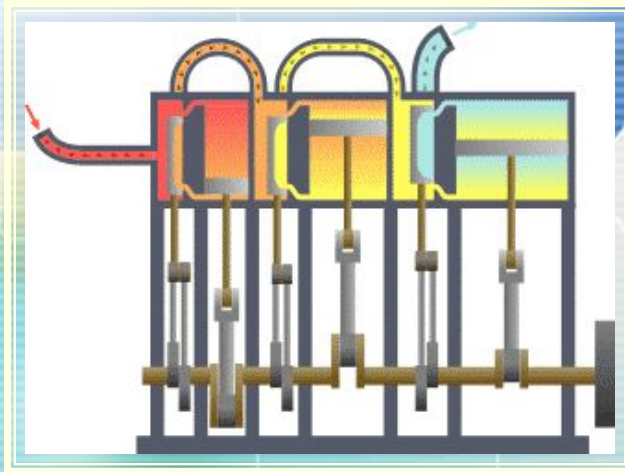


МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ГАЗУ(2)



Фізика

Лектор: доцент Білоус Оксана
Іванівна



Кінетична теорія газів

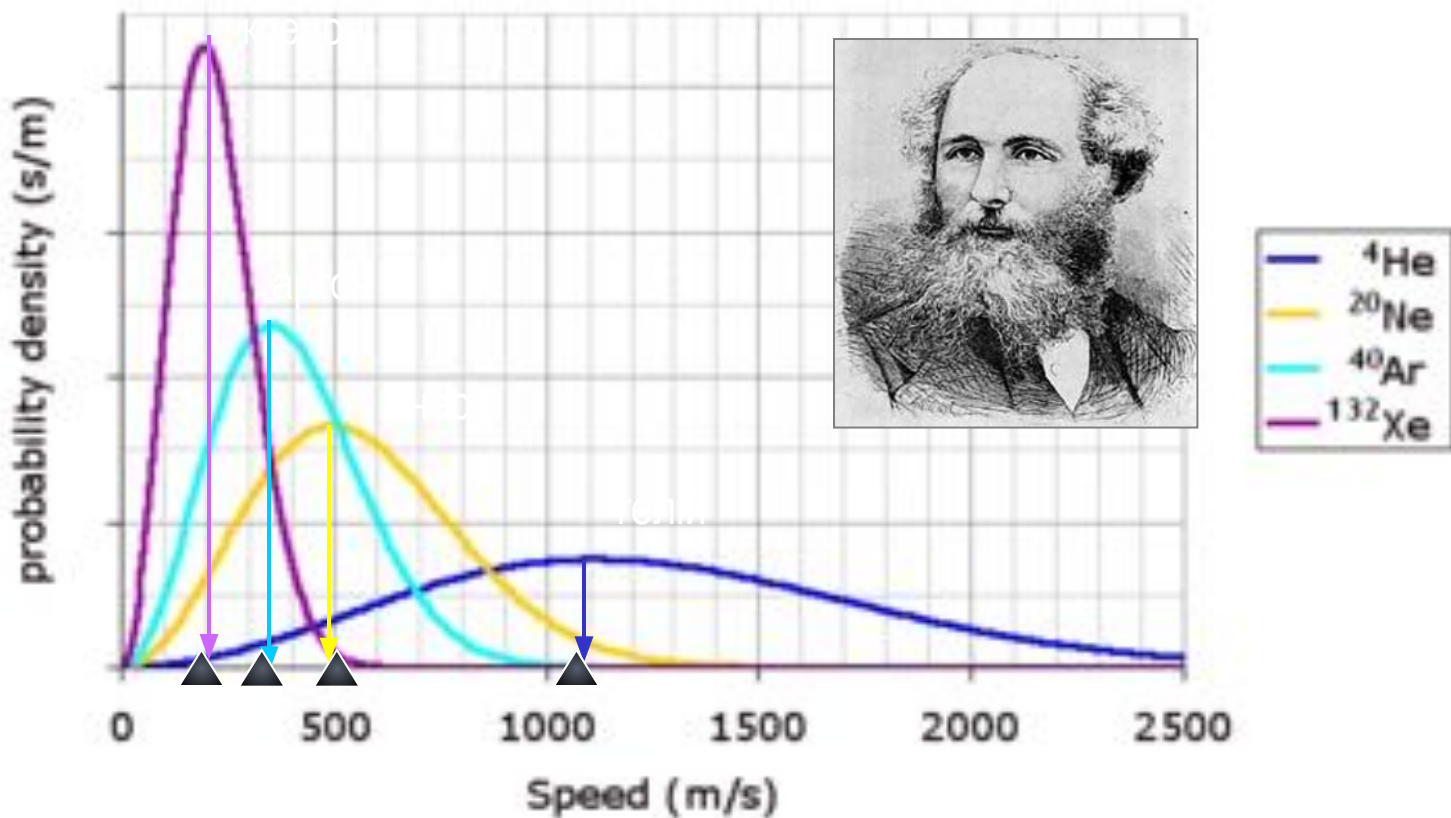
Теорія, яка ґрунтується на статистичному методі дослідження називається **кінетичною теорією**.

Кінетична теорія ґрунтується на наступних загальних положеннях класичної статистичної фізики:

1. В системі частинок виконуються закони збереження імпульсу, моменту імпульсу, енергії, електричного заряду (для систем заряджених частинок) і числа частинок.
2. Всі частинки системи вважаються міченими, тобто передбачається можливість відрізнити одну від одної тотожні частинки.
3. Всі фізичні процеси в системі протікають у просторі і часі неперервно.
4. Кожна частинка системи може мати довільні значення координат (в межах об'єму системи) та компонент швидкості незалежно від того, які значення цих характеристик у інших частинок системи.

РОЗПОДІЛ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ

Maxwell-Boltzmann Molecular Speed Distribution for Noble Gases

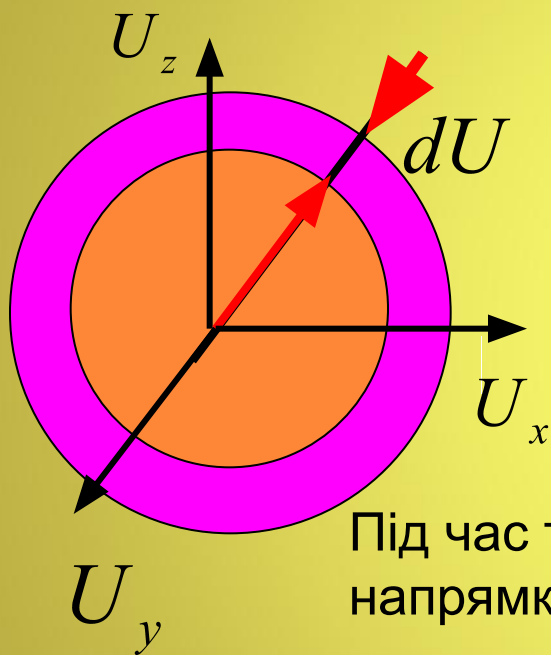


Розподіли Максвела для реальних інертних газів з відчутно різними молекулярним і масами ($\mu = 4$ для гелію, та $\mu = 132$ для ксенону) при кімнатній температур.

Функція Максвела має різний вигляд для молекул різної маси: чим більшою є маса частинок, тим гостріший пік розподілу, і тим меншою є найбільш ймовірна швидкість (визначена максимумом функції Максвела)



ЗАКОН РОЗПОДІЛУ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ І ЕНЕРГІЯМИ (розподіл Максвелла 1859)



dn -кількість молекул в одиниці об'єму газу, модулі швидкостей яких знаходяться в межах від U до $U + dU$

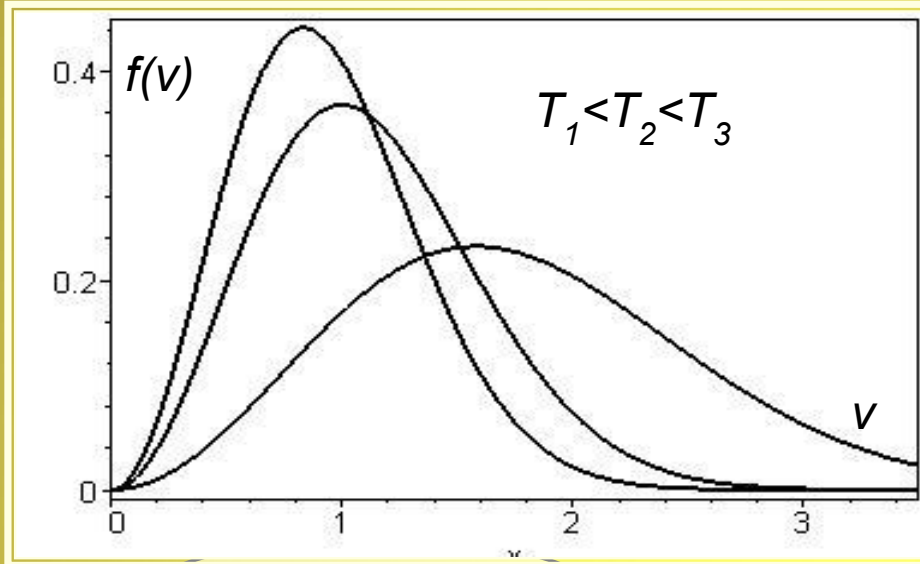
кінці векторів швидкостей цих молекул мають лежати у просторі швидкостей всередині колового шару. Об'єм цього шару $d\omega = 4\pi u^2 du$

Під час теплового руху з причини його безладності всі напрямки швидкостей молекул рівно вірогідні. Тому число

$$dn = n_0 f(u) \cdot 4\pi u^2 du = n_0 F(u) du$$

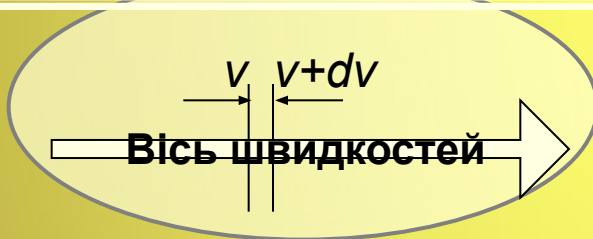
$$F(u) = \frac{dn}{n_0 du} = f(u) \cdot 4\pi u^2 \quad - \text{функція розподілу Максвелла}$$

РОЗПОДІЛ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ

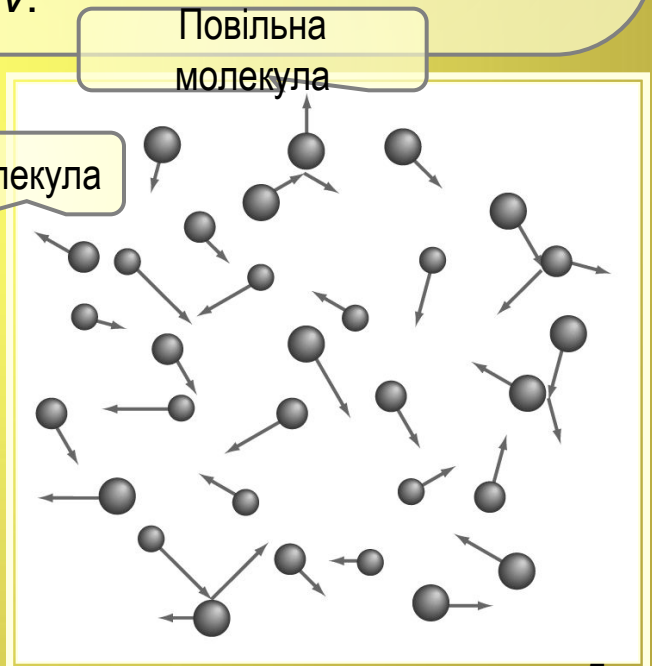


Розподіли молекул ідеального газу по швидкостям (розподіли Максвелла) для трьох різних температур.

Функція Максвелла $f(v)$ показує ймовірність того, що швидкість молекули потрапляє у певний інтервал швидкостей від v до $v+dv$.



Швидша молекула



Молекули мають різні за напрямом та модулем швидкості, як видно з рисунку. Втім більшість молекул мають швидкості не дуже відмінні від деякої середньої швидкості. Дуже швидких та дуже повільних молекул відносно небагато.

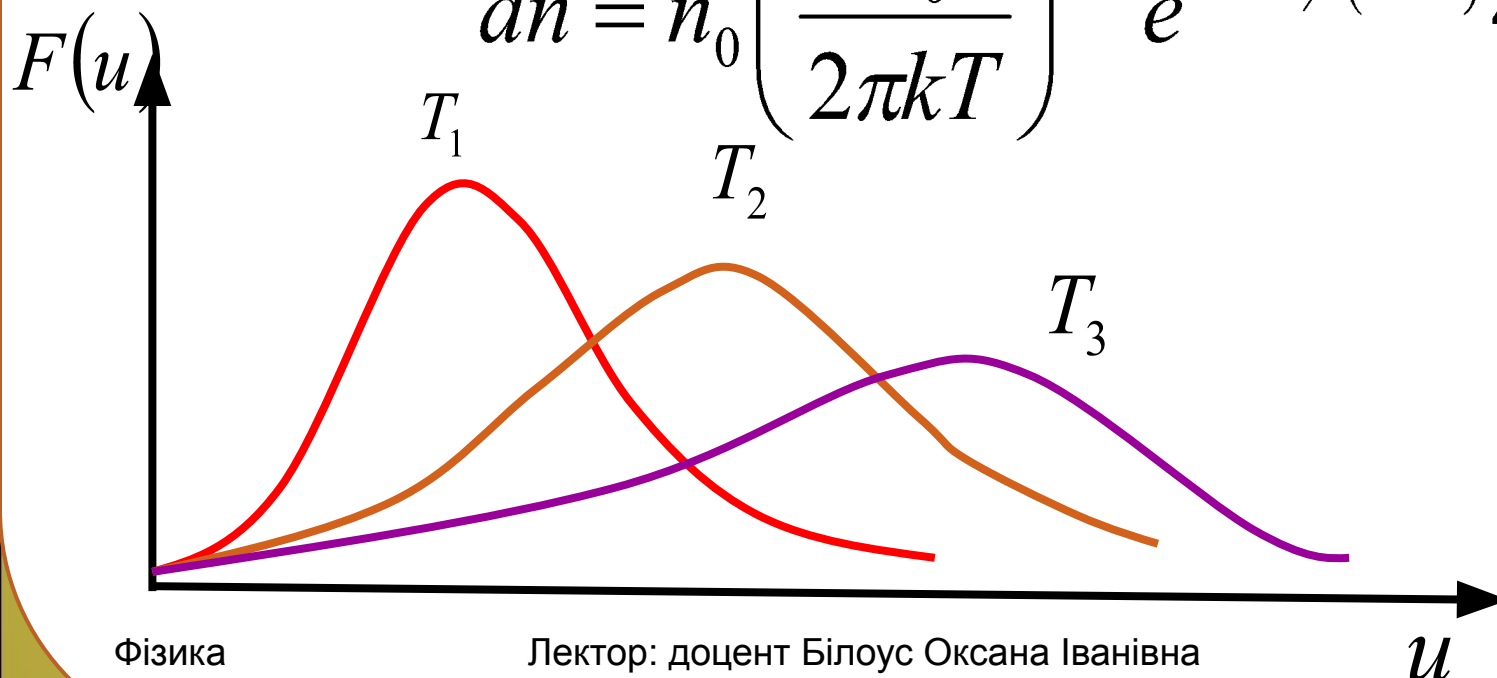
$F(u)du = \frac{dn}{n_0}$ -це вірогідність того, що модуль швидкості молекули знаходиться в інтервалі від u до $u + du$ - функція розподілу молекул за модулями швидкостей

Розрахунки дають

$$f(u) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_0 u^2 / (2kT)}$$

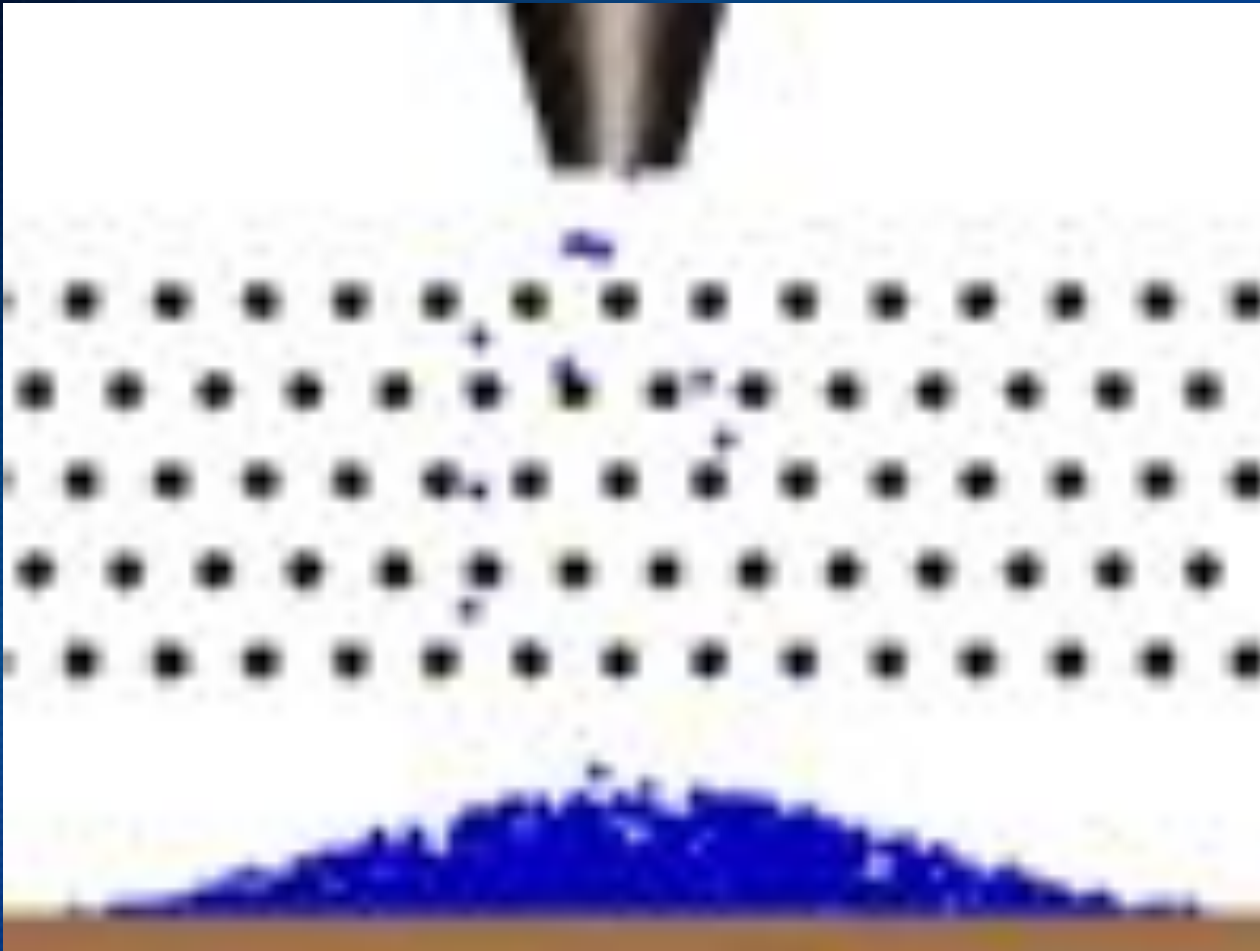
Закон розподілу молекул за швидкостями (закон Максвелла)

$$dn = n_0 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_0 u^2 / (2kT)} 4\pi u^2 du$$

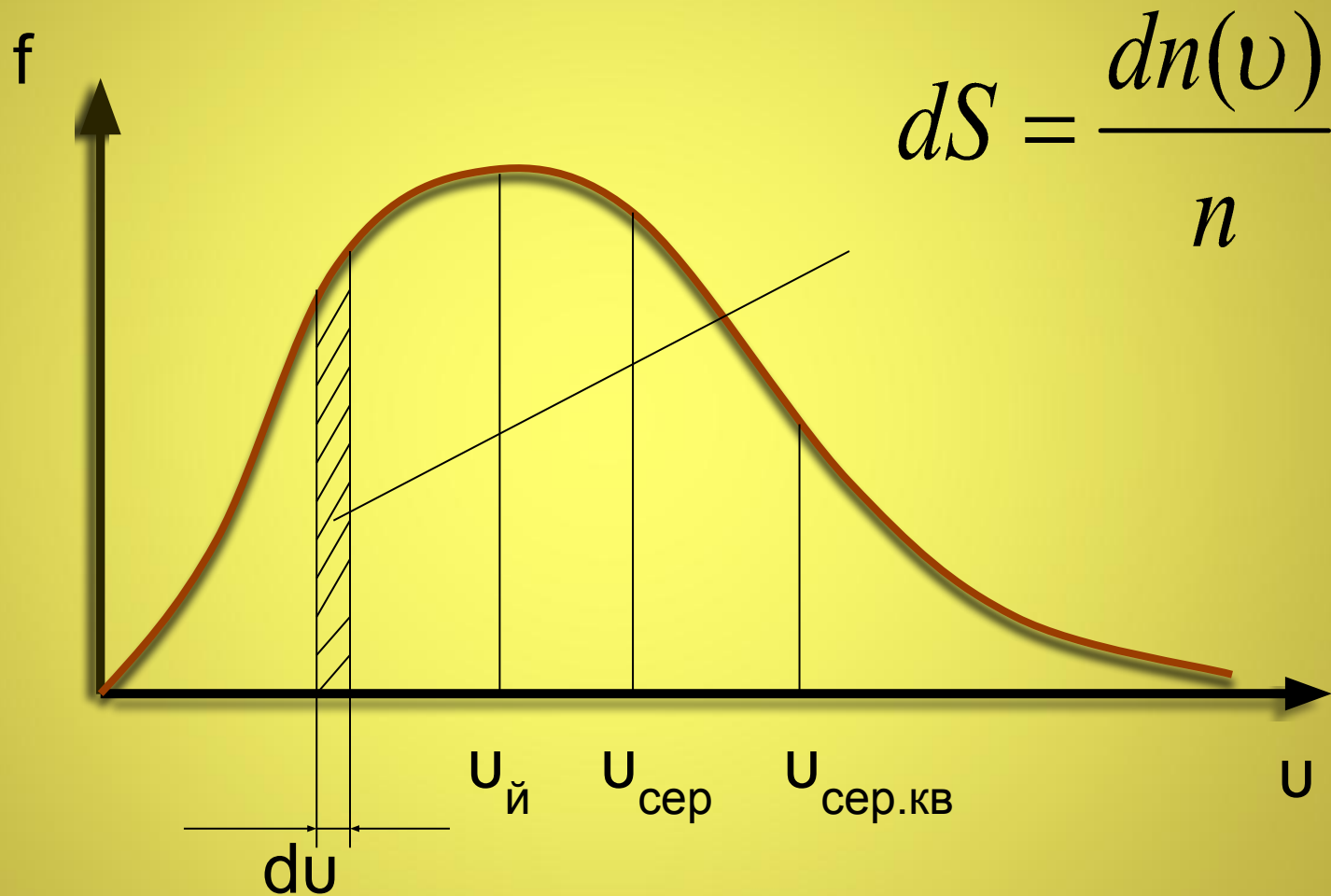


Розподіл Максвелла

(дошка Гамільтона)



Розподіл Максвелла



Найбільш вірогідна швидкість відповідає максимуму функції розподілу Максвелла:

$$\left[\frac{d}{du} \left(e^{-m_0 u^2 / (2kT)} 4\pi u^2 \right) \right]_{u=u_B} = 0$$

$$u_{B3} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \langle v \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

де

$$\langle v_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Розподіл Максвела дозволяє визначити **середню арифметичну швидкість** поступального руху молекул ідеального газу:

$$\langle u \rangle = \int_0^{n_0} u F(u) du$$

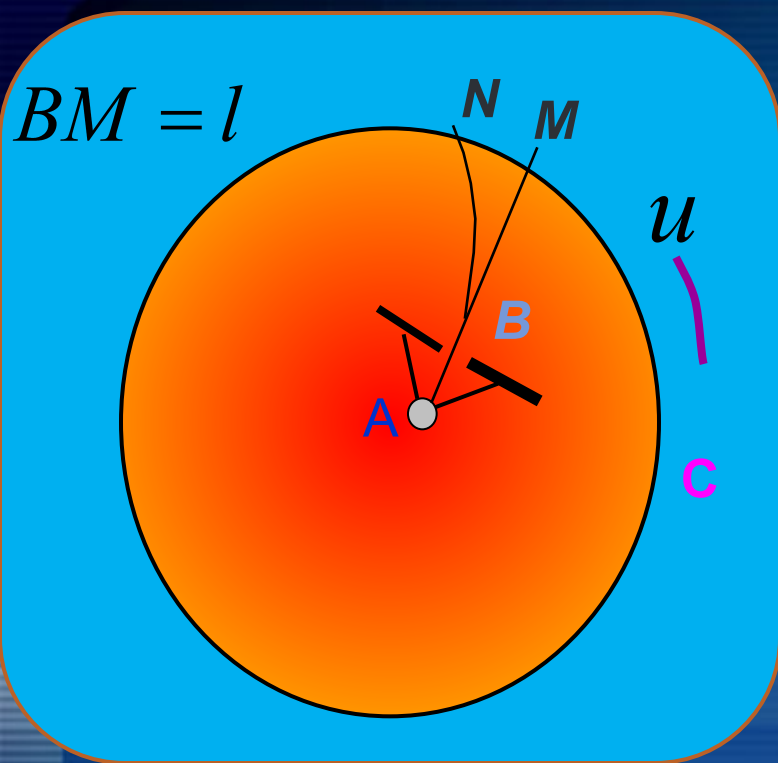
Середнє значення будь-якої фізичної величини з урахуванням закону розподілу молекул за швидкостями в класичній статистичній фізиці визначається за формулою:

$$\langle x \rangle = \int_0^{n_0} x F(u) du$$
$$\langle u \rangle = n_0 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} u^3 e^{-m_0 u^2 / (2kT)} u^2 du$$

Після інтегрування отримаємо:

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = u_{\text{ББ}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{3\pi}}$$

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ



Дослід Штерна (1920)

Схема приладу Штерна для визначення швидкості молекул парів металу. Якщо прилад обертається за годинниковою стрілкою, то наліт срібла опиниться в точці N.

Обчислимо довжину дуги MN. Вона дорівнює шляху, який проходить точка циліндру за час польоту молекули від B до циліндру, тобто

$$t = \frac{l}{v} \Rightarrow s = \frac{\omega l}{v} \Rightarrow v = \frac{\omega l}{s}$$

$$s = \omega t$$
$$v = 650 \text{ м/с}$$

За допомогою закону розподілу молекул за швидкостями можна знайти розподіл молекул ідеального газу за кінетичними енергіями їх теплового руху. Цей розподіл встановлює частку молекул $\frac{dn_{W_K}}{n_0}$, кінетичні енергії $W_K = \frac{1}{2} m_0 u^2$ яких знаходяться в інтервалі від W_K до $W_K + dW_K$ В законі:

$$dn = n_0 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_0 u^2 / (2kT)} 4\pi u^2 du$$

Перейдемо від швидкості до енергії за формулами:

$$u = \sqrt{2W_K / m_0} \quad du = W_K^{-1/2} dW_K / 2m_0$$

$$dn_{W_K} = n_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-W_K / kT} \sqrt{W_K} dW_K$$

$$\frac{dn_{W_K}}{n_0} = F_2(W_K) dW_K$$

$$F_2(W_K) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-W_K/kT} \sqrt{W_K}$$

- функція розподілу молекул ідеального газу за кінетичними енергіями.

Середня кінетична енергія молекули ідеального газу:

$$\langle W_K \rangle = \int_0^{\infty} W_K F_2(W_K) dW_K = \frac{2}{\sqrt{\pi} (kT)^{3/2}} \times \int_0^{\infty} W_K e^{-W_K/kT} \sqrt{W_K} dW_K = \frac{3}{2} kT$$

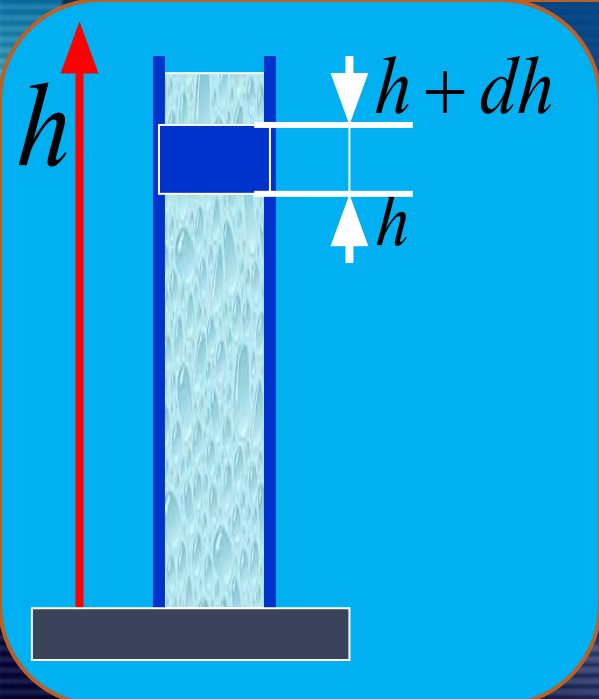
$$\langle W_K \rangle = \frac{3}{2} kT$$

БАРОМЕТРИЧНА ФОРМУЛА

Знайдемо закон зміни тиску ідеального газу з висотою в однорідному полі тяжіння. Будемо вважати, що газ знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, так що його температура всюди однакова. Виділимо на висоті h стовп $abcd$ газу висотою dh і площею основи, яка дорівнює одиниці. Різниця тисків p і $p + dp$

на нижню і верхню основи виділеного стовпа, тобто на висотах

h і $h + dh$ дорівнює гідростатичному тиску – $dp = \rho g dh$



Знайдемо густину із рівняння Менделєєва – Клапейрона:

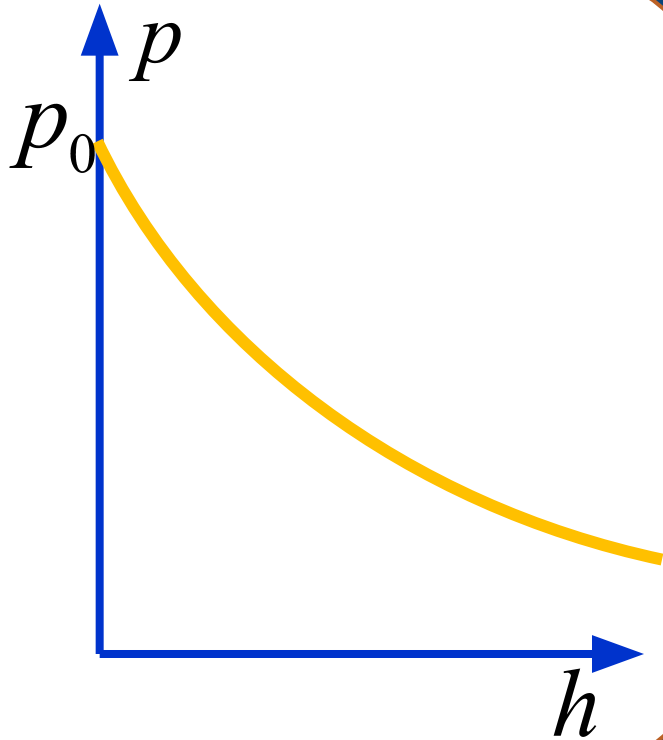
$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{m}{VM} RT = \frac{\rho}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$dp = -\frac{pM}{RT} g dh, \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{gM}{RT} dh$$

Інтегрування дає: $\ln p - \ln p_0 = -\frac{gMh}{RT}, \Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{gMh}{RT}$

звідки:

$$p = p_0 e^{-\frac{gMh}{RT}}$$



Барометр спеціально градуйований для вимірювання висоти над рівнем моря, називається **альтиметром**. Він використовується в авіації, під час підйомів на гори і т.п.

Розподіл Больцмана

$$p = p_0 e^{-\frac{gMh}{RT}}$$

Барометрична формула дозволяє отримати співвідношення між концентрацією газу на різній висоті. Візьмемо рівняння стану ідеального газу у вигляді

$$p = nkT$$

$$n = n_0 e^{-\frac{gMh}{RT}} \quad \text{Врахуємо, що} \quad \frac{R}{M} = \frac{k}{m_0} \quad \text{тоді} \quad n = n_0 e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$$

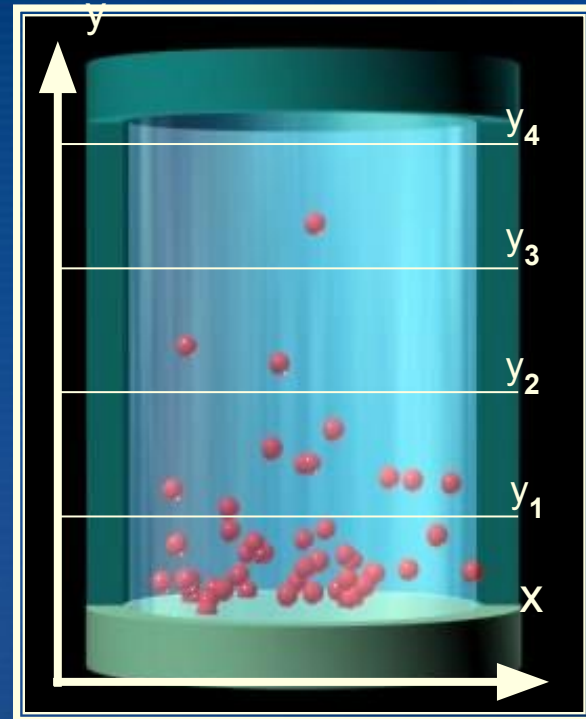
$mgh = W_{\Pi}$ - потенціальна енергія молекули в однорідному полі тяжіння поблизу поверхні Землі

$$n = n_0 e^{-\frac{W_K}{kT}}$$

ЗАКОН БОЛЬЦМАНА ДЛЯ РОЗПОДІЛУ ЧАСТИНОК У ЗОВНІШНЬОМУ ПОТЕНЦІАЛЬНОМУ ПОЛІ

Закон Больцмана є справедливим для будь-якого потенціального поля незалежно від його фізичної природи.

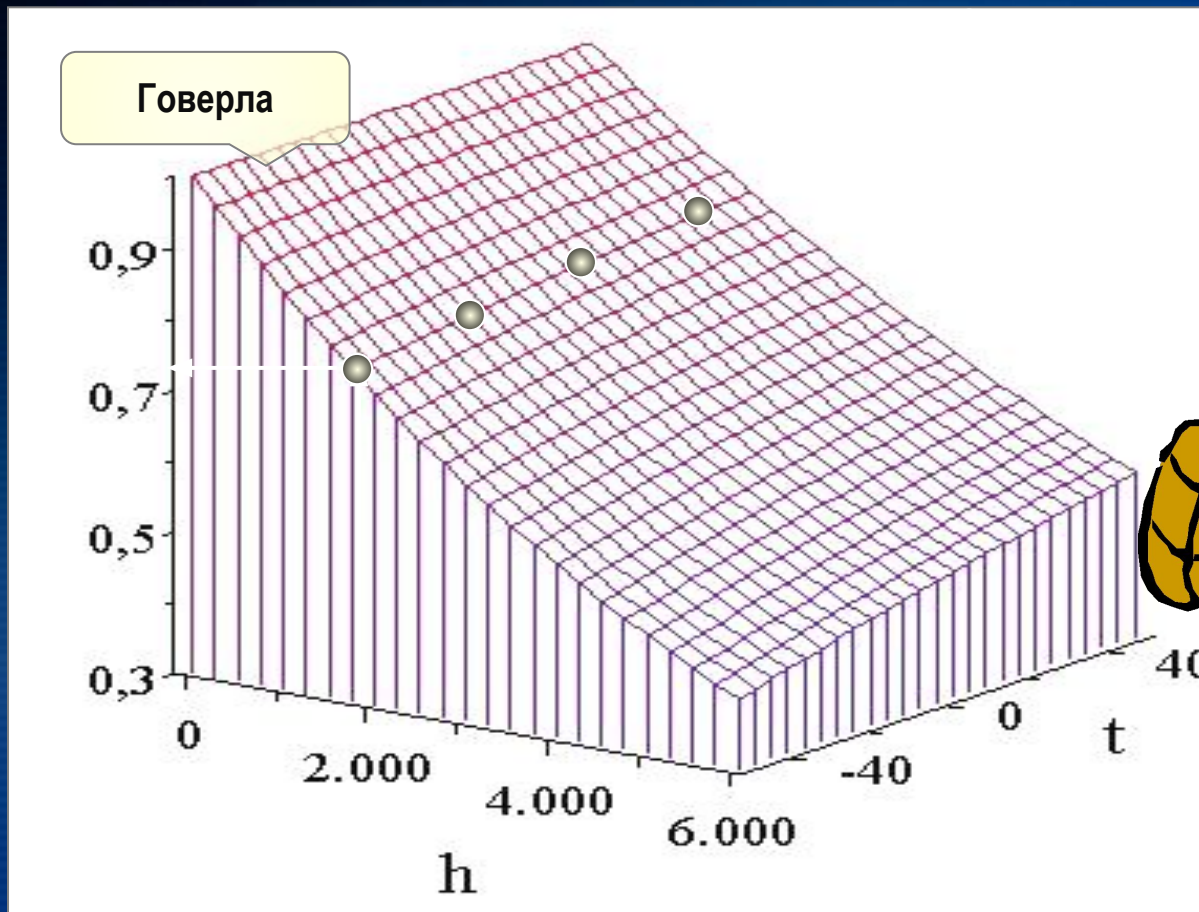
Розподіл Больцмана



Ілюстрація розподілу молекул у полі сил земного тяжіння – розподілу Больцмана.

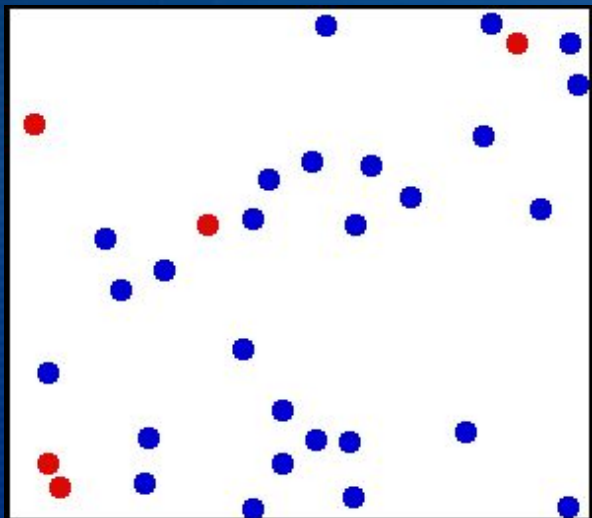
Чим вище – тим менша концентрація молекул

Розподіли Максвелла-Больцмана



Розподіли Максвелла-Больцмана

Експериментальний спосіб вивчення розподілу Максвелла. Молекулярний промінь проходить крізь зміщені прорізи в дисках, які обертаються з частотою ω . Ця частота підібрана так, аби за час проходження молекул поміж дисками для них відкрився шлях на детектор. Отже, на детектор потрапляють лише молекули певної швидкості: $v = \omega L / \theta$. Міняючи частоту обертання дисків можна вивчити розподіл молекул по швидкостях.



Шлях, пройдений молекулою поміж двома послідовними зіткненнями, є випадковим: $0 \leq \lambda \leq \infty$. Існує два різних способи визначення його середнього значення $\bar{\lambda}$:

- Усереднити шляхи пробігу однієї молекули за великий проміжок часу: $t \rightarrow \infty$;
- Усереднити шляхи пробігу багатьох молекул за $\Delta t \ll t$;

Обидва способи дають однаковий результат (так стверджує так звана ергодична гіпотеза).

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi n d^2}$$

