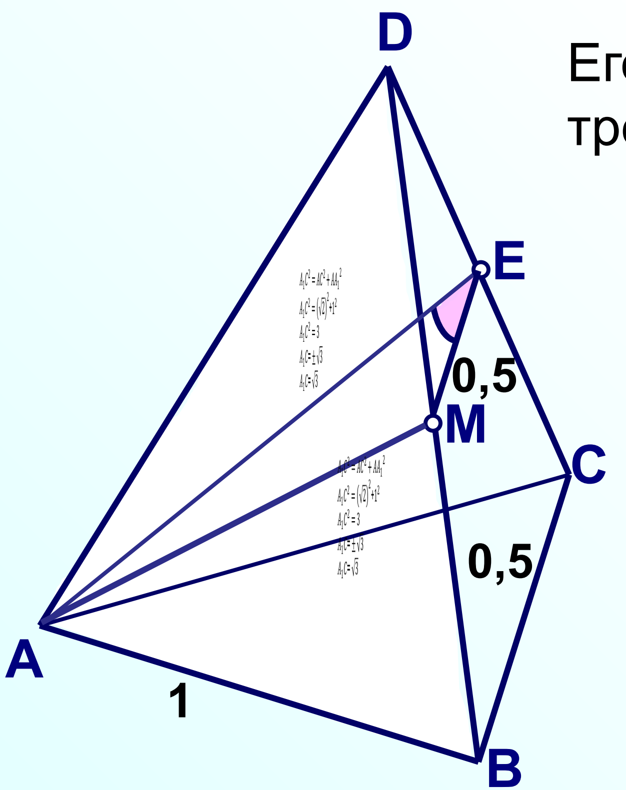
Решение.

В ΔDBC проведем через точку Е прямую МЕ // ВС

Точка М – середина ребра DB.

Угол АЕМ - искомый.

Его можно найти из равнобедренного треугольника МАЕ.



Из Δ ABD :

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$

$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$A_1C^2 = 3$

$A_1C = \pm\sqrt{3}$

$A_1C = \sqrt{3}$

Из Δ CBD :

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$

$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$A_1C^2 = 3$

$A_1C = \pm\sqrt{3}$

$A_1C = \sqrt{3}$

В правильном тетраэдре ABCD точка E –середина ребра CD. Найдите косинус угла между прямыми BC и AE.

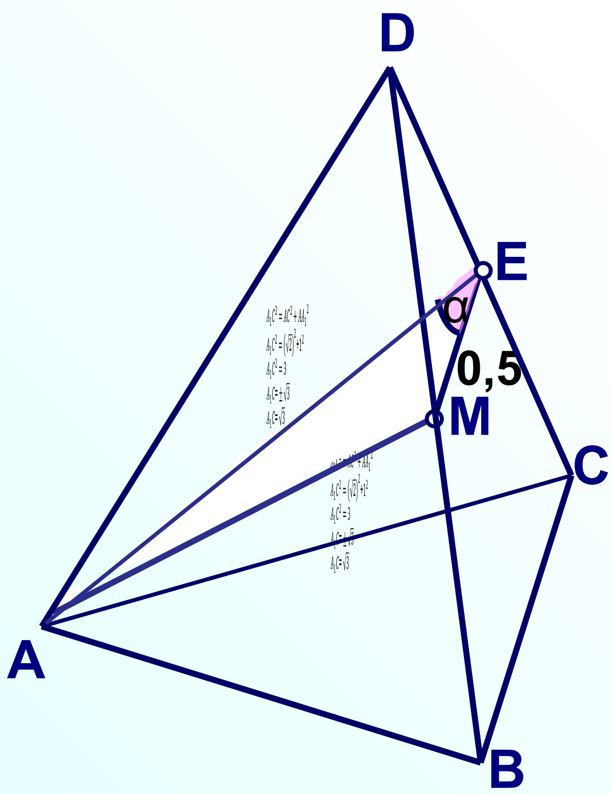
$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$$
$$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$

$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$$
$$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$

$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$$
$$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$

$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$$
$$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$

$$A_1C^2 = AC^2 + AA_1{}^2$$
$$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$
$$A_1C^2 = 3$$
$$A_1C = \pm\sqrt{3}$$
$$A_1C = \sqrt{3}$$



Реши самостоятельно

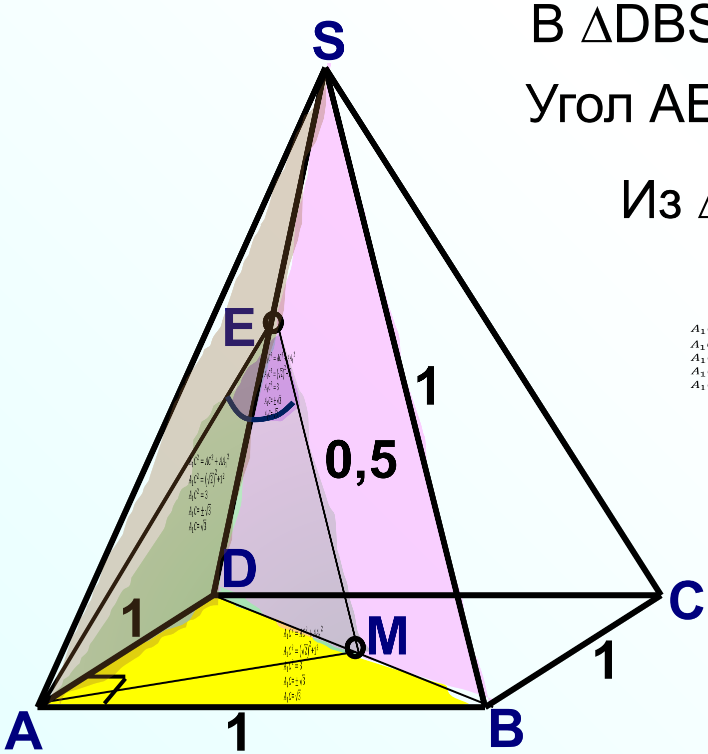
1. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, точка E – середина ребра SD. Найдите тангенс угла между прямыми SB и AE.

Чертеж и подсказка

2. В правильной шестиугольной призме $A\dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.

Чертеж и подсказка

1. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, точка Е – середина ребра SD. Найдите тангенс угла между прямыми SB и AE.



В ∆DBS проведем через точку Е прямую МЕ // BS

Угол АЕМ - искомый.

Из ∆ SBD :

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

Из ∆ ABD :

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

Из ∆ ADS:

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

Из ∆ AEM :

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

значит ∆ AEM прямоугольный

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

Ответ:

$A_1C^2 = AC^2 + AA_1^2$
$A_1C^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
$A_1C^2 = 3$
$A_1C = \pm\sqrt{3}$
$A_1C = \sqrt{3}$

2. В правильной шестиугольной призме $A....F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.