ТЕМА:
Преобразование графиков тригонометрических функций и их свойства

Учитель МОУ ГСОШ
Митряшина Е.И.

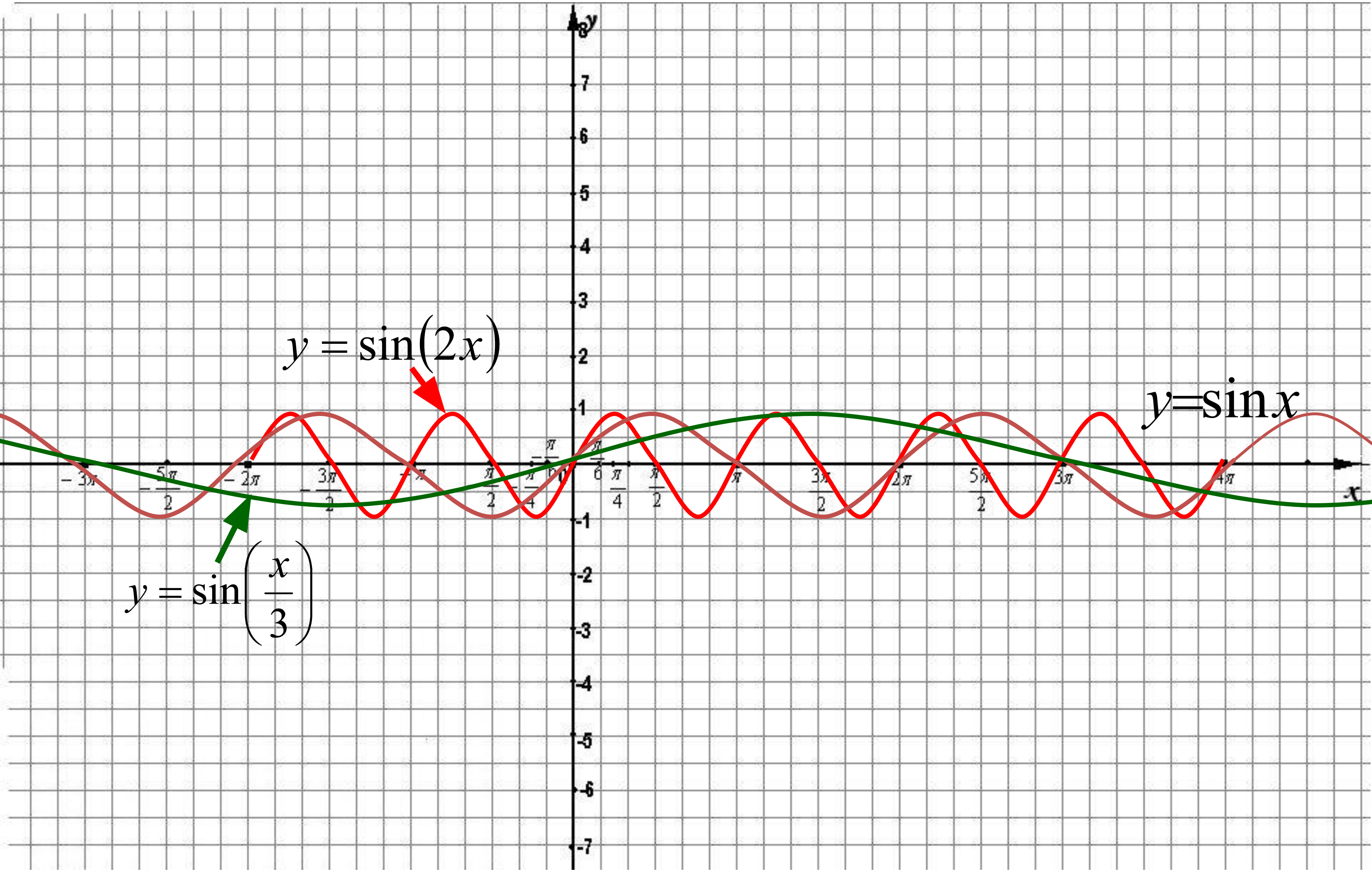
Характеристика преобразований графиков функций y=mf(x), y=f(kx) из графика функции y=f(x)

1. Если известен график функции y=f(x), то график функции y=f(kx) строится посредством сжатия по оси Ox исходного графика пропорционально коэффициенту k при аргументе, а именно:

-если k>1, то сжатие в k раз

-если 0<k<1, то растяжение в 1/k раз

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OX

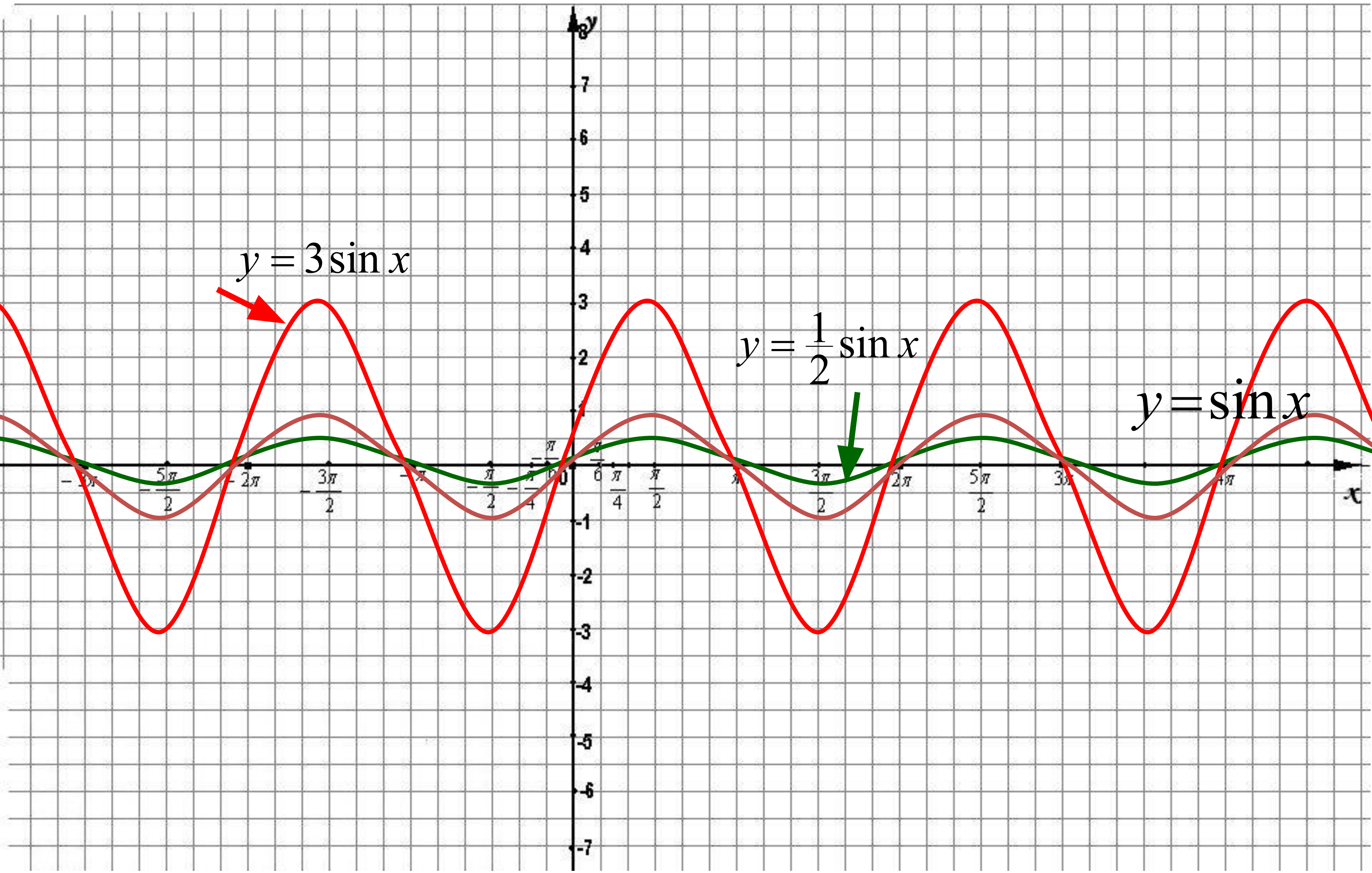


2. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=kf(x)$ строится посредством растяжения вдоль оси Оy исходного графика, пропорционально коэффициенту в k раз, а именно:

-если $m>0$, то растяжение в k раз

-если $0<k<1$, то сжатие в $1/k$ раз

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

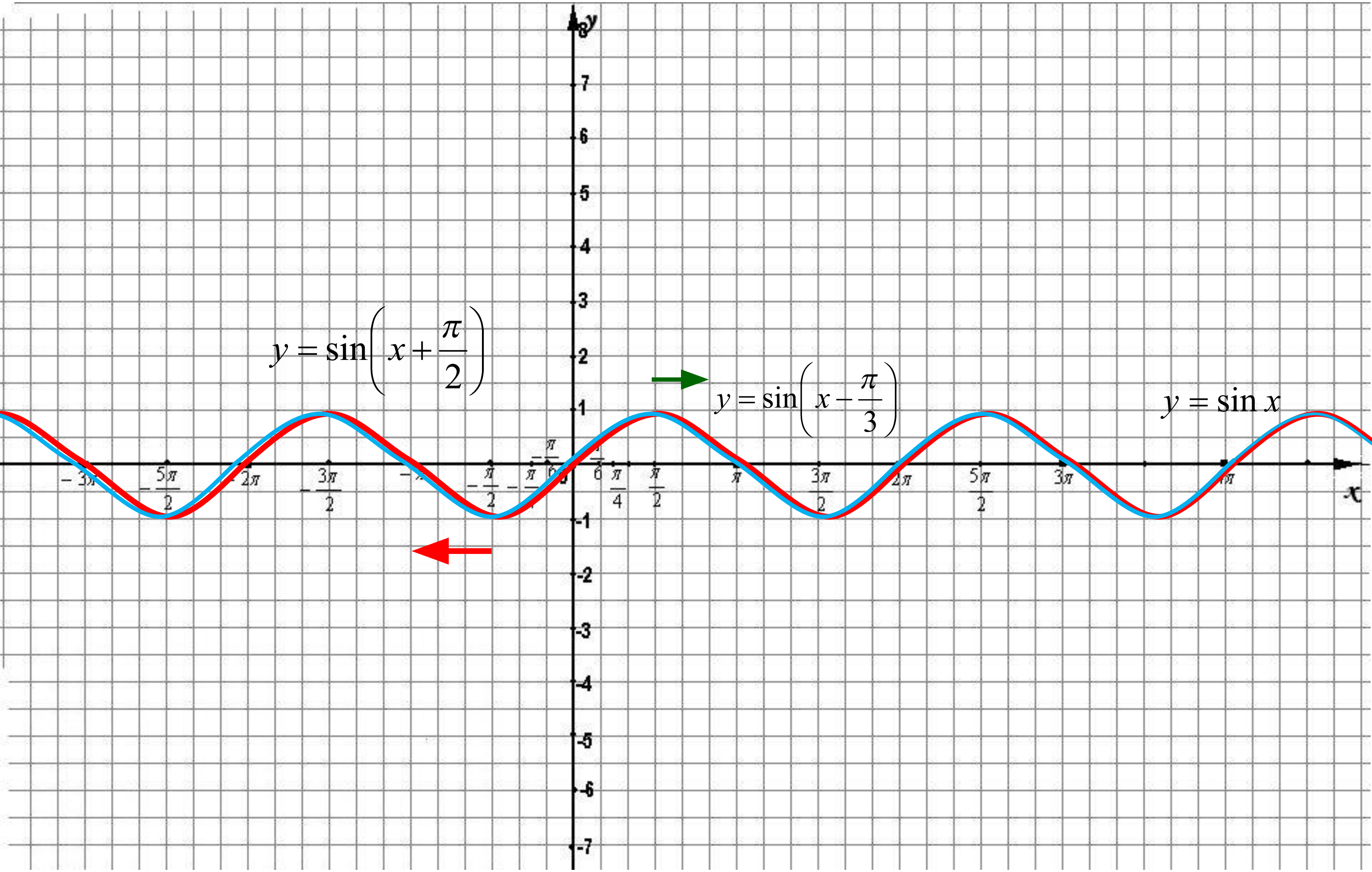


3. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(x+m)$ строится посредством сдвига по оси Ox исходного графика(координатной оси) на m единиц, а именно:

-если $m>0$, то сдвиг на m единиц влево

-если $m<0$, то сдвиг на m единиц вправо

Параллельный перенос вдоль оси ОХ

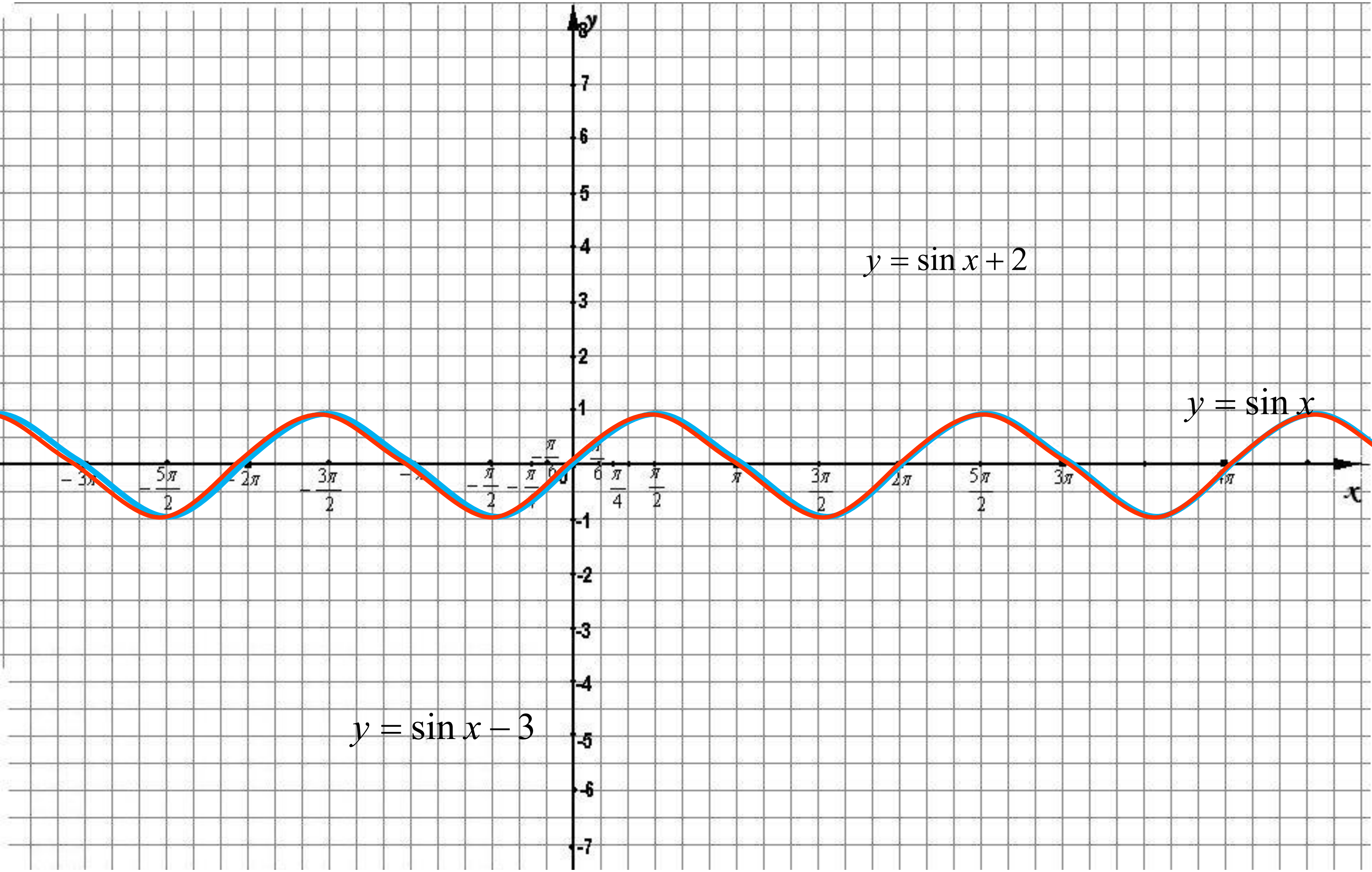


4. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(x)+m$ строится посредством сдвига по оси Oy исходного графика(координатной оси) на m единиц, а именно:

-если $m>0$, то сдвиг на m единиц вверх

-если $m<0$, то сдвиг на m единиц вниз

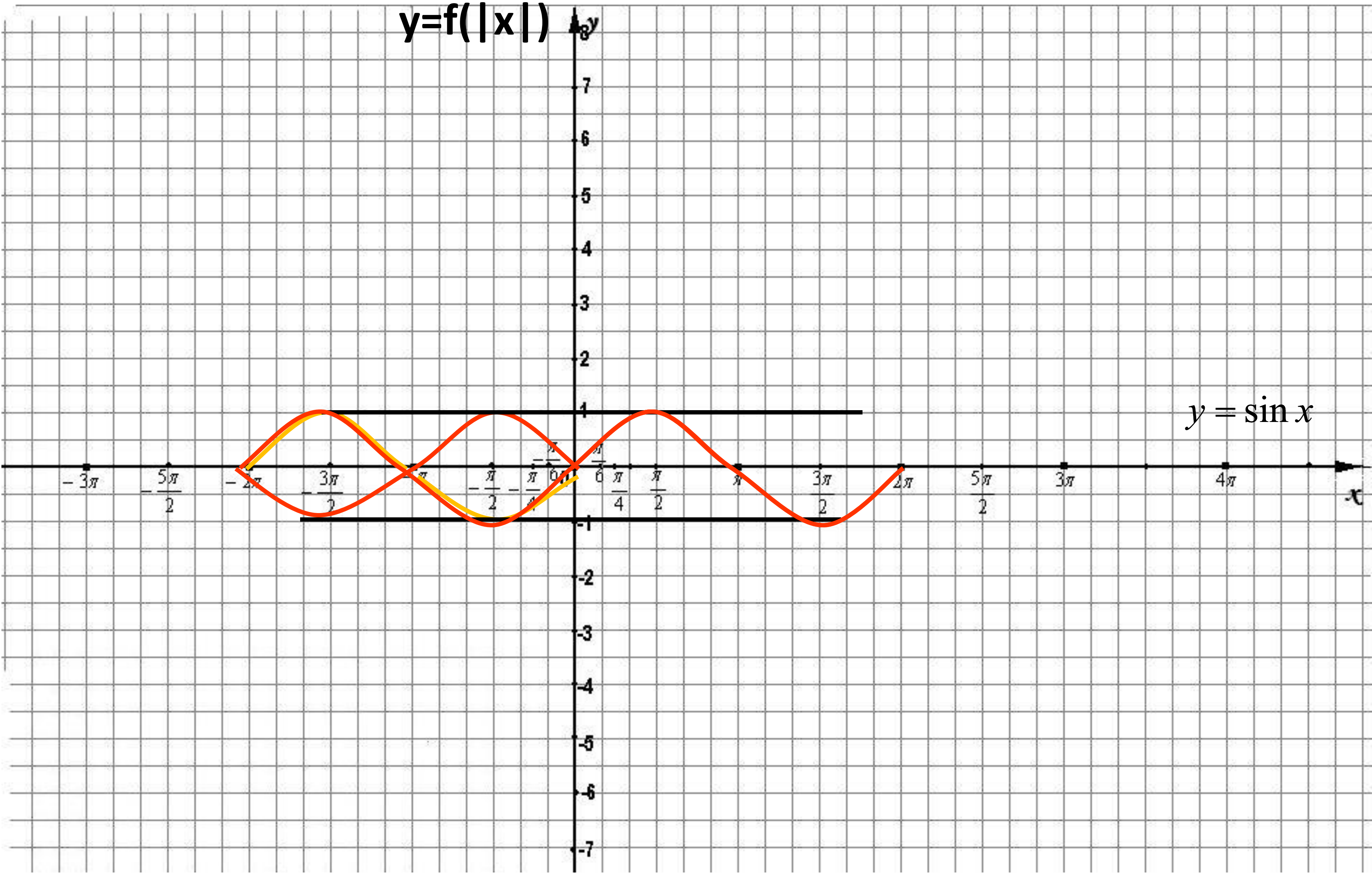
Параллельный перенос вдоль оси OY



5. График функции $y=f(|x|)$ получается из графика = $y=f(x)$ следующим образом:

Часть графика лежащая над осью Ох сохраняется, а его часть лежащая под осью Ох отображается симметрично относительно оси Оу

График функции y=f(|x|)

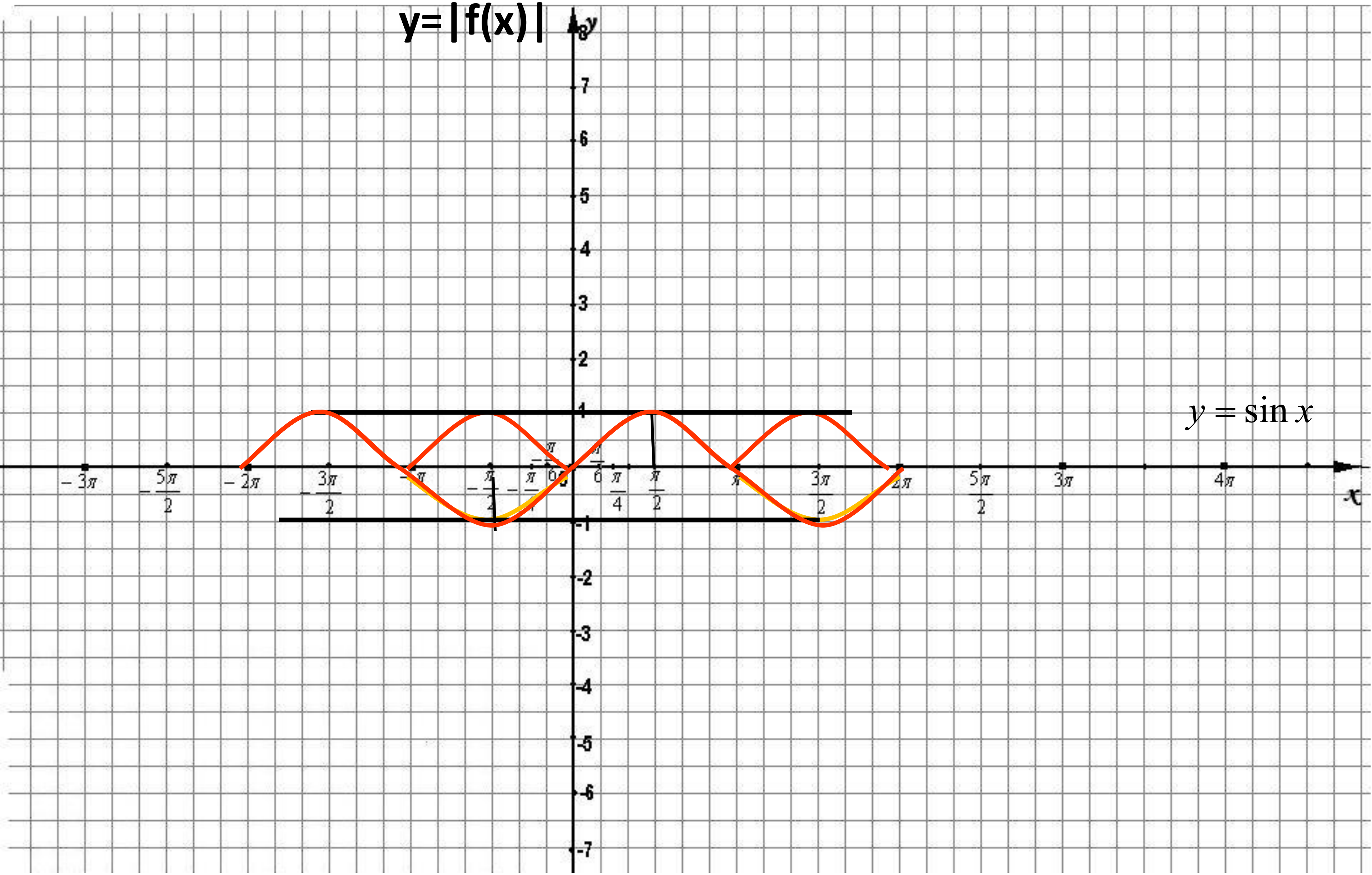


6. График функции $y=|f(x)|$ получается из графика = $y=f(x)$ следующим образом:

Часть графика лежащая над осью Ox сохраняется, а его часть лежащая под осью Ox отображается симметрично относительно оси Ox

График функции

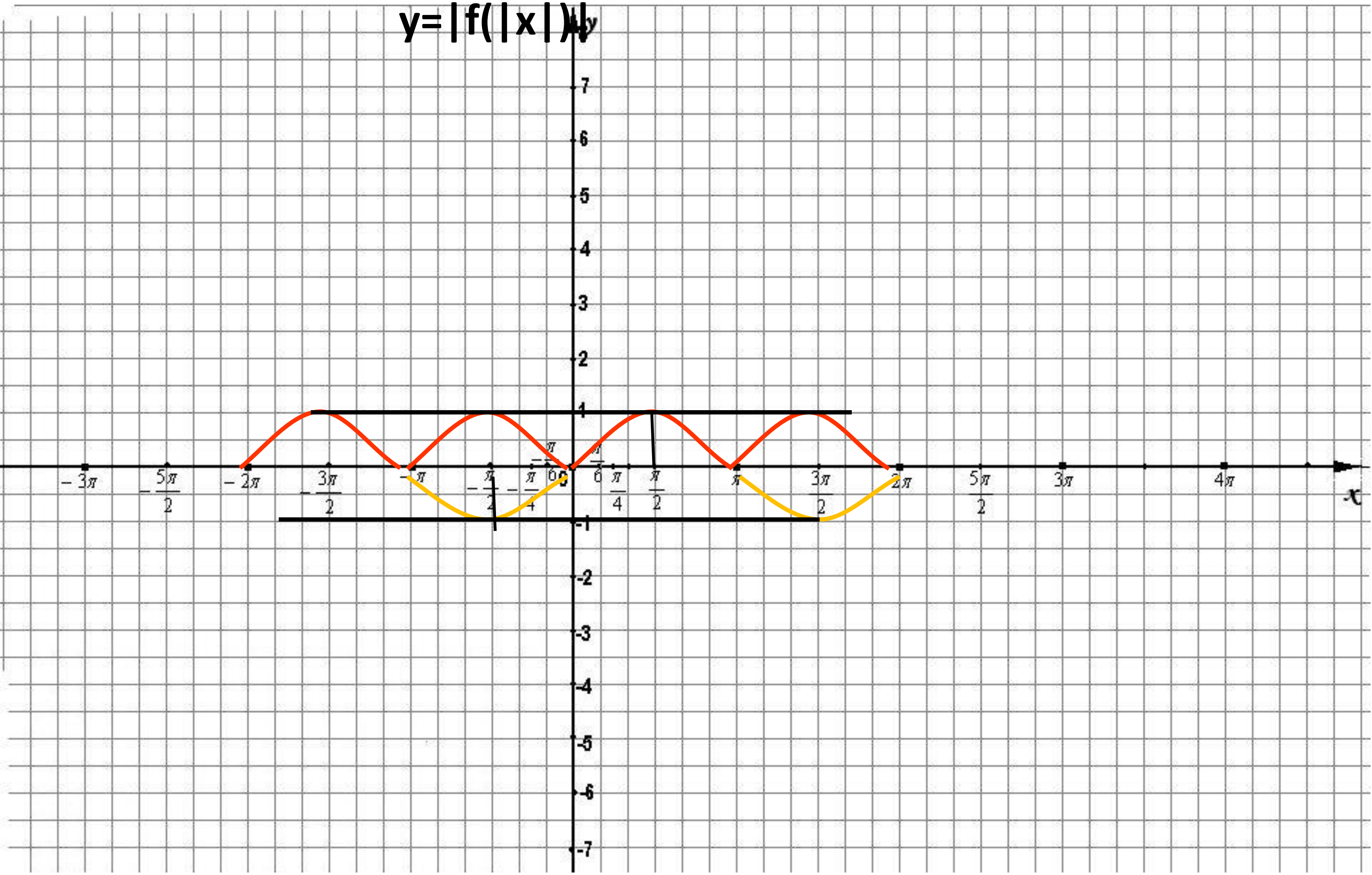
y=|f(x)|



7. Чтобы построить график функции $y=|f(|x|)|$ надо: **построить график функции $y=f(x)$ при $x \geq 0$. Отобразить полученную часть симметрично относительно оси Оу. Участки полученного графика, лежащие ниже оси Ох зеркально отобразить относительно этой оси**

График функции

y=|f(|x|)|



Характеристика графика гармонического колебания

$$S = \mathrm{A}\sin\left(\omega t + \alpha\right) + B$$ (y=mf(kx+a)+b)

Построение графика этой функции осуществляется в несколько этапов:

1. Осуществим параллельный перенос системы координат, поместив начало новой системы x‘y’ в точку O’ ($-\frac{a}{k}$; 0)

2. В системе x‘y’ построим график функции y’=sin x (при этом можно ограничиваться одной полуволной)

3. Осуществим сжатие или растяжение последнего графика от оси y’ с коэффициентом A, получим требуемый график.

Функция синус

Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.

Функция нечетная: sin(−x)=−sin x для всех x ∈ **R**. График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

sin(x+2π·k) = sin x, где k ∈ **Z** для всех x ∈ **R**.

sin x = 0 при x = π·k, k ∈ **Z**.

sin x > 0 (положительная) для всех x ∈ (2π·k, π+2π·k), k ∈ **Z**.

sin x < 0 (отрицательная) для всех x ∈ (π+2π·k, 2π+2π·k), k ∈ **Z**.

Функция возрастает от −1 до 1 на промежутках: $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi k\right], \quad k \in Z$

Функция убывает от −1 до 1 на промежутках: $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right], \quad k \in Z$

Наибольшее значение функции sin x = 1 в точках: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k \in Z$

Наименьшее значение функции sin x = −1 в точках: $x=\frac{3\pi}{2}+2\pi k, \quad k \in Z$

Функция косинус

Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.

Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x ∈ **R**. График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

cos(x+2π·*k*) = cos x, где *k* ∈ **Z** для всех x ∈ **R**.

cos x = 0 при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

cos x > 0 для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ 2\pi k\right), \quad k \in Z$

cos x < 0 для всех $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right), \quad k \in Z$

Функция возрастает от −1 до 1 на промежутках: $\left[-\pi + 2\pi k,\ 2\pi k\right], \quad k \in Z$

Функция убывает от −1 до 1 на промежутках: $\left[2\pi k,\ \pi + 2\pi k\right], \quad k \in Z$

Наибольшее значение функции sin x = 1 в точках: $x = 2\pi k; \quad k \in Z$

Наименьшее значение функции sin x = −1 в точках: $x = \pi + 2\pi k; \quad k \in Z$

Функция тангенс

Область определения функции — множество всех действительных чисел, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. тангенс — функция **неограниченная**.

Функция нечетная: tg(−x)=−tg x для всех x из области определения.
График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π, т.е. tg(x+π·*k*) = tg x, *k* ∈ **Z** для всех x из области определения.

tg x = 0 при

$$x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$$

tg x > 0 для всех

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k\right), \quad k \in Z$$

tg x < 0 для всех

$$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$$

Функция котангенс

Область определения функции — множество всех действительных чисел, кроме чисел $\pi k, \quad k \in Z$

Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. котангенс — функция **неограниченная**.

Функция нечетная: ctg(−x)=−ctg x для всех x из области определения. График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π, т.е. ctg(x+π·*k*)=ctg x, *k* ∈ **Z** для всех x из области определения.

ctg x = 0 при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

ctg x > 0 для всех $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$

ctg x < 0 для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k\right), \quad k \in Z$

Функция убывает на каждом из промежутков $\left(\pi k; \pi + \pi k\right), \quad k \in Z$