Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
Физико-технический факультет

Лекция 12

Особенности методов дискретных ординат. SN-метод. Понятие квадратуры. Граничные условия в SN-методе. Вычисление квадратур. Квадратуры Гаусса.

Ф8-01Н

Теория переноса излучений

Особенности методов дискретных ординат

В основе метода лежит то, что в отличие от разложения по сферическим гармоникам угловое распределение потока нейтронов оценивается в различных дискретных направлениях. Рассматривая достаточное количество направлений, можно, в принципе, получить решение уравнения переноса с любой желаемой степенью точности.

При развитии метода дискретных ординат возникают следующие задачи:

1) выбор конкретных дискретных направлений;
2) аппроксимация интегралов по угловой переменной;
3) аппроксимация производных от потока нейтронов по компонентам угла и, появляющихся в уравнении переноса в криволинейных геометриях.

S_N-метод. Понятие квадратуры

$$\int_{-1}^{1} d\mu \cdot \Phi(x,\mu) = \sum_{j=1}^{J} \omega_j \cdot \Phi(x,\mu_j)$$

- интеграл потока

$\{\mu_j\}$ - набор дискретных направлений,

$\{\omega_j\}$ -набор квардратурных весов

Уравнение переноса в методе дискретных ординат:

$$\mu_j \frac{\partial}{\partial x}\Phi + \Sigma_{tot}(x,E)\cdot\Phi = \sum_{j'=1}^{J} \Sigma_S(x,\mu_j \leftarrow \mu_{j'})\cdot\omega_{j'}\cdot\Phi(x,\mu_{j'}) + Q(x,\mu_j)$$

Граничные условия в S_N-методе

Условие облучения на границе *0* с заданным источником нейтронов:

$$\Phi(0,\mu_j)=\Phi_0(\mu_j),\quad \text{если}\quad j=1,2,\ldots J/2$$

Нулевое условие на границе *d* с вакуумом:

$$\Phi(d,\mu_j)=0,\quad \text{если}\quad j=J/2+1,\ldots,J$$

Вычисление квадратур

Квадратуры должны удовлетворять следующим требованиям:

1) $\omega_j > 0$ для всех *j* (т.к. интеграл потока всегда положителен);

2) решение не должно зависеть от того, какая сторона плоскости рассматривается как правая, а какая как левая. Предполагается симметричный выбор направлений и весовых множителей относительно $\mu = 0$:

$$\mu_j = -\mu_{J+1-j}, \quad \omega_j = \omega_{J+1-j}$$ для всех j;

3) если Ф(*x*, *μ*) представляет собой полином низкого порядка по *μ*, то квадратурная формула для интеграла потока должна давать точное значение. Это означает:

$$\sum_{j=1}^{J} \omega_j \cdot \mu_j^n = \begin{cases} \dfrac{2}{n+1}, n - \text{четное} \\ 0, n - \text{нечетное} \end{cases}$$

Для нечетных *n* 3) с учетом 1) и 2) выполняется всегда. Записывая 3) для четных *n* с учетом 1) и 2) получаем значения квадратур.

Квадратуры Гаусса

Константы для формулы гауссовых квадратур:

$J = 2$	$\omega 1 = \omega 2 = 1{,}000$	$\mu 1 = -\mu 2 = 0{,}57735$
$J = 4$	$\omega 1 = \omega 4 = 0{,}65215$ $\omega 2 = \omega 3 = 0{,}34785$	$\mu 1 = -\mu 4 = 0{,}33998$ $\mu 2 = -\mu 3 = 0{,}86114$
$J = 6$	$\omega 1 = \omega 6 = 0{,}46791$ $\omega 2 = \omega 5 = 0{,}36076$ $\omega 3 = \omega 4 = 0{,}17132$	$\mu 1 = -\mu 6 = 0{,}23862$ $\mu 2 = -\mu 5 = 0{,}66121$ $\mu 3 = -\mu 4 = 0{,}93247$