

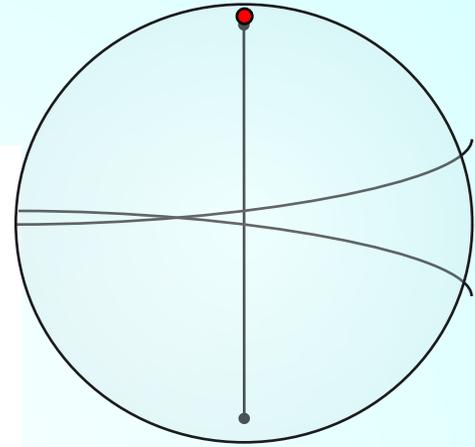
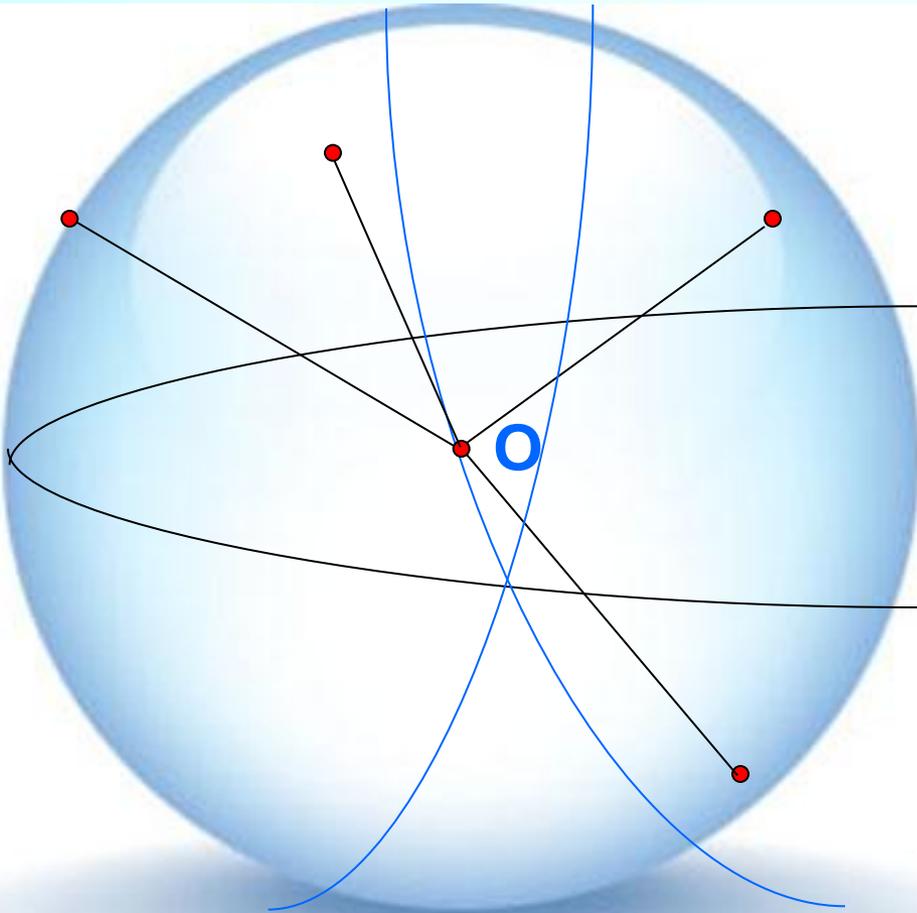
Савченко Е.М., учитель математики,
МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Сфера и шар

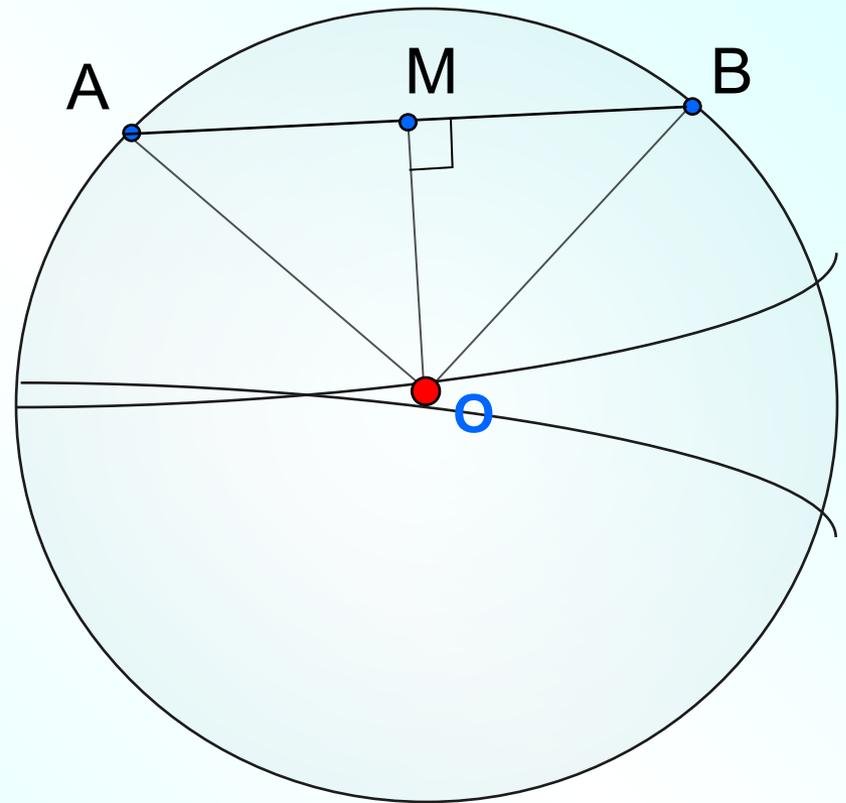
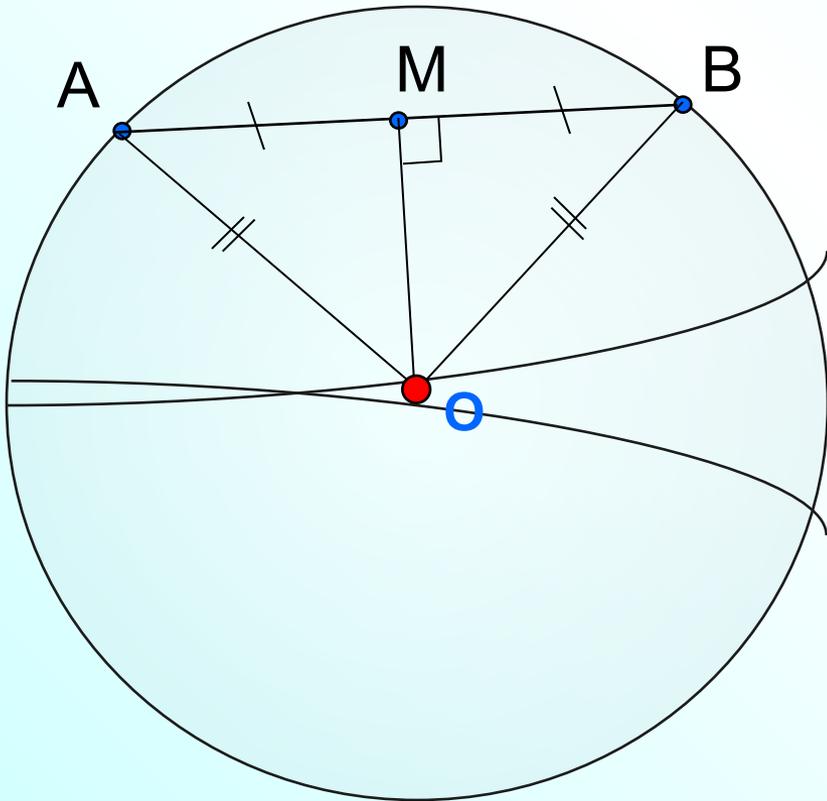
Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

Шар или
сфера?

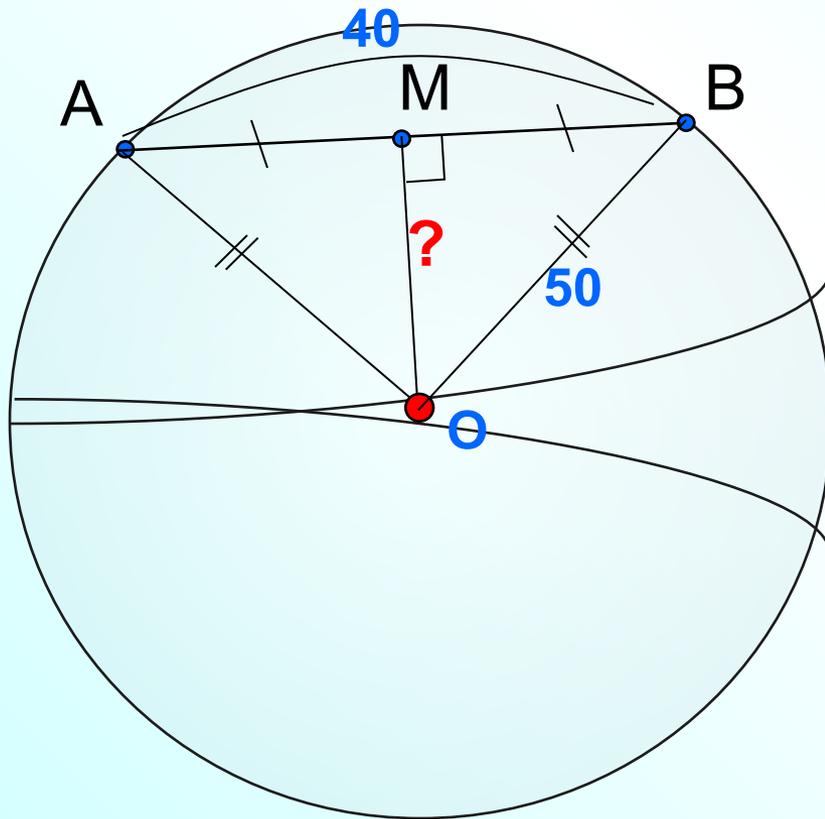




- № 573** Точки A и B лежат на сфере с центром $O \notin AB$, а точка M лежит на отрезке AB . Докажите, что
- а) если M – середина отрезка AB , то $OM \perp AB$
 - б) если $OM \perp AB$, то M – середина отрезка AB .

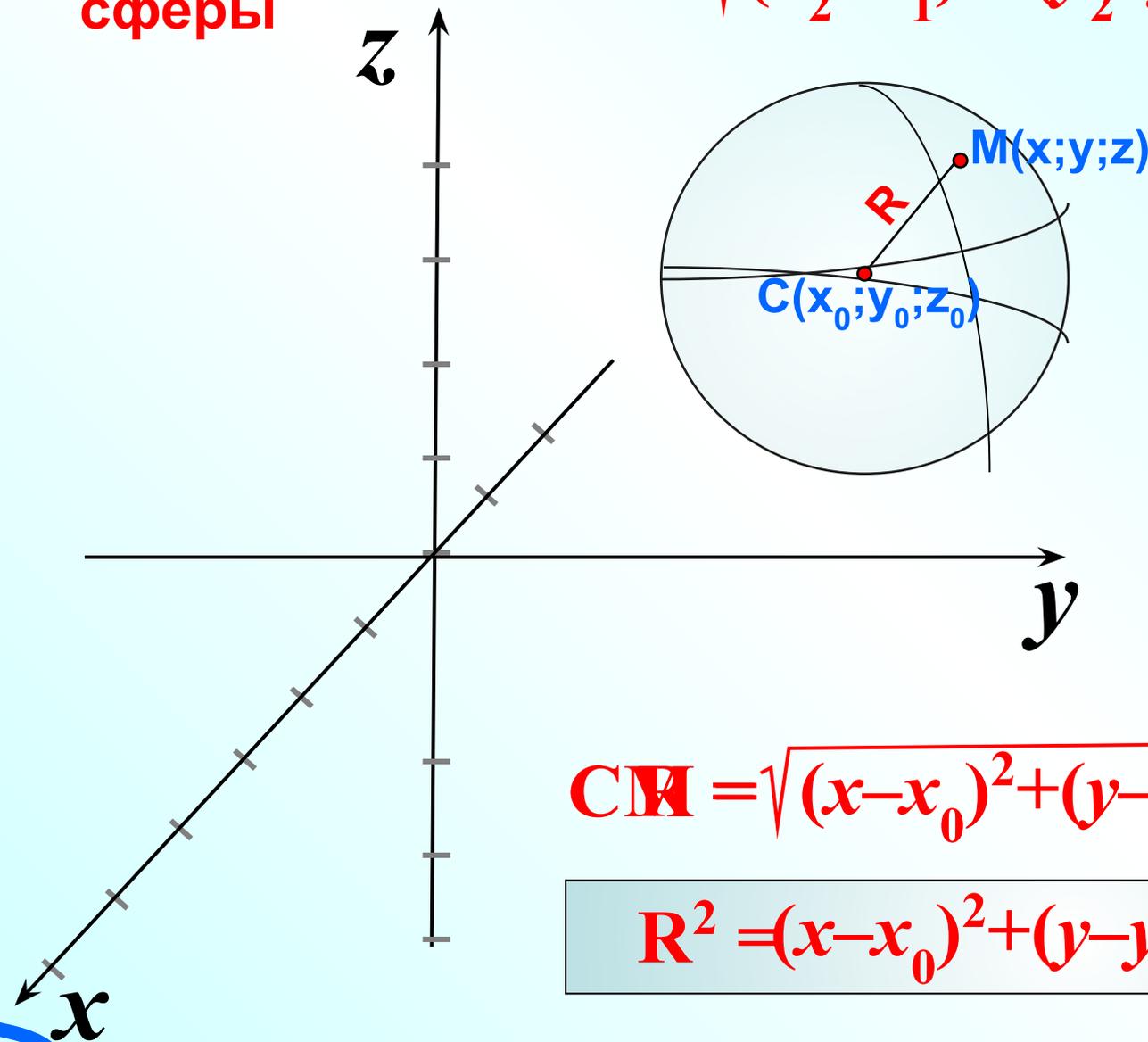


№ 574 Точка M – середина отрезка AB , концы которого лежат сфере радиуса R с центром O . Найдите
а) OM , если $R=50$ см, $AB=40$ см.



Уравнение сферы

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$CM = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$

Уравнение сферы

Центр

r

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$$

$C(3;2;1)$

$$r = 4$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 4$$

$C(1;-2;-5)$

$$r = 2$$

$$(x+5)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25$$

$C(-5;3;0)$

$$r = 5$$

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 8$$

$C(1;0;0)$

$$r = \sqrt{8}$$

$$x^2 + (y+2)^2 + (z+8)^2 = 2$$

$C(0;-2;-8)$

$$r = \sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$C(0;0;0)$

$$r = 3$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 0,09$$

$C(3;2;0)$

$$r = 0,3$$

$$(x+7)^2 + (y-5)^2 + (z+1)^2 = 2,5$$

$C(-7;5;-1)$

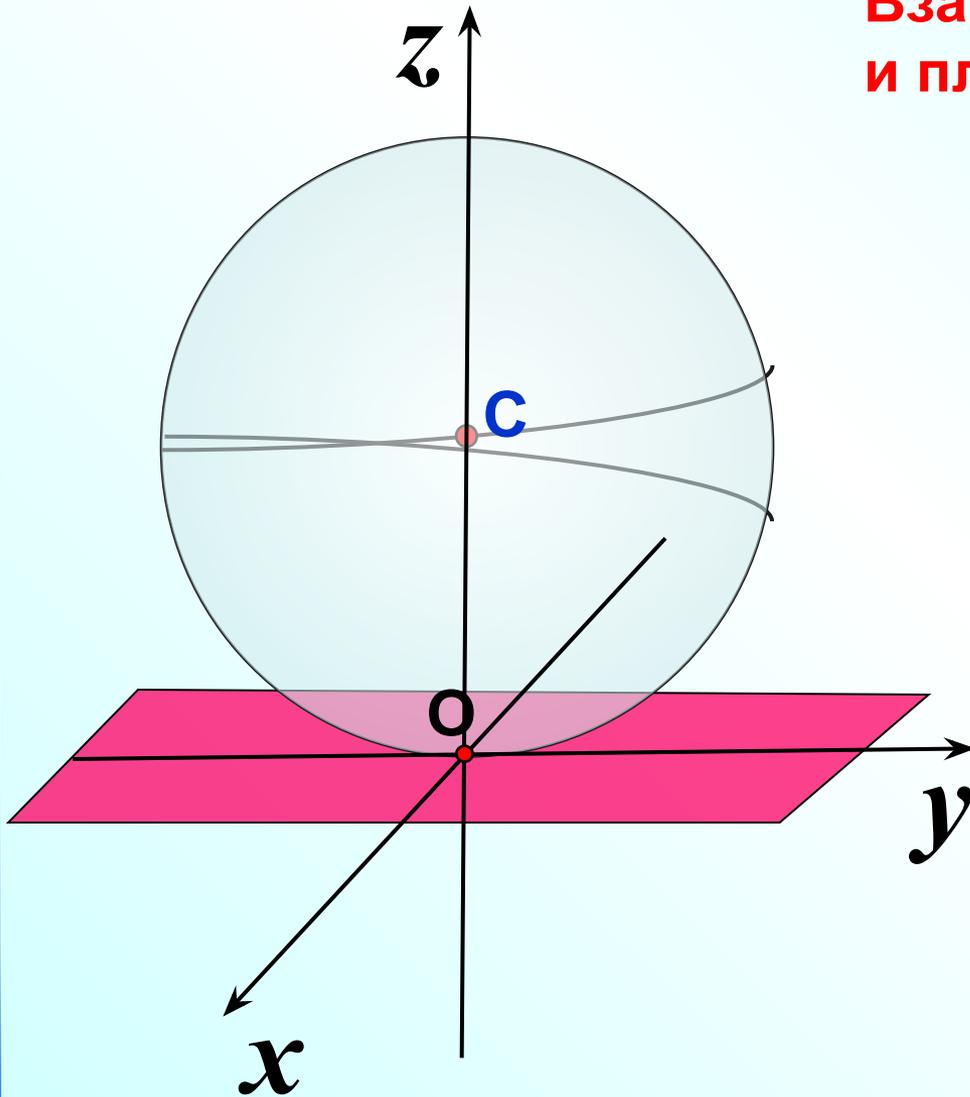
$$r = \sqrt{2,5}$$

$$x^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 6\frac{1}{4}$$

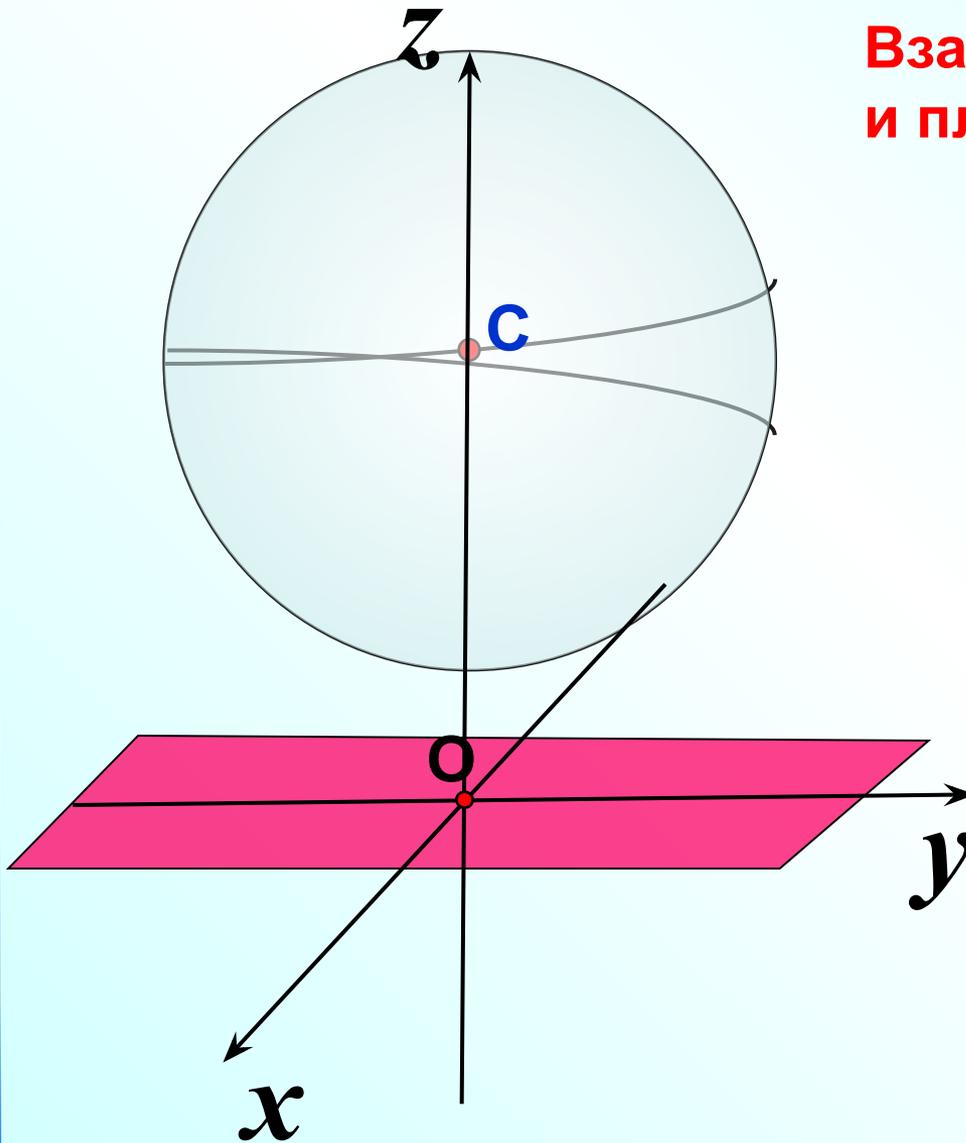
$C(0;-4;9)$

$$r = \frac{5}{2}$$

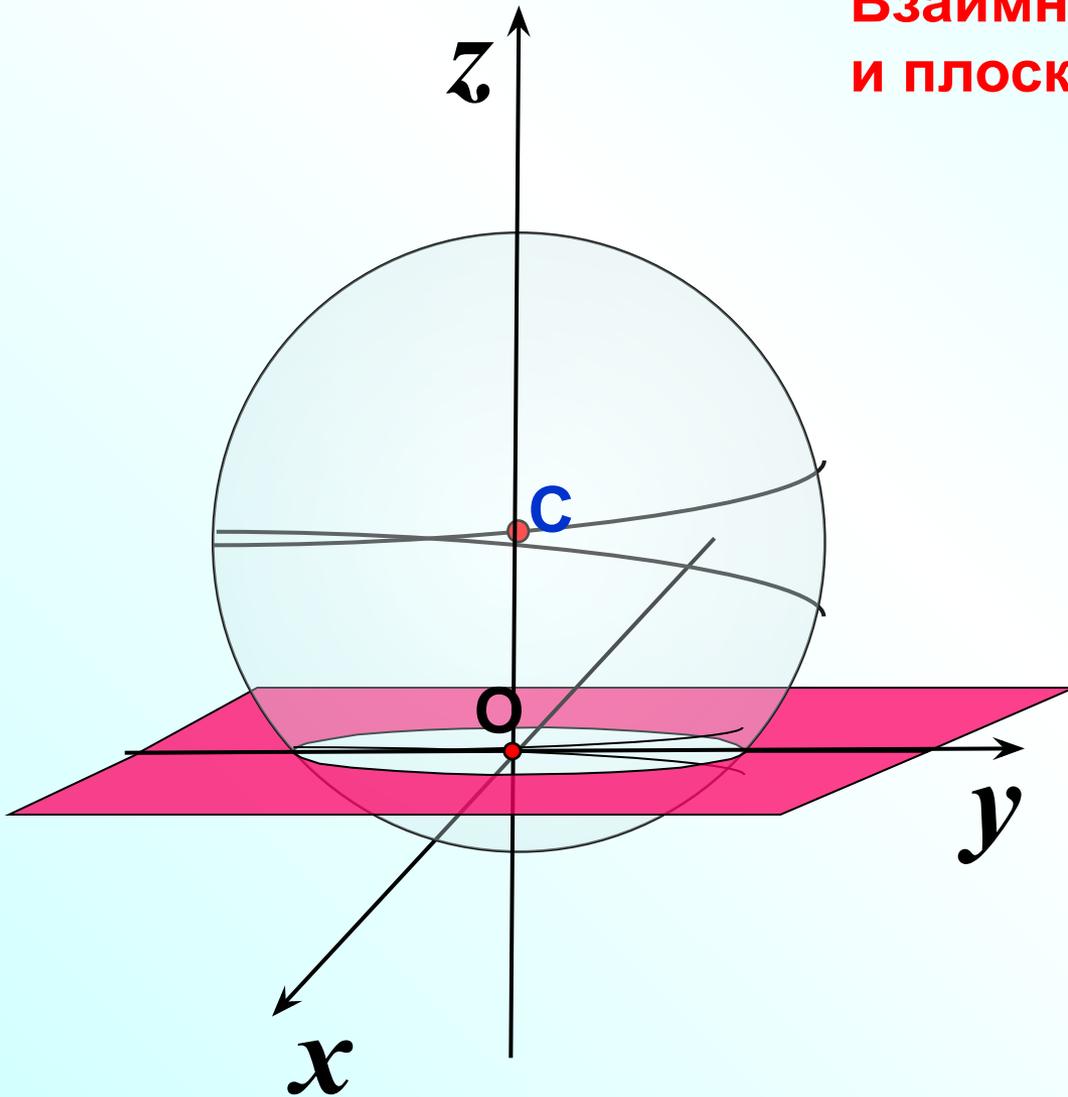
Взаимное расположение сферы и плоскости



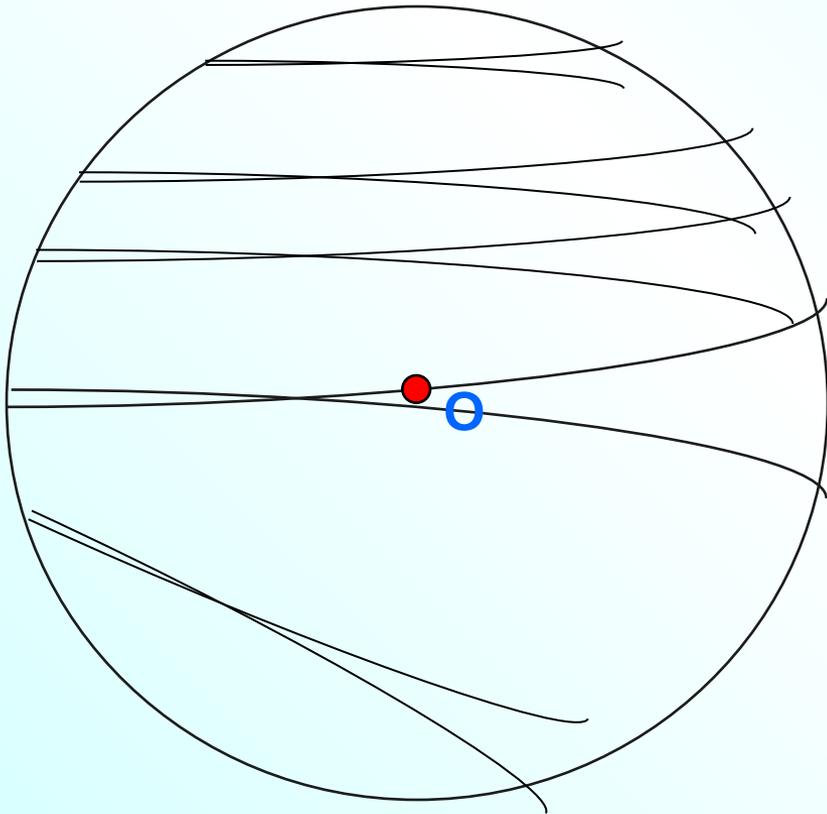
Взаимное расположение сферы и плоскости



Взаимное расположение сферы и плоскости

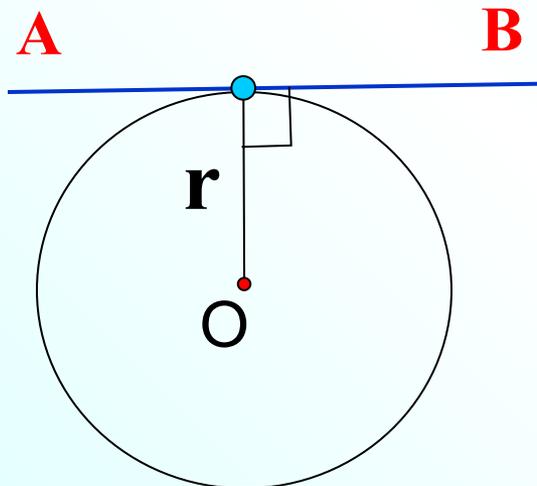


Сечения сферы



Планиметрия

Свойство касательной.

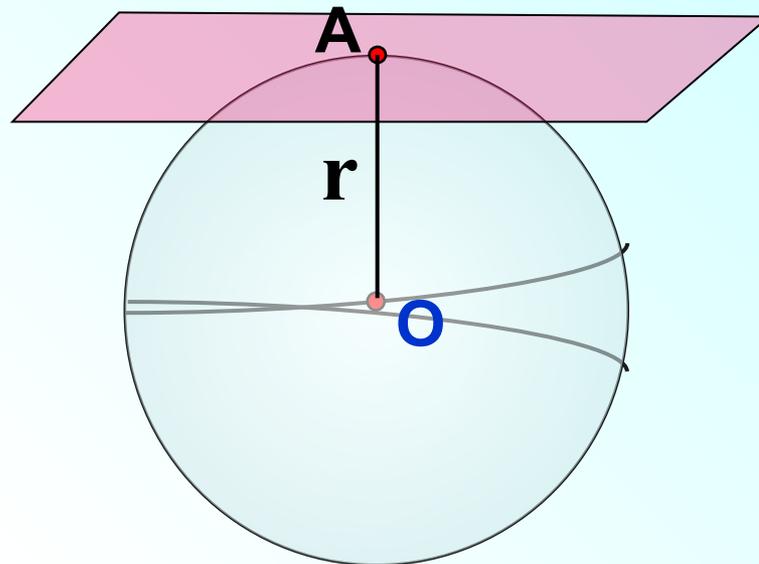


AB - касательная \Rightarrow

$$AB \perp r$$

Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

Стереометрия



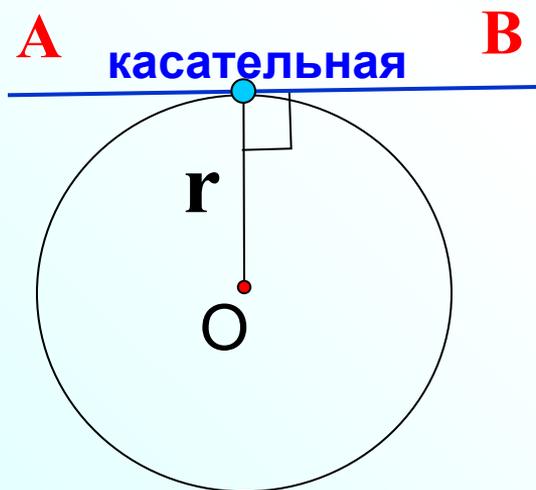
α - касательная пл. \Rightarrow

$$r \perp \alpha$$

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Планиметрия

Признак касательной.

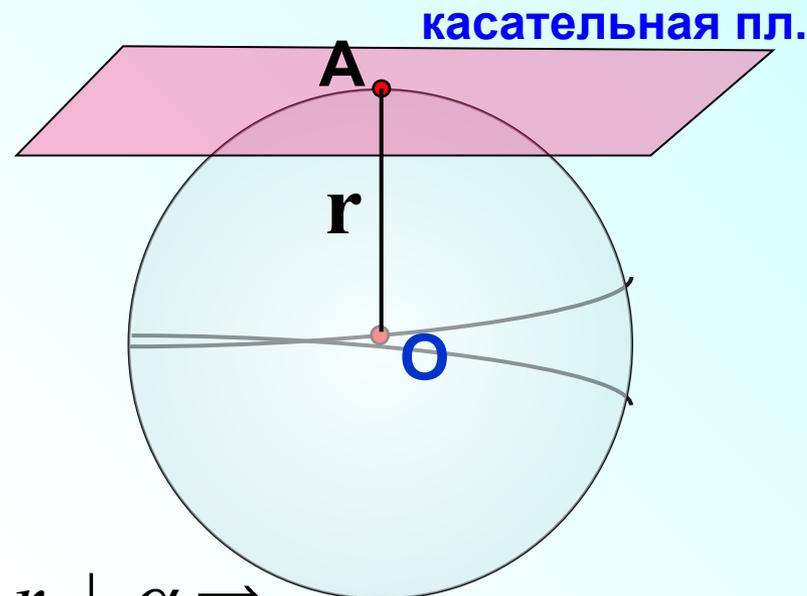


$$AB \perp r \Rightarrow$$

AB - касательная

Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.

Стереометрия

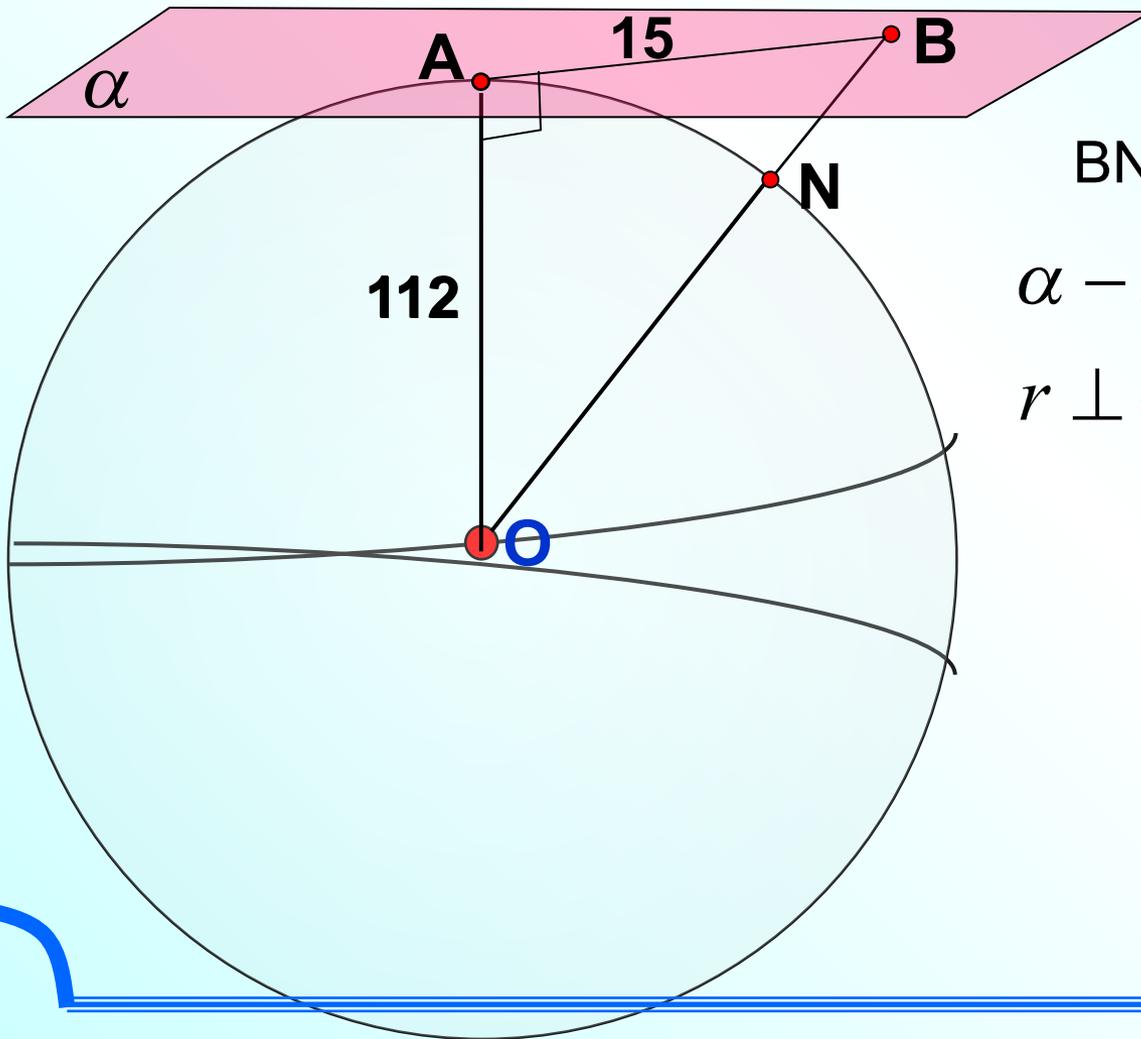


$$r \perp \alpha \Rightarrow$$

α - касательная пл.

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательно к сфере.

№ 592 Радиус сферы равен 112 см. Точка, лежащая на плоскости, касательной к сфере, удалена от точки касания на 15 см. Найдите расстояние от этой точки до ближайшей к ней точки сферы.

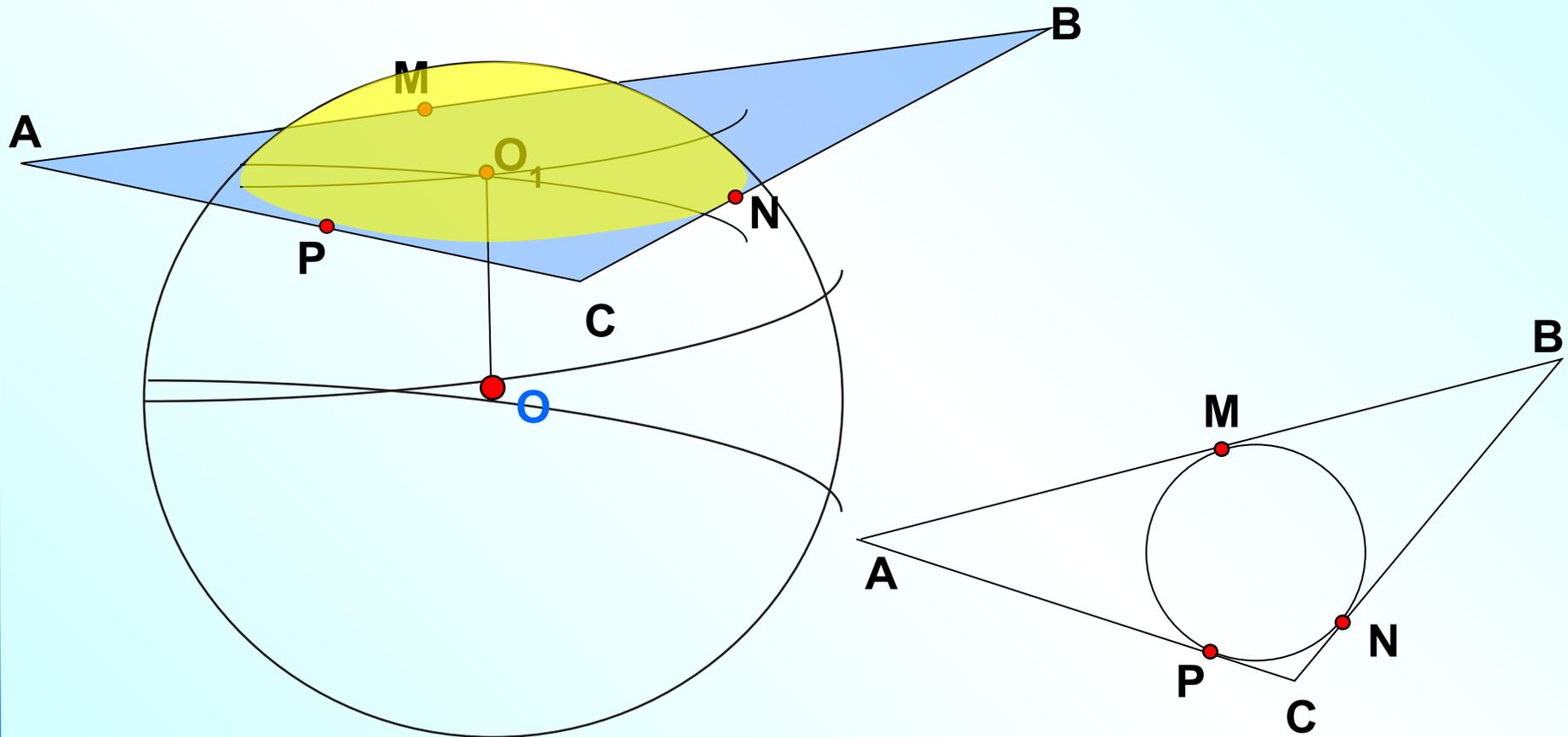


BN – искомое расстояние

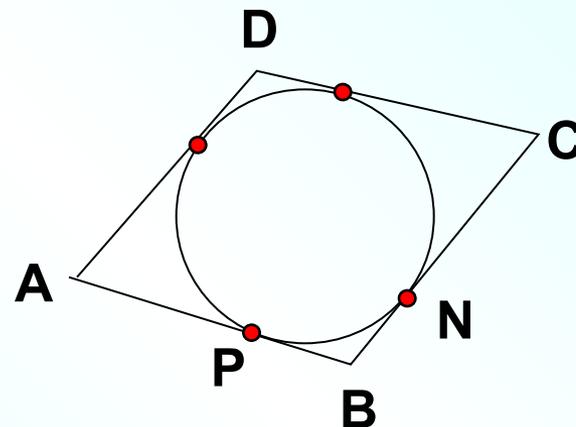
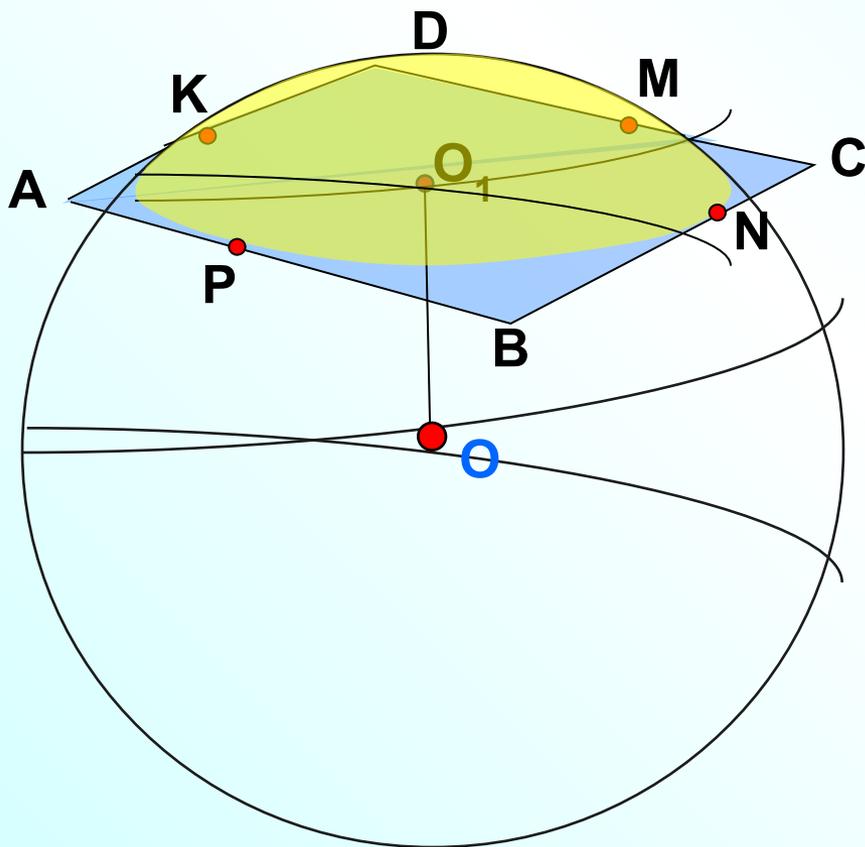
α – касательная пл. \Rightarrow

$r \perp \alpha \Rightarrow r \perp AB$

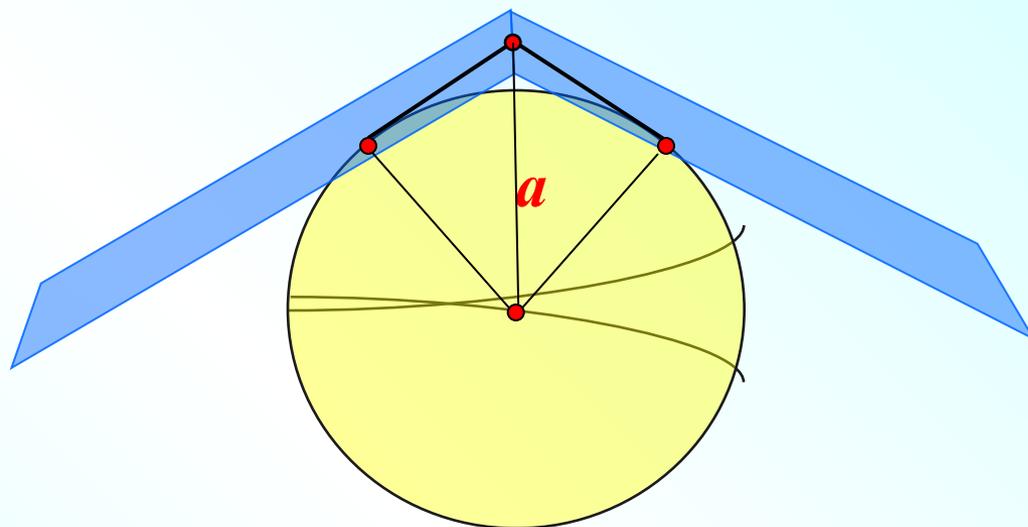
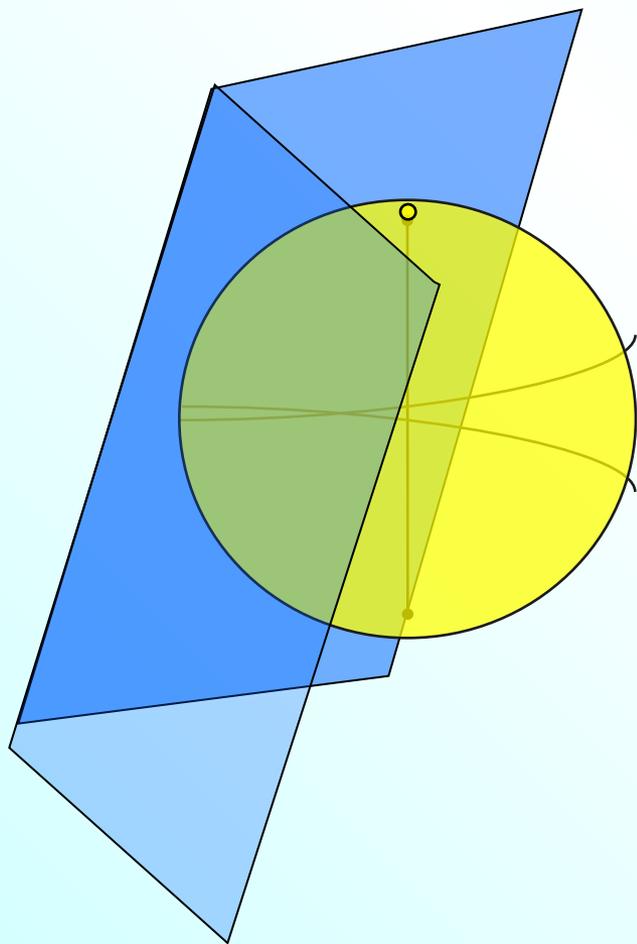
№ 584 Все стороны треугольника ABC касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если $AB=13$ см, $BC=14$ см, $CA=15$ см.



№ 585 Все стороны ромба, диагонали которого равны 15см и 20см, касаются сферы радиуса 10см. Найдите расстояние от плоскости сферы до плоскости ромба.

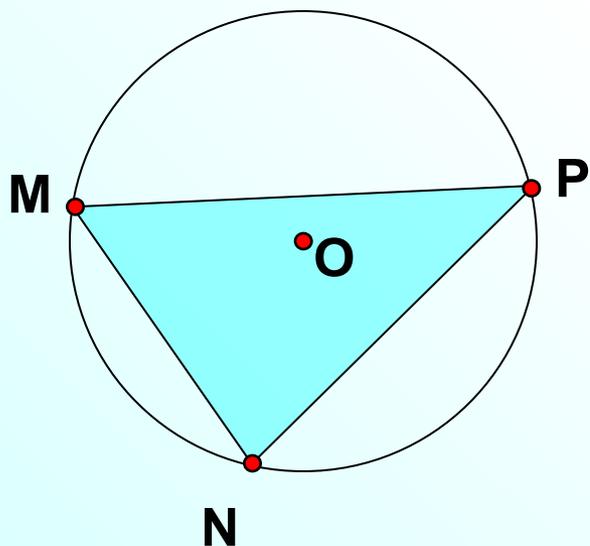


№ 591 Сфера касается граней двугранного угла в 120° .
Найдите радиус сферы и расстояние между точками касания,
если расстояние от центра сферы до ребра двугранного угла
равно a .

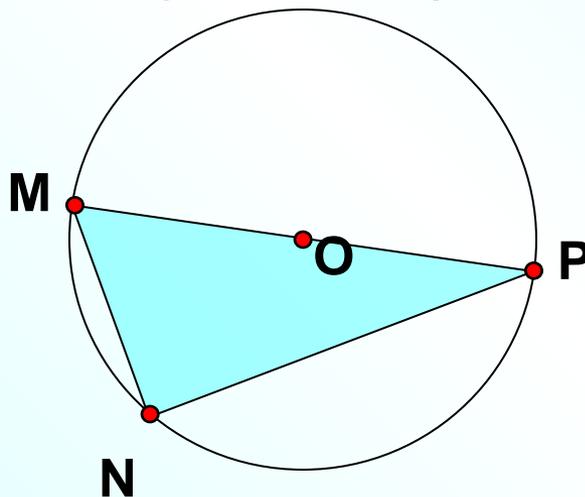


Повторение. Расположение центра описанной около треугольника окружности.

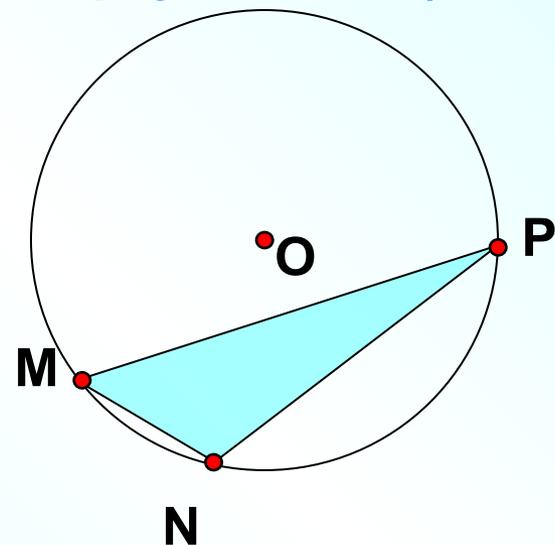
Во внутренней области
(для остроугольного
треугольника)



На середине гипотенузы
(для прямоугольного
треугольника)

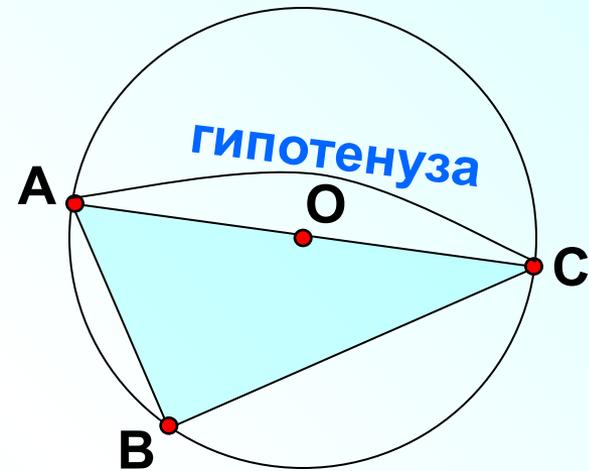
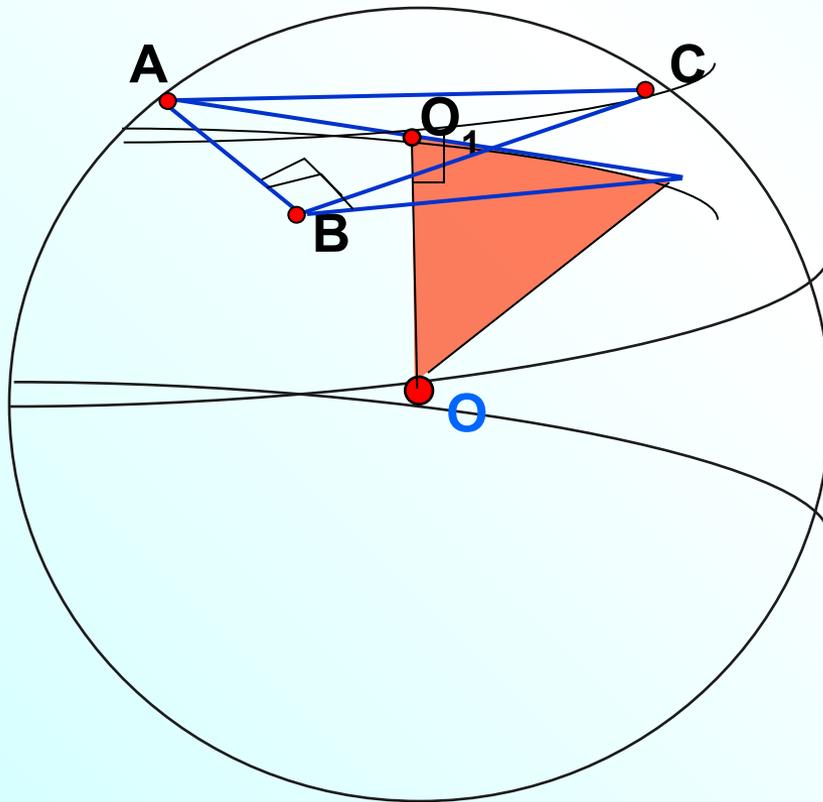


Во внешней области
(для тупоугольного
треугольника)



№ 581 Вершины треугольника ABC лежат на сфере радиуса 13 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если $AB=6\text{см}$, $BC=8\text{см}$, $AC=10\text{см}$.

$10^2=8^2+6^2 \Rightarrow \Delta ABC - \text{прямоугольный}$



№ 582 Вершины прямоугольника ABCD лежат на сфере радиуса 10см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16см.

$$10^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow \triangle ABC - \text{прямоугольный}$$

