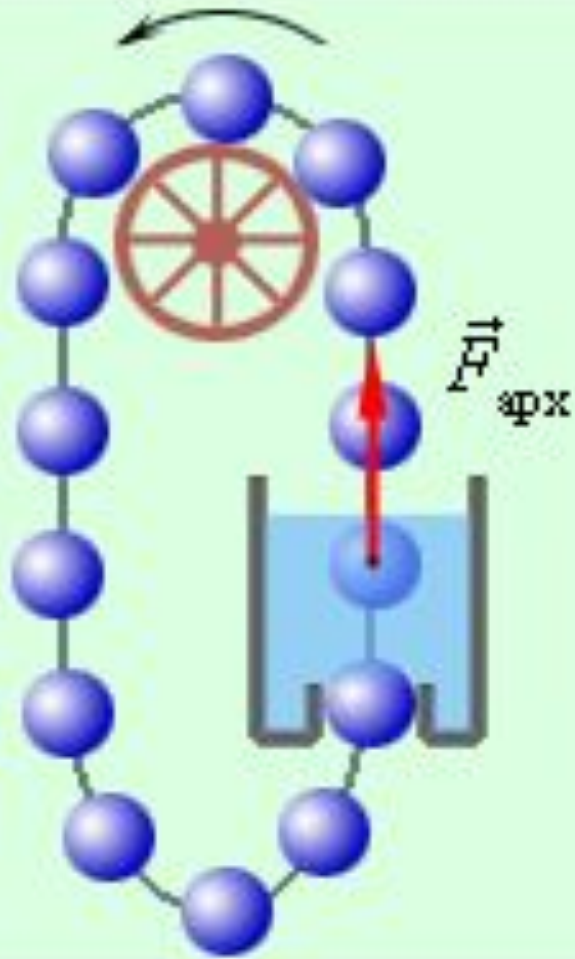


МЕХАНІКА



Лектор: доцент Білоус Оксана Іванівна
ФІЗИКА

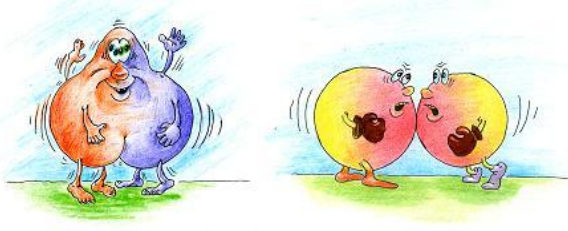
Закони збереження



Чи буде ця система працювати?

Зміст

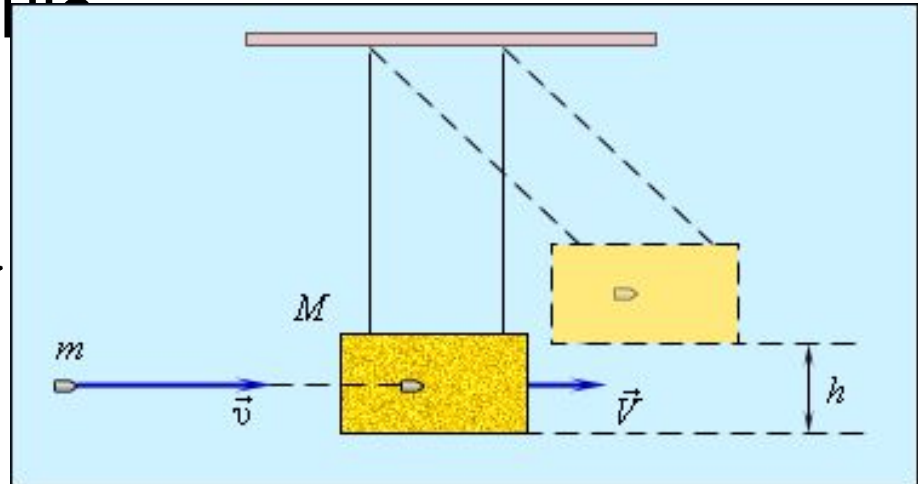
1. Пружне і непружне зіткнення двох тіл.
2. Закон збереження імпульсу системи.
3. Закон збереження моменту імпульсу.
4. Робота та енергія. Кінетична енергія тіла.
5. Потенційна енергія та консервативні сили. Потенціальна енергія тіла піднятого над землею та пружно деформованого тіла.
6. Закон збереження енергії.
7. Кінетична енергія тіла, що обертається.
8. Умови рівноваги механічної системи.



ПРУЖНЕ ТА НЕПРУЖНЕ ЗІТКНЕННЯ ДВОХ ТІЛ

□ Абсолютно непружне зіткнення - зіткнення після якого тіла рухаються як єдине ціле, а частина механічної енергії переходить у внутрішню

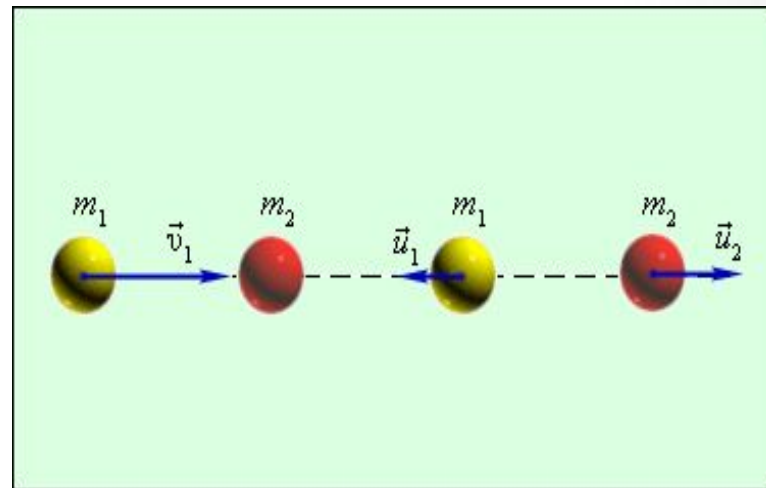
$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$



$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + Q$$

Пружне зіткнення двох тіл

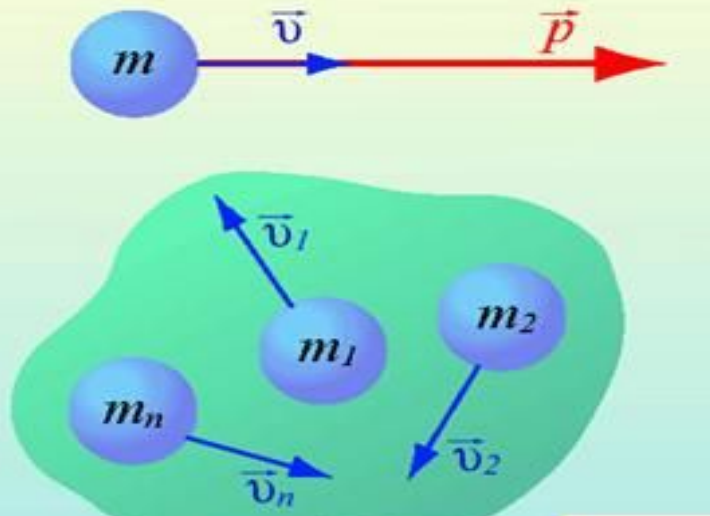
Абсолютно пружним зіткненням називають зіткнення при якому енергія не переходить у внутрішню, тобто сумарна механічна енергія залишається сталою.



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Імпульс замкнутої системи тіл зберігається



$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}$$

Системою називається сукупність тіл, об'єднаних певними зв'язками. **Замкнутою (ізолюваною) системою** називається система, яка не обмінюється з навколишнім середовищем ні енергією, ні речовиною, ні інформацією. Закони збереження є справедливими тільки для замкнутих систем.

Закон збереження імпульсу дозволяє легко пояснити **принцип реактивного руху.**

ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ СИСТЕМИ

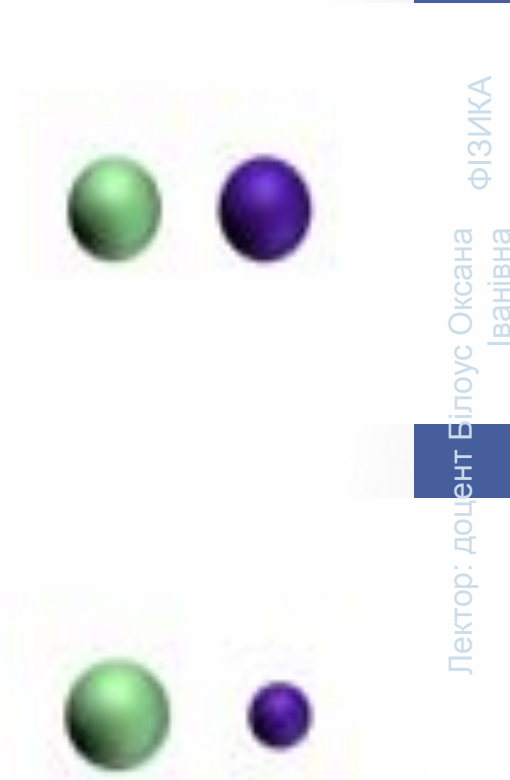
$$\frac{d}{dt} \left(m_i \vec{v}_i \right) = \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n \vec{F}_{ik} + \vec{F}_i, \quad \vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$$

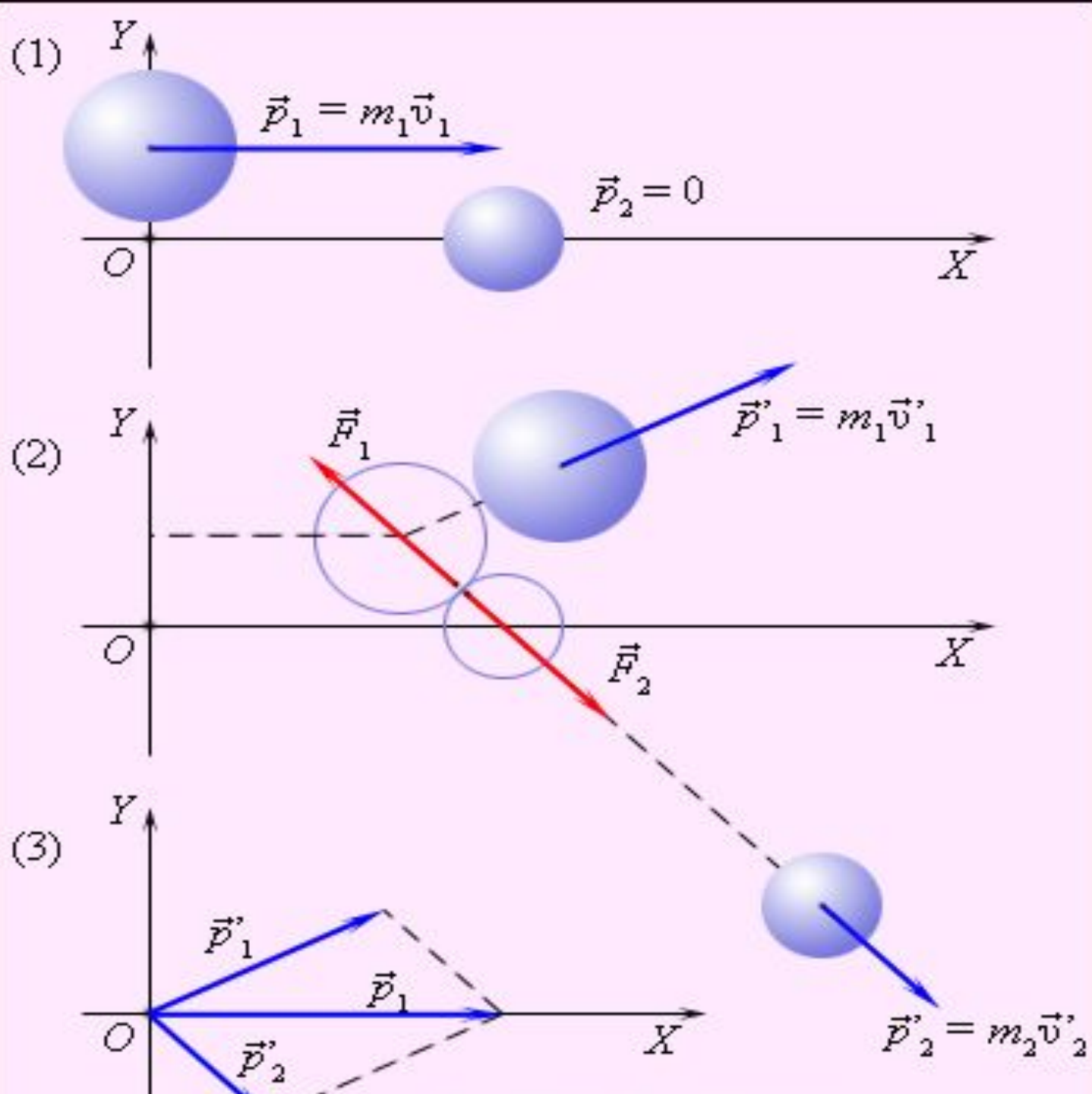
$$\frac{d}{dt} \left(m_i \vec{v}_i \right) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ СИСТЕМИ

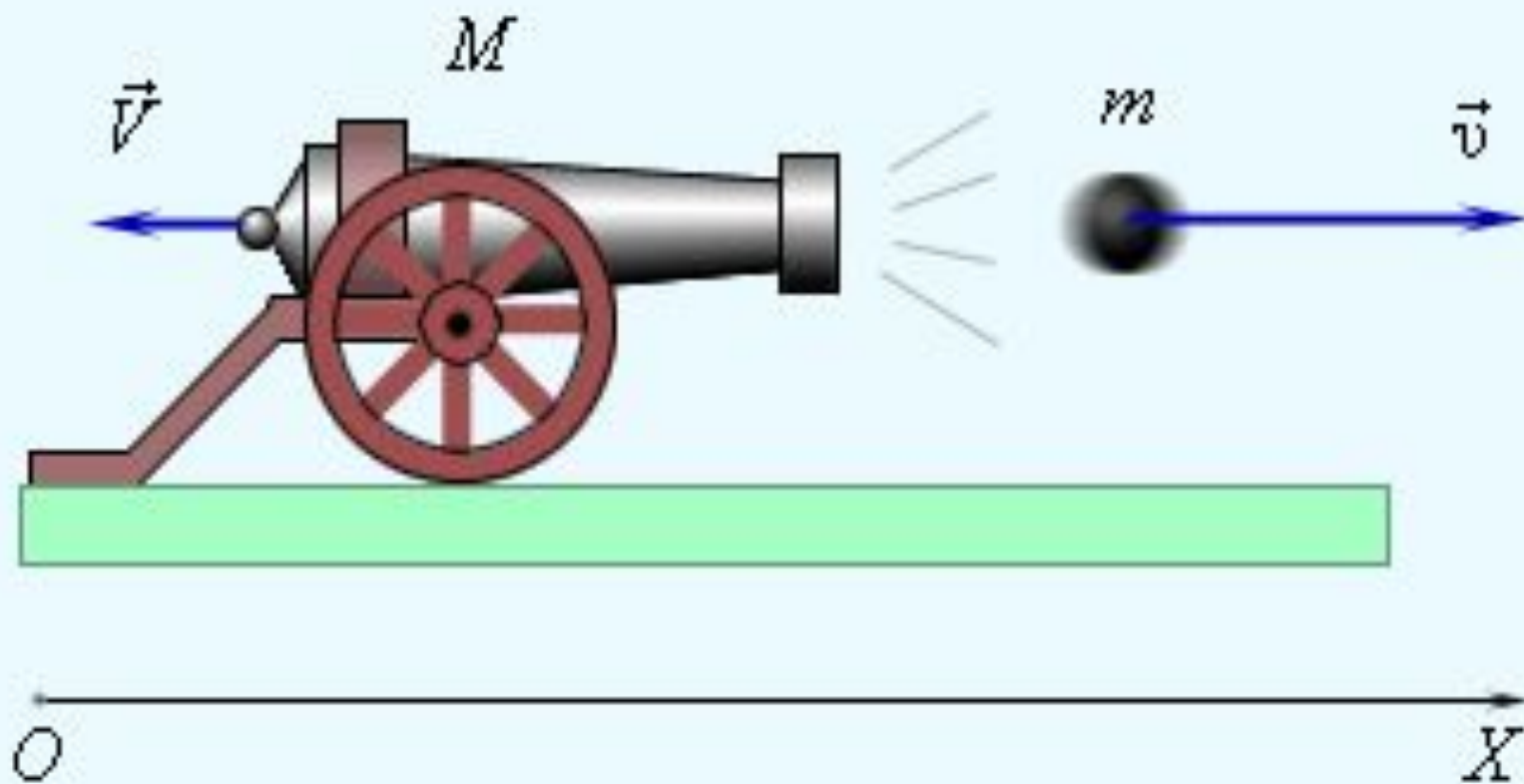
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = 0$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{v}_i) = \text{const}$$





РУХ ТІЛ ЗІ ЗМІННОЮ МАСОЮ



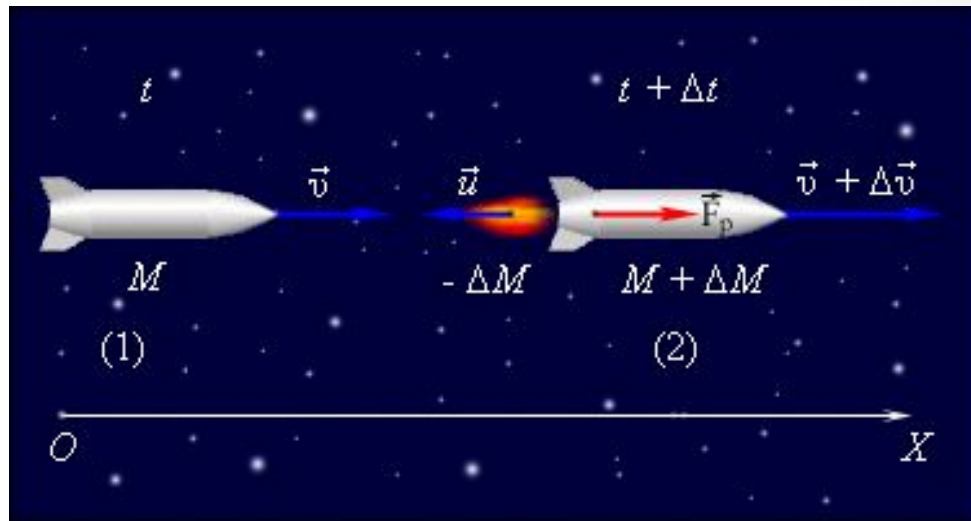
РЕАКТИВНИЙ РУХ. РІВНЯННЯ МІЩЕРСЬКОГО

$$m \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \overrightarrow{F} - \overrightarrow{u} \frac{dm}{dt}, \quad \overrightarrow{F} = 0$$

Коли зовнішні сили дорівнюють нулю, тобто

$$m \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = -\overrightarrow{u} \frac{dm}{dt},$$

РЕАКТИВНИЙ РУХ



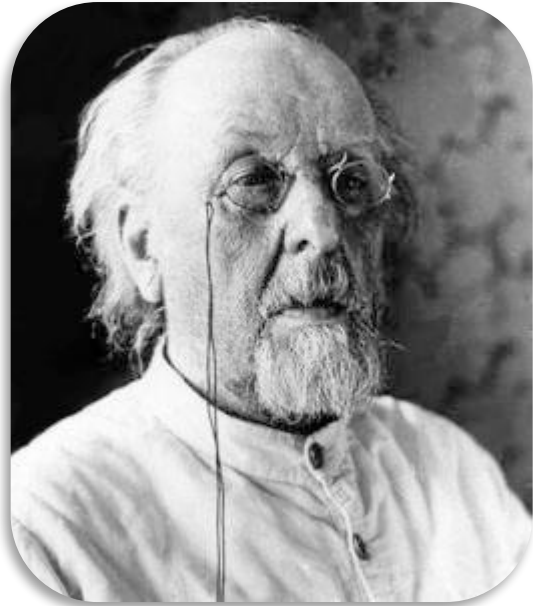
РЕАКТИВНИЙ РУХ

$$\frac{dv}{u} = -\frac{dm}{m},$$

$$v = -u \int \frac{dm}{m} = -u \ln m + C,$$

$$C = v_0 + u \ln m_0,$$

ФОРМУЛА ЦІАЛКОВСЬКОГО



$$v = v_0 + u \ln \frac{m_0}{m}$$

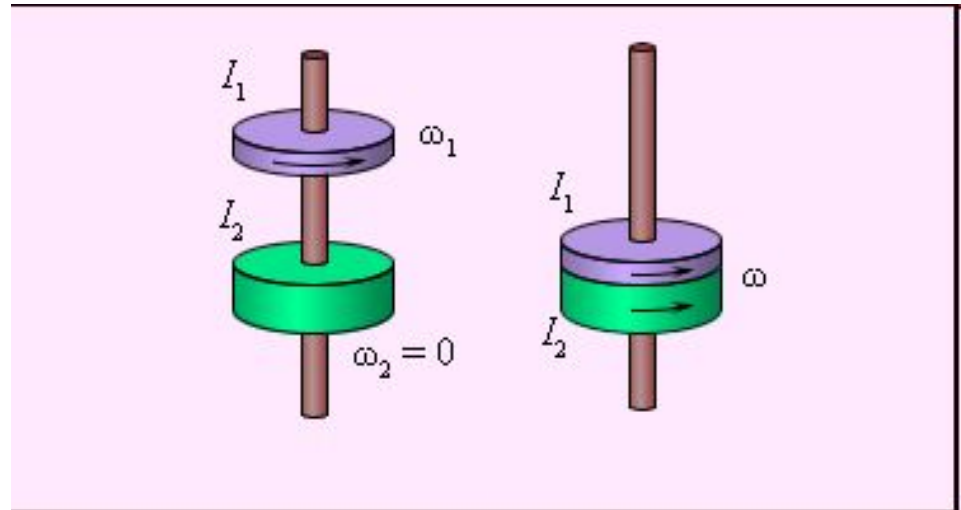
ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ

Закон збереження моменту імпульсу полягає в тому, що якщо головний момент зовнішніх сил відносно нерухомої вісі, прикладених до тіла, тотожно дорівнює нулю, то момент імпульсу тіла відносно цієї вісі з бігом часу не змінюється.

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad i$$

$$\vec{L} = \text{const}$$

$$I\vec{\omega} = \text{const}$$

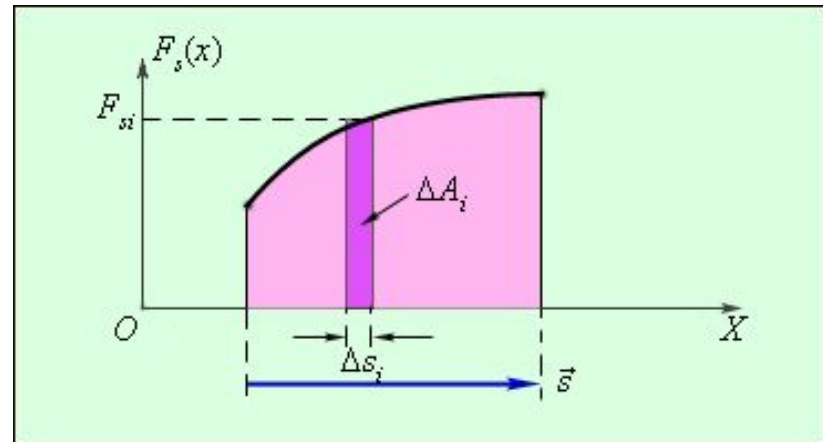


РОБОТА ТА ЕНЕРГІЯ

Робота – фізична величина, яка дорівнює скалярному добутку сили, що діє на тіло на переміщення даного тіла. **Це процес передачі енергії від одного тіла до іншого.**

$$dA = \vec{F} \cdot \vec{ds} = F \cos \alpha ds$$

$$A = \int_1^2 F ds$$

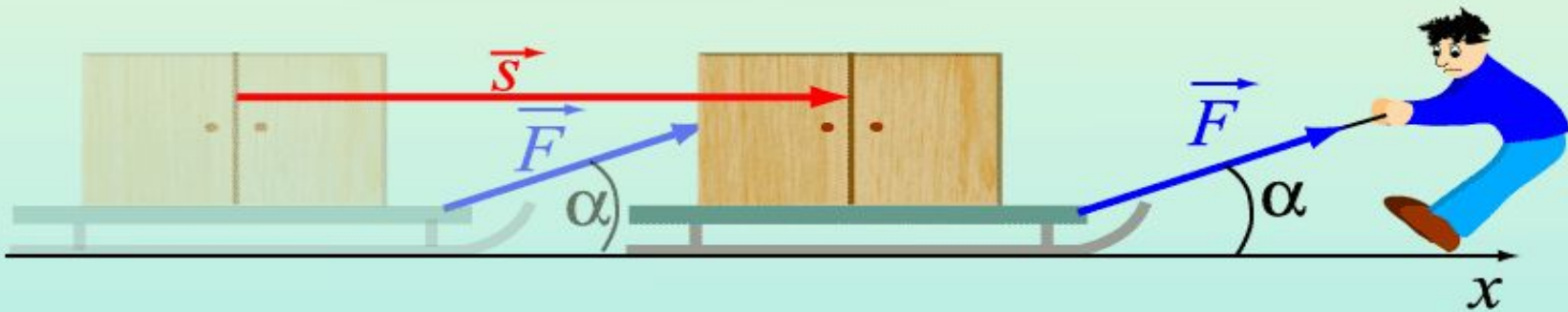


Одиниці вимірювання роботи: $[A] = \frac{J}{m} = 1$

РОБОТА ТА ЕНЕРГІЯ

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$A = F s \cos \alpha$$



$$\alpha > 90$$
$$A < 0$$

$$\alpha = 90$$
$$A = 0$$

$$\alpha < 90$$
$$A > 0$$

РОБОТА ТА ЕНЕРГІЯ

- **Енергія** – загальна кількісна міра руху та взаємодії всіх видів матерії.

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \vec{m} \vec{a} d\vec{s} = \left(\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = \int_1^2 m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{s} = \int_1^2 m \frac{d\vec{s}}{dt} d\vec{v} = \left(\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \right) = \\ &= \int_1^2 m \vec{v} d\vec{v} = \frac{m\vec{v}_2^2}{2} - \frac{m\vec{v}_1^2}{2} \end{aligned}$$

КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ ТІЛА

- **Кінетична енергія** – це енергія, яка характеризує рух тіла у просторі.

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$A = E_{K2} - E_{K1}$$

КОНСЕРВАТИВНІ ТА ДИСИПАТИВНІ СИЛИ

Консервативними називаються сили, робота яких не залежить від шляху, по якому рухалося тіло. Робота консервативних сил за замкнутим контуром дорівнює нулю:

$$A_0 = \oint \vec{F} d\vec{r} = 0$$

Це сили тяжіння, пружні сили, кулонівські сили.

Робота **дисипативних (неконсервативних) сил** за замкнутим контуром не дорівнює нулю. Вона залежить від форми шляху. Такими є сили тертя, в'язкості, опору.

ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ - це енергія, що визначається взаємним розміщенням тіл (Землі і Сонця, електрона і ядра атома, тіла, піднятого над Землею і т. п.) чи частин того самого тіла внаслідок різних видів деформації: розтягу, стиску, зсуву і т. ін.

Потенціальна енергія залежить від типу діючих сил.

Потенціальна енергія тіла, піднятого над землею:

$$W_p = mgh$$

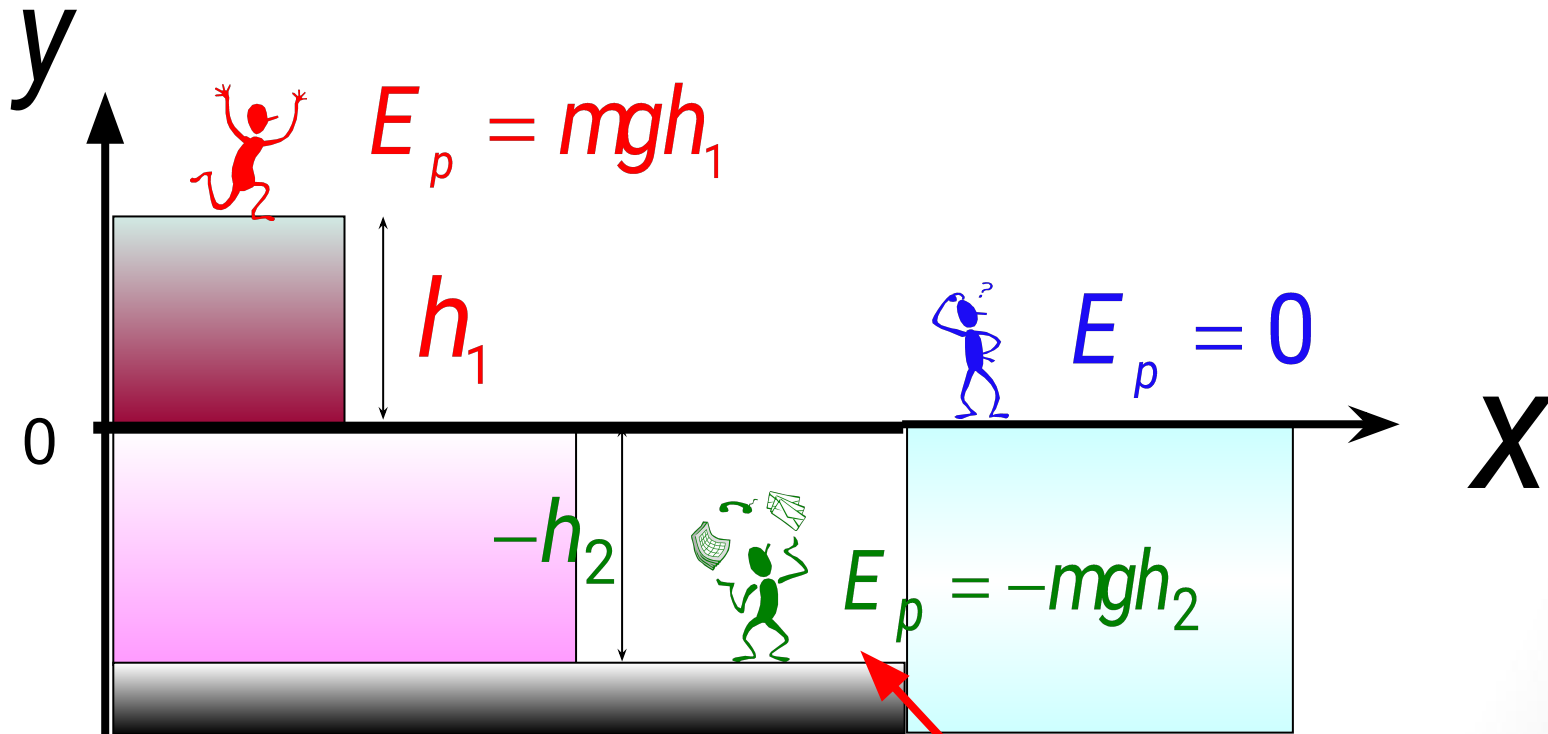
Потенціальна енергія пружно деформованої пружини:

$$W_p = \frac{kx^2}{2}$$

Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії:

$$W_P = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

Залежність величини потенціальної енергії від вибору нульового значення потенціальної енергії



Потенціальна яма

ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ПРУЖНО ДЕФОРМОВАНОГО ТІЛА

$$A = \int_1^2 -kx dx = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) = \Pi_1 - \Pi_2$$

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ

$$F ds = mg ds$$

$$\int_1^2 m a ds = \int_1^2 mg ds \Rightarrow \int_1^2 m \frac{dv}{dt} ds = \int_1^2 mg ds,$$

$$\int_1^2 m v dv = \int_1^2 mg ds, \quad \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = mgh_2 - mgh_1$$

$$E_1 + \Pi_1 = E_2 + \Pi_2 = \text{const}$$

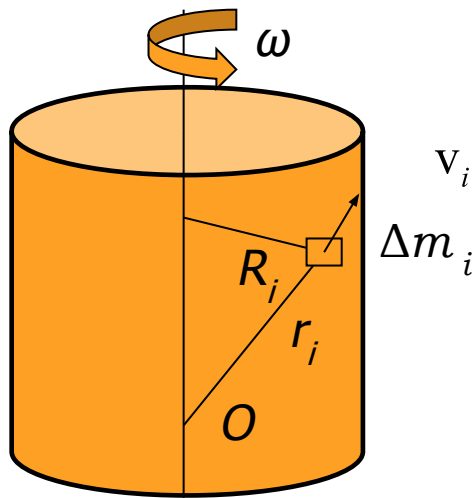
ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ

В системі тіл, між якими діють лише консервативні сили, повна механічна енергія зберігається, тобто не змінюється з часом.

Енергія ніколи не зникає і не з'являється знову, вона лише переходить із одного виду в інший.

КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ ТІЛА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ

Кінетична енергія твердого тіла у випадку, коли воно обертається навколо **нерухомої осі**



$$(W_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 R_i^2$$

$$W_k = \sum_i (W_k)_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i R_i^2 \Delta m_i$$

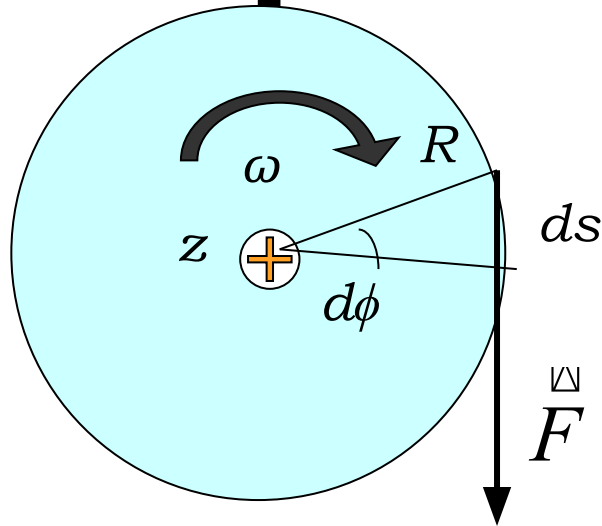
$$W_K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

У випадку, коли тіло рухається як ціле і одночасно обертається, то його кінетична енергія є сумою кінетичних енергій поступального і обертального рухів:

$$W_K = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} I_C \omega^2$$

КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ ТІЛА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ

Робота, яку виконує зовнішня сила під час обертання твердого тіла



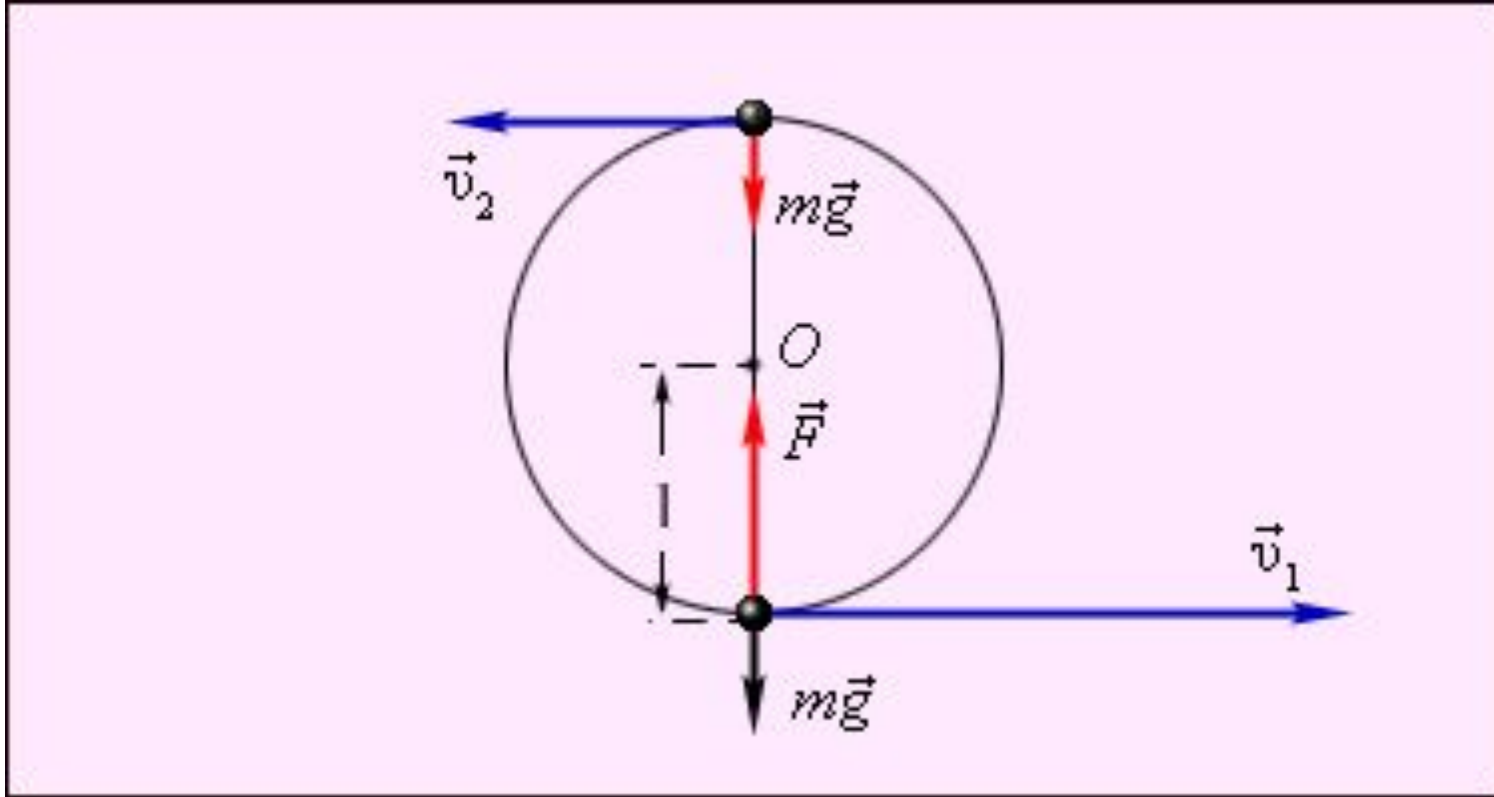
$$dA = F_s ds = F_s R d\varphi = M_z d\varphi$$

$$dA = M \cdot d\varphi$$

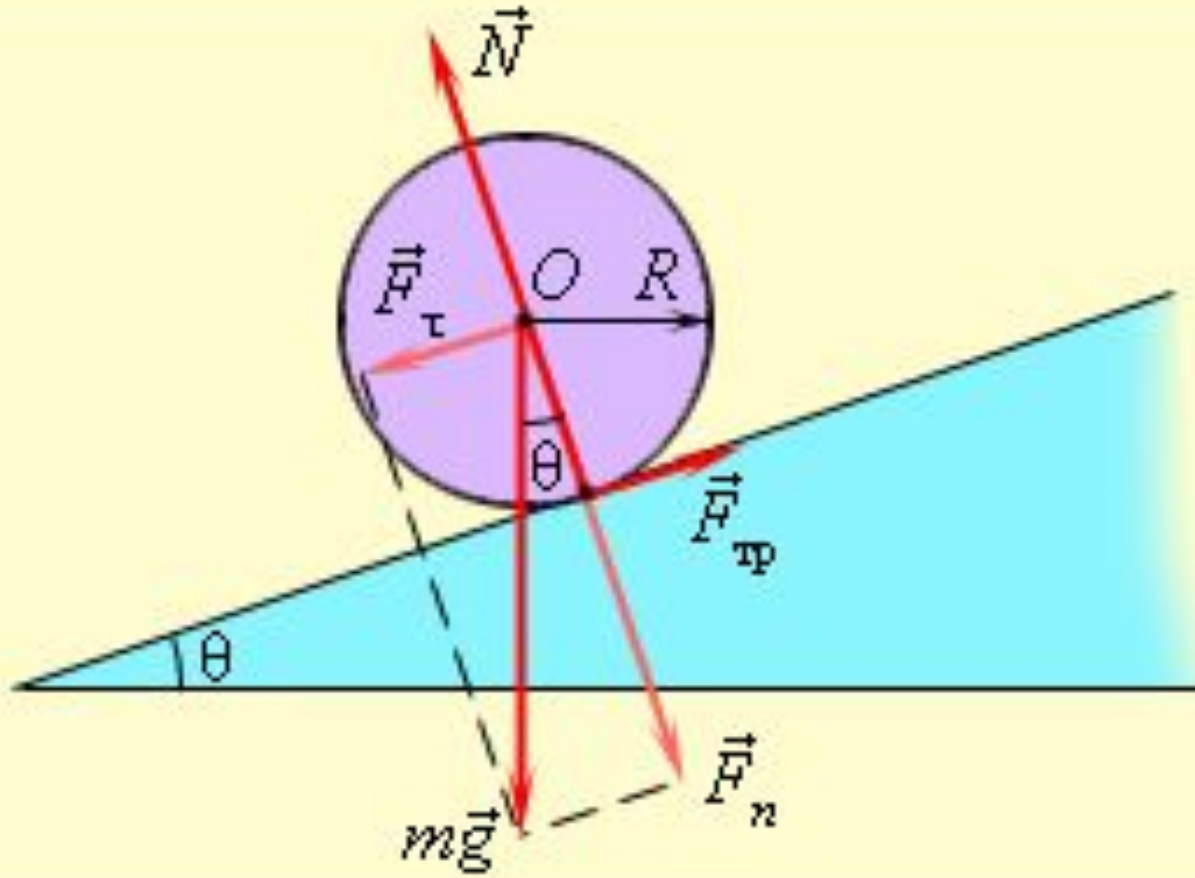
Потужність, яку розвиває сила при обертанні тіла

$$N = \frac{dA}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega$$

Задача Гюйгенса



Задача



Задача

$$\Pi = E_K$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} \left(mR^2 + \frac{1}{2} mR^2 \right) \frac{v^2}{R^2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{3mv^2}{4} = \frac{5}{4} mv^2$$

$$v^2 = \frac{4}{5} L \sin(\theta)$$

$$v = \sqrt{0,8 \cdot L \cdot \sin(\theta)}$$

УМОВИ РІВНОВАГИ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

1. Сума всіх зовнішніх сил прикладених до тіла відносно трьох осей повинна дорівнювати нулю:

$$\sum_i F_{ix} = 0, \quad \sum_i F_{iy} = 0, \quad \sum_i F_{iz} = 0$$

УМОВИ РІВНОВАГИ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

2. Сума всіх моментів сил прикладених до тіла відносно трьох осей повинна дорівнювати нулю.

$$\sum_i M_{ix} = 0, \sum_i M_{iy} = 0, \sum_i M_{iz} = 0$$

Тест

1. Якою кінематичною характеристикою відрізняються рухи черепахи, людини та літака?
2. Як співвідносяться між собою часи падіння двох тіл однакової форми, маси яких відрізняються в 10 раз з башти деякої висоти h .
3. Які закони покладено в основу класичної динаміки поступального руху?