

Использование триангуляции при моделировании сложных объектов

Автор: студент 325 группы

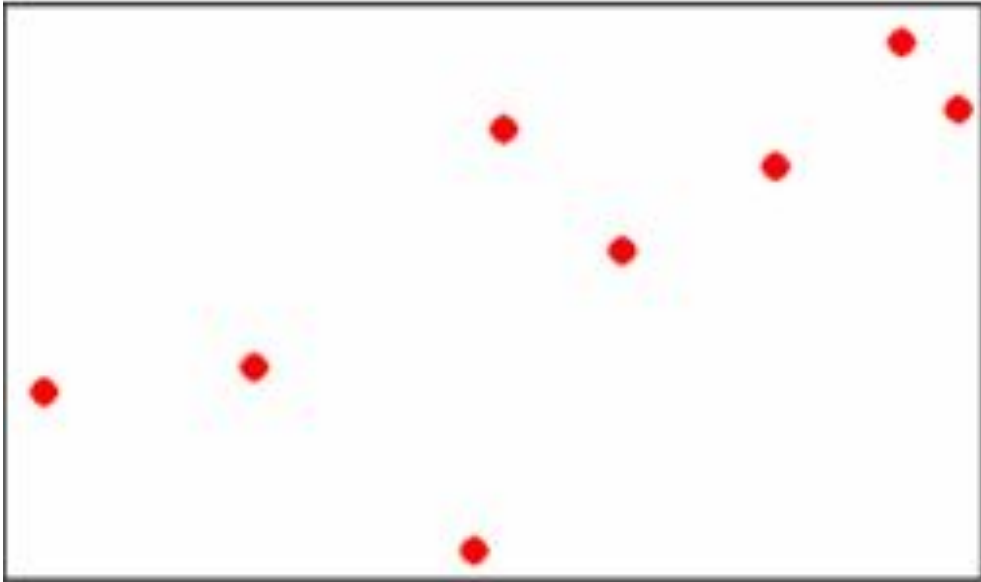
Ловкайтес В. С.

Научный руководитель: к. ф.-м. н.

Карташов А.В.

Постановка задачи:

- Прямоугольная область (a,b) с набором точек внутри:



Задана область.

n — количество точек.

$p_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$ Начальные
координаты

$v = \begin{bmatrix} v(x_i) \\ v(y_i) \end{bmatrix}$ Начальная
скорость

Задача:

- 1. Построить триангуляцию.
- 2. Моделировать поведение точек, используя триангуляцию и перестраивая ее при необходимости.

«Жадный» алгоритм построения триангуляции

Шаг 1. Генерируется список всех возможных отрезков, соединяющих пары исходных точек, и он сортируется по длинам отрезков.

Шаг 2. Начиная с самого короткого, последовательно выполняется вставка отрезков в триангуляцию. Если отрезок не пересекается с другими ранее вставленными отрезками, то он вставляется, иначе он отбрасывается.

Скорость работы алгоритма составляет $O(n \log n + n)$ для отрезков и $\sim O(n)$ для точек.

Поведение точек при столкновении:

а) Столкновение двух точек или точки с областью

При столкновении двух точек или точки с областью, они отталкиваются, согласно закону сохранения импульса для абсолютно упругих тел:

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Поведение точек при столкновении:

б) Столкновение с границей треугольника

При столкновении точки с областью, один из треугольников пропадает, то есть его площадь равна 0. Рассчитаем площадь по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n (X_i + X_{i+1})(Y_i - Y_{i+1}) \right| \quad (X_{n+1}, Y_{n+1}) = (X_1, Y_1)$$

Проведение расчетов:

Рассчитаем время пересечения точкой границы треугольника:

$$\begin{cases} X_i = x_i + v_{ix} t \\ Y_i = y_i + v_{iy} t \end{cases}$$

После подставки в расчетную формулу получим квадратное уравнение $At^2+Bt+C=0$ с коэффициентами:

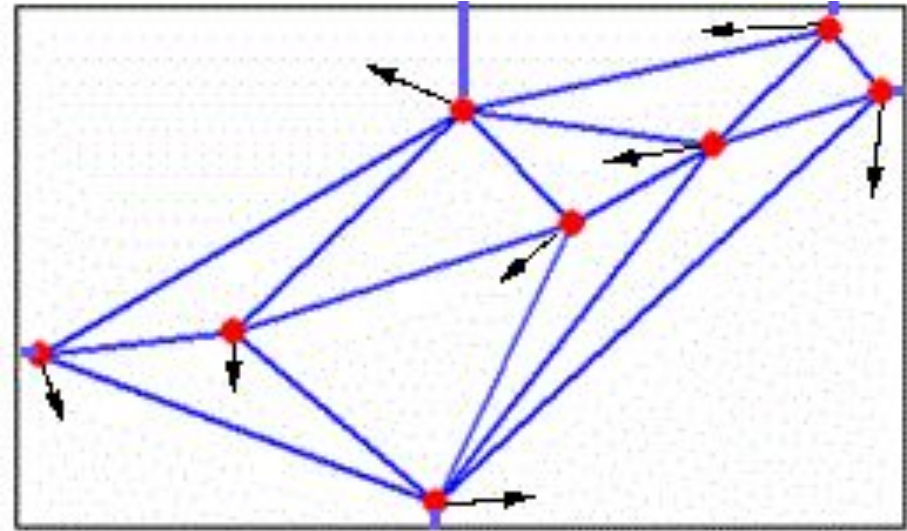
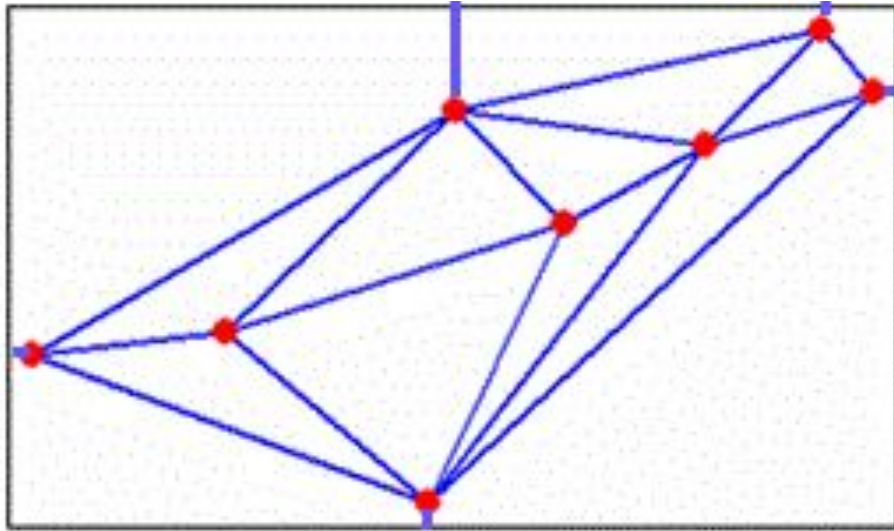
$$A: v_{1y} v_{2x} + v_{2y} v_{1x} - v_{2y} v_{3x} + v_{3y} v_{2x} - v_{3y} v_{3x} - v_{3y} v_{1x} + v_{3x} v_{1y}$$

B:

$$y_1 v_{2x} - x_2 v_{1y} + y_2 v_{1x} - y_2 v_{2x} + x_1 v_{2y} + y_2 v_{2x} - y_2 v_{3x} - x_3 v_{2y} + y_3 v_{2x} + x_2 v_{3y} - y_3 v_{1x} - x_1 v_{3y} + y_1 v_{3x} + x_3 v_{1y}$$

$$C: -x_2 y_1 + y_2 x_1 - y_2 x_3 + y_3 x_2 - y_3 x_1 + y_1 x_3$$

Построение триангуляции и начало движения:



Поведение системы при перестроении триангуляции:

