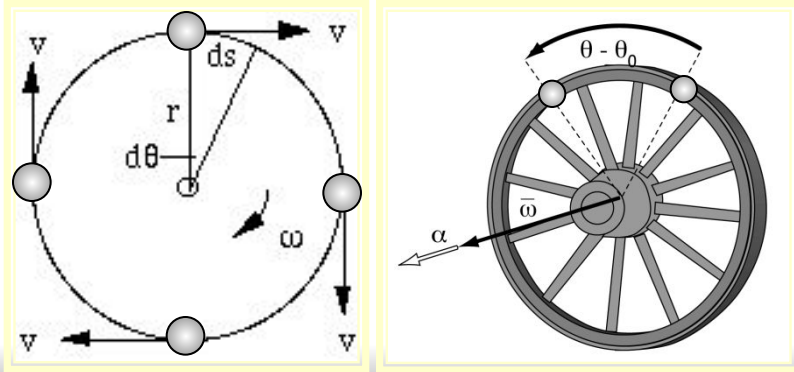


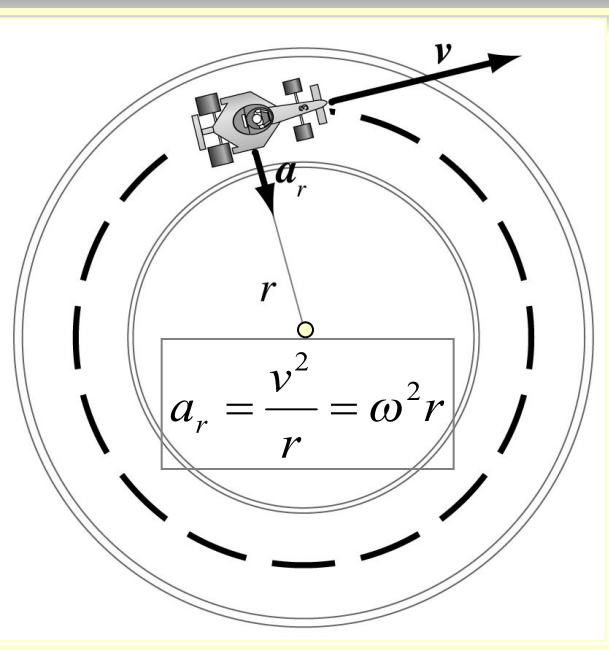
# План лекції

- 1. Загальні визначення.
- 2. Кутова швидкість при коловому русі.
- 3. Кутове прискорення при коловому русі.
- 4. Повне прискорення матеріальної точки.
- 5. Дотичне (тангенціальне) прискорення.
- 6. Нормальне прискорення.
- 7. Зв'язок між лінійними та кутовими величинами .

# ЗАГАЛЬНІ ВИЗНАЧЕННЯ

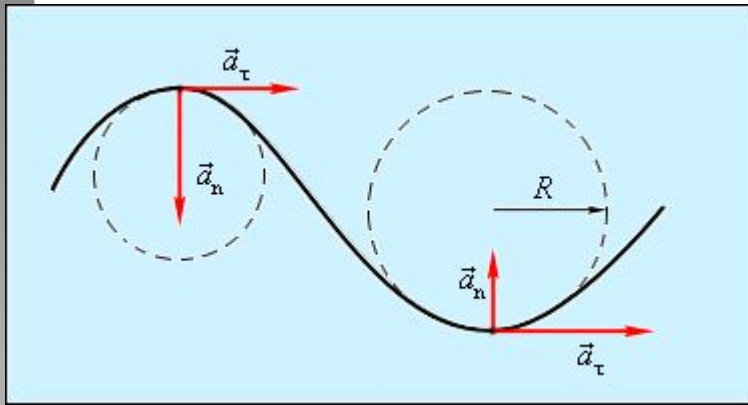


НА РИСУНКАХ ЛІВОРУЧ ПОКАЗАНІ ОСНОВНІ КІНЕМАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ: ПРОЙДЕНИЙ ШЛЯХ (S), КУТ ПОВОРОТУ ( $\Theta=S/R$ ), РАДІУС ОБЕРТАННЯ (R), ЛІНІЙНА ШВИДКІСТЬ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ (V), КУТОВА ШВИДКІСТЬ ( $\Omega$ ), ЯК АКСІАЛЬНИЙ ВЕКТОР.

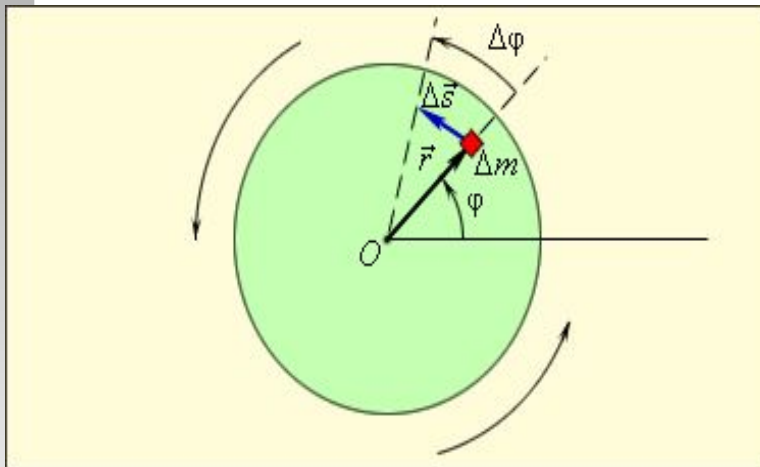


На рисунку зображені вектори лінійної швидкості тіла ( $v$ ) та його доцентрового прискорення ( $a_r$ ). Вектор  $a_r$  є нормальним до вектору швидкості.

# КРИВОЛІНІЙНИЙ РУХ. КОЛОВИЙ РУХ



- Криволінійний рух – це будь-який рух, який не зводиться до руху вздовж прямої лінії.



- Коловий рух – простіший вид криволінійного руху при якому всі точки тіла описують кола, центри яких лежать на одній осі, яка називається віссю обертання.

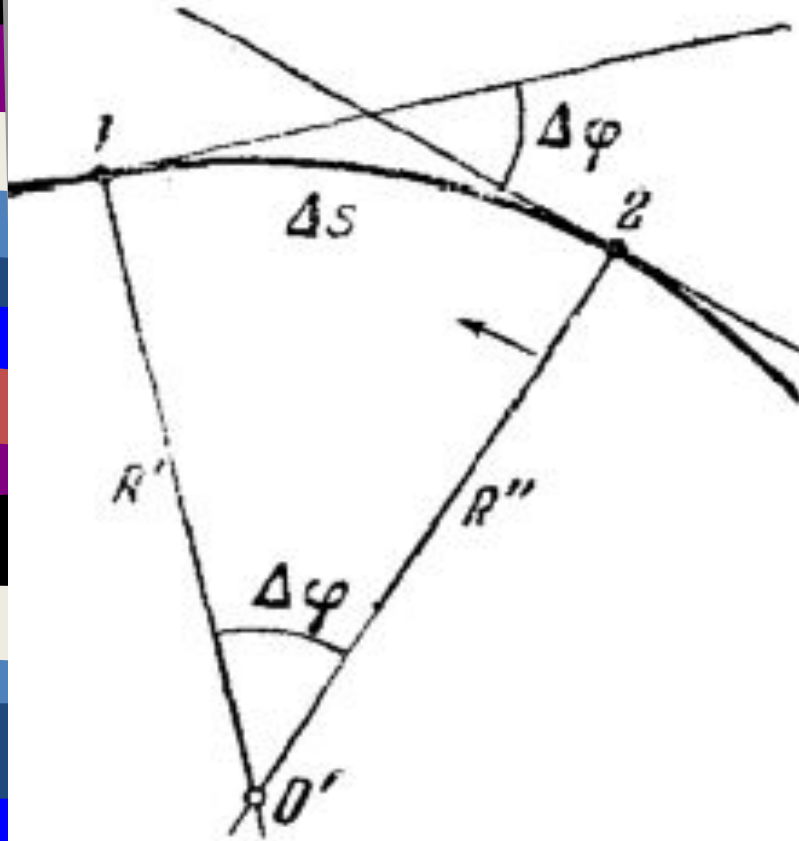
## КРИВИЗНА. РАДІУС КРИВИЗНИ

Кривизна траєкторії – швидкість зміни напрямку кривої, тобто швидкість повороту дотичної при переміщенні вздовж кривої. Математично кривизна визначається рівнянням:

$$C = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta S}$$

тут  $\Delta \varphi$  - кут між дотичними до кривою у точках, що відстоять одна від одної на  $\Delta S$

# КРИВИЗНА. РАДІУС КРИВИЗНИ



Радіус кривизни – величина, зворотна кривизні:

$$R = \frac{1}{C} = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi}$$

**Кутове переміщення** – псевдовектор, який за модулем дорівнює куту повороту, та направлений\* перпендикулярно до площини обертання

\*Напрямок вектора кутового переміщення визначається за правилом буравчика

# КУТОВА ШВИДКІСТЬ

**Кутова швидкість – фізична величина, яка визначає, на який кут повертається тіло за**

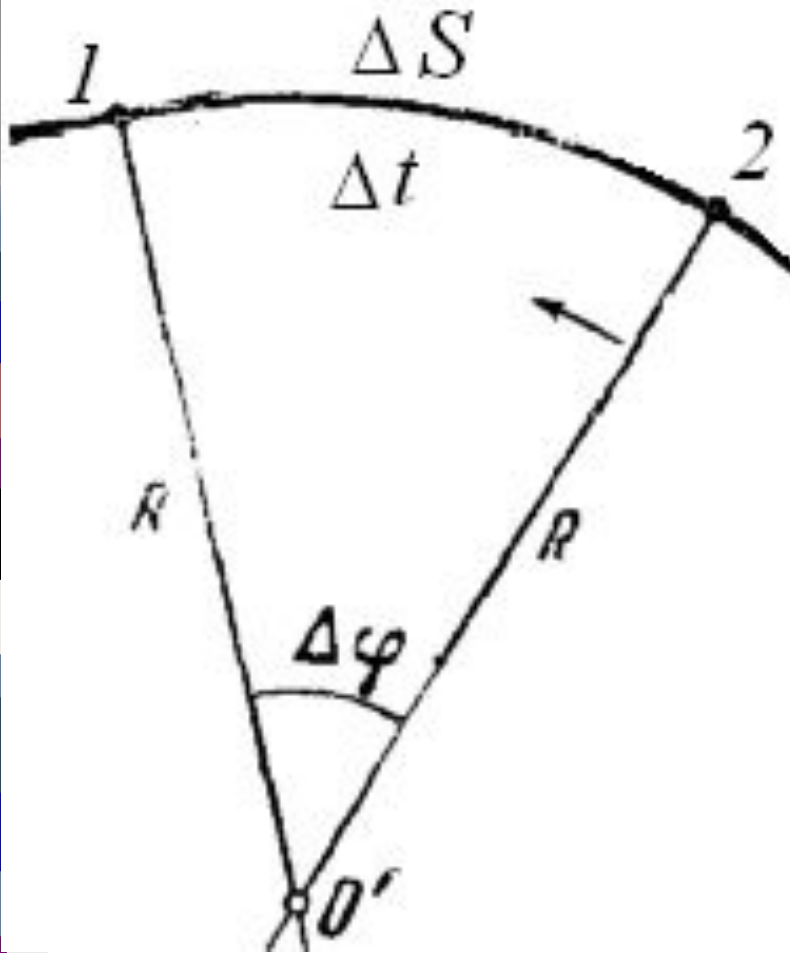
**одиницю часу:** 
$$\vec{\omega} = \frac{\vec{d\varphi}}{dt}$$

**Середня кутова швидкість:**

$$\omega_{сер} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

**де  $\Delta\varphi$  - загальний (повний) кут повороту,  
 $\Delta t$  - загальний (повний) час повороту.**

# КУТОВА ШВИДКІСТЬ



За визначенням

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

При  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ , сектор кола перетворюється у трикутник і як наслідок

$$dS = d\varphi R$$

Тоді  $v = \frac{d\varphi R}{dt} = \omega R$ ,  $\omega = \frac{v}{R}$

де  $v$  - лінійна швидкість точки,  $R$  - радіус обертання.



# КУТОВЕ ПРИСКОРЕННЯ

Кутове прискорення – величина, яка визначає зміну імпульсу за одиницю часу:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{d\omega}}{dt}$$

де  $\omega$  - кутова швидкість,  $t$  - час.

Середня кутове прискорення визначається за формулою:

$$\varepsilon_{сер} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

тут  $\Delta\omega$  - загальна (повна) зміна швидкості,

$\Delta t$  - проміжок часу протягом якого визначають середнє кутове прискорення.

# ПОВНЕ ПРИСКОРЕННЯ

Повне прискорення визначається за формулою:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

тут  $\vec{v}$  - вектор швидкості:

$|\vec{v}|$  - модуль швидкості,

$e_v$  - орт-вектор вздовж напрямку швидкості.

Звідси  $\vec{v} = |\vec{v}|e_v$ ,  $\vec{a} = e_v \frac{dv}{dt} + v \frac{de_v}{dt}$

Перша частина рівняння має назву дотичне (тангенційне) прискорення:

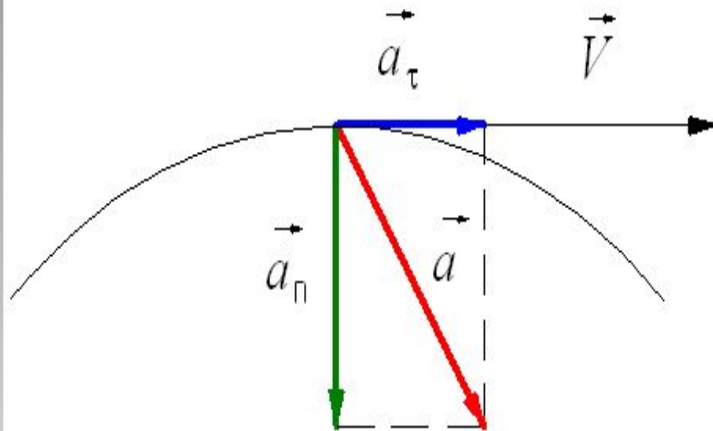
$$\vec{a}_\tau = e_v \frac{dv}{dt}$$

Друга частина рівняння має назву нормальне (доцентрове) прискорення

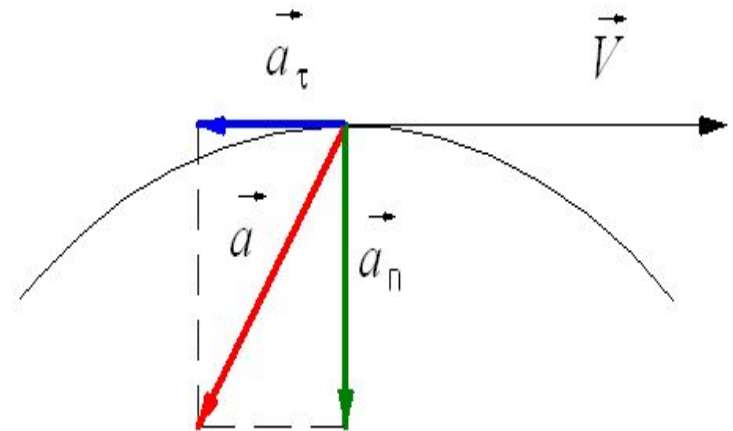
$$\vec{a}_n = v \frac{de_v}{dt}$$

# ТАНГЕНЦІАЛЬНЕ ПРИСКОРЕННЯ

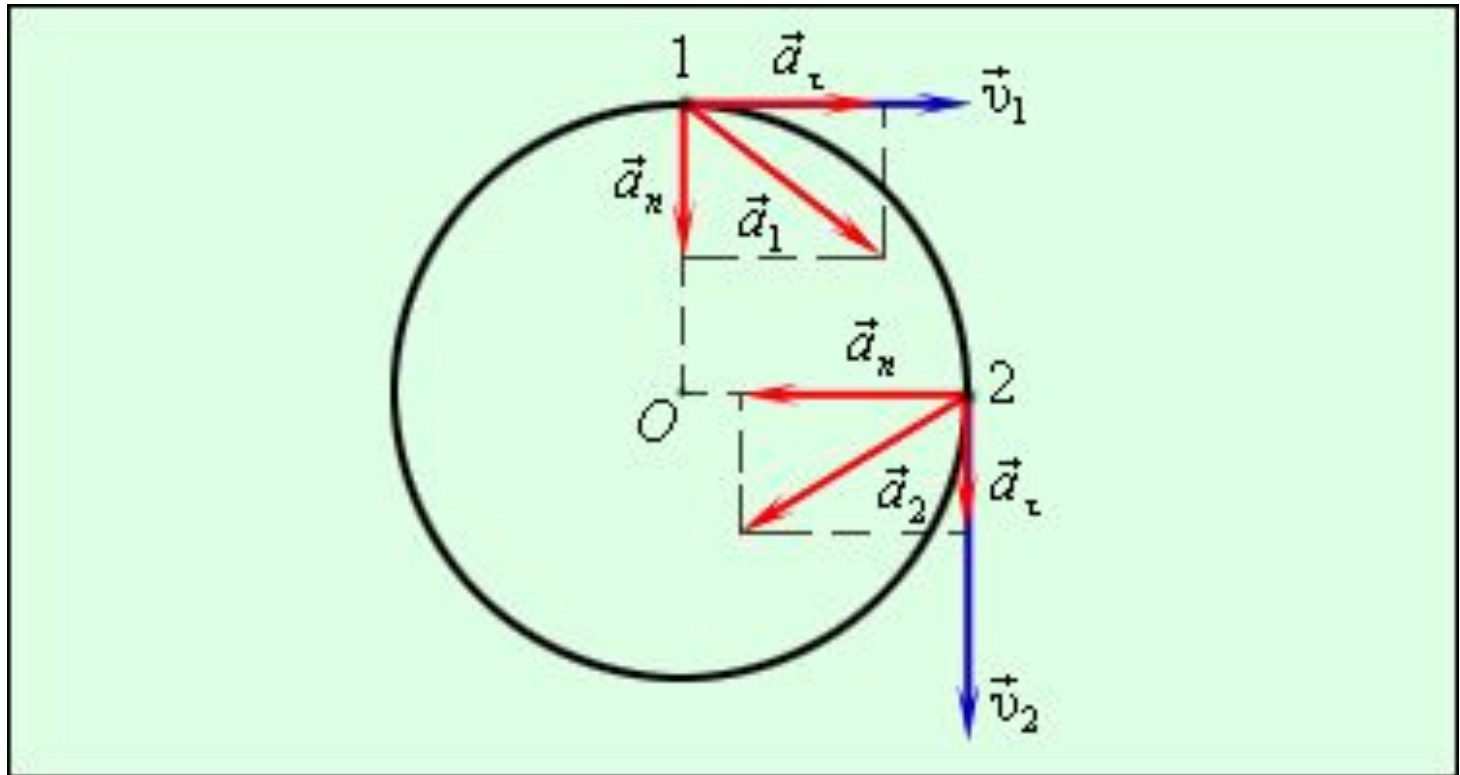
$$\Delta V > 0$$



$$\Delta V < 0$$



# ВИВІД РІВНЯННЯ НОРМАЛЬНОГО ПРИСКОРЕННЯ



# ЗВ'ЯЗОК МІЖ ЛІНІЙНИМИ ТА КУТОВИМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Поступательное	Вращательное
<b>Равномерное</b>	
$s = v \cdot t$	$\varphi = \omega \cdot t$
$v = const$	$\omega = const$
$a = 0$	$\varepsilon = 0$
<b>Равнопеременное</b>	
$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$
$v = v_0 \pm a \cdot t$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t$
$a = const$	$\varepsilon = const$
<b>Неравномерное</b>	
$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

# Зв'язок між лінійними та кутовими величинами

Шлях $ds$	Кутовий шлях $d\varphi$	$ds = R d\varphi$
Вектор переміщення $d\vec{r}$	Вектор кутового переміщення $d\vec{\varphi}$	$d\vec{r} = [\vec{R} \cdot d\vec{\varphi}]$
Швидкість $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Кутова швидкість $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}]$
Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	Кутове прискорення $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$	$\vec{a} = \frac{d}{dt} [\vec{\omega} \cdot \vec{R}]$
Нормальне прискорення $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{e}_n$		$\vec{a}_n = \left\  [\vec{\omega} \cdot \vec{R}] \vec{\omega} \right\ $
Тангенційне прискорення $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}$		$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \cdot \vec{R}]$