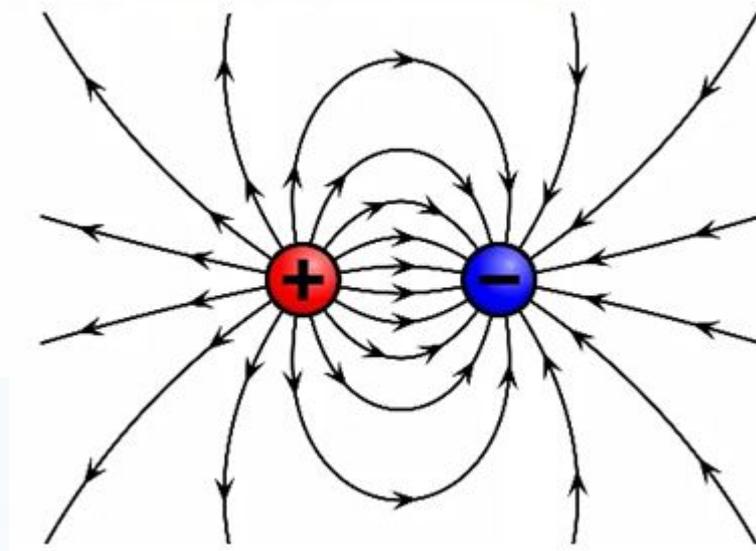


# Лекция 1

## «Электростатика»



# 1. Электрический заряд. Закон

## Кулона.

**Электрический заряд** - это внутреннее свойство тел или частиц, характеризующее их способность к электромагнитным взаимодействиям.

Свойства электрического заряда:

1. Существует в двух видах: **положительный** и **отрицательный**.

2. Электрический заряд **инвариантен**

3. Электрический заряд **дискретен**

4. Электрический заряд **аддитивен**

5. Электрический заряд подчиняется **закону сохранения заряда**:

*Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы*

*остаётся неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы.*

Закон взаимодействия точечных зарядов – **закон Кулона**:

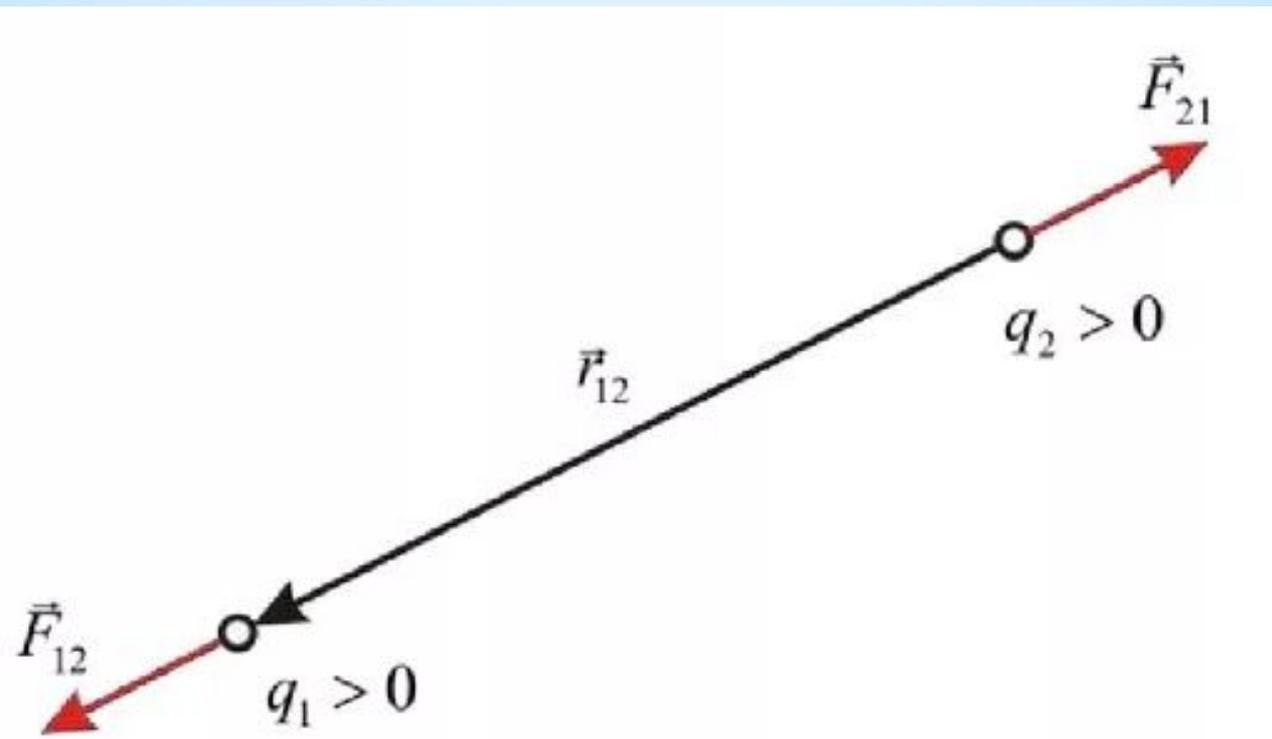
*сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам  $q_1$  и  $q_2$ , и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:*

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

В векторной форме, сила, действующая на заряд  $q_1$  со стороны заряда  $q_2$ :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная, относящаяся к числу фундаментальных физических постоянных:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ .



## 2. Характеристики электростатического поля.

### Принцип суперпозиции

Электростатическим полем называется поле, создаваемое неподвижными

электрическими зарядами. Оно описывается двумя величинами:

потенциалом

(энергетическая *скалярная* характеристика поля) и

напряженностью

Напряженность – *векторная физическая величина*, численно равная силе действующей на *единичный положительный заряд* со стороны

электростатического поля:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

Единица напряженности электростатического поля -  $\frac{В}{м}$

Напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

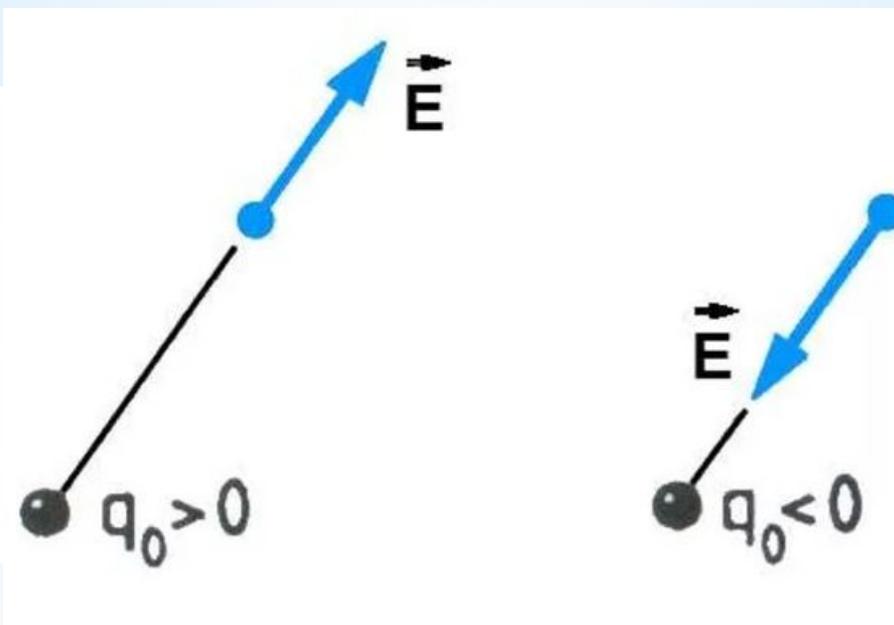
где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом  $q$ .

В скалярной  
форме:

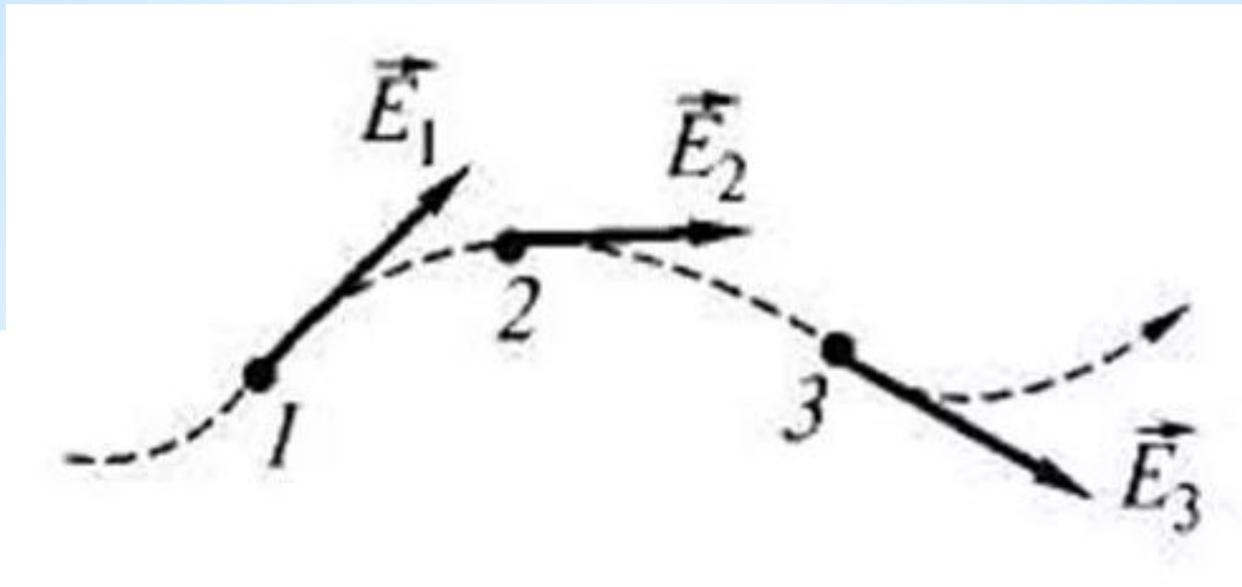
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

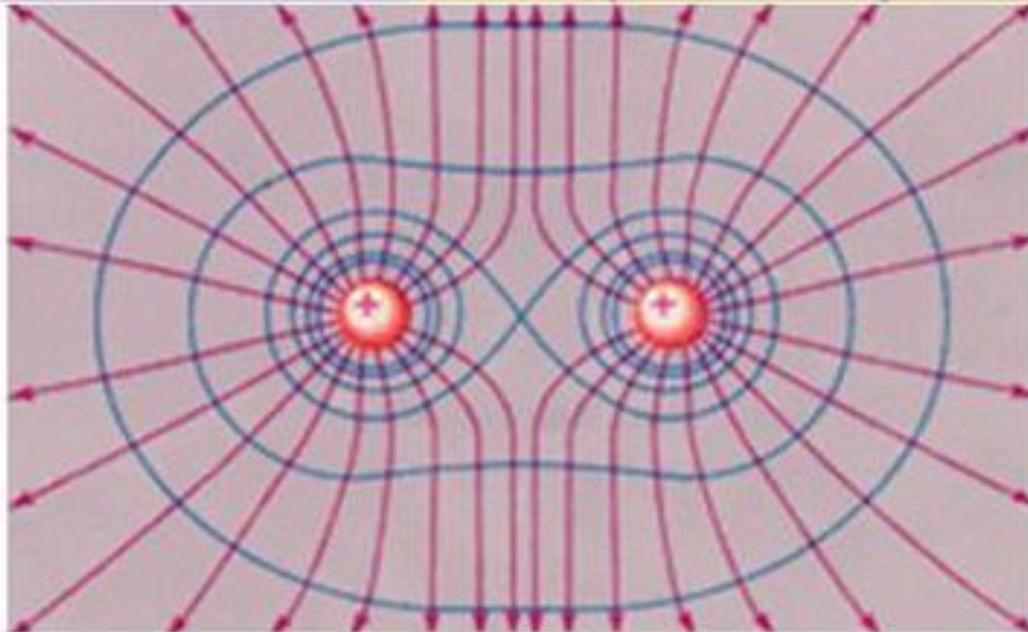
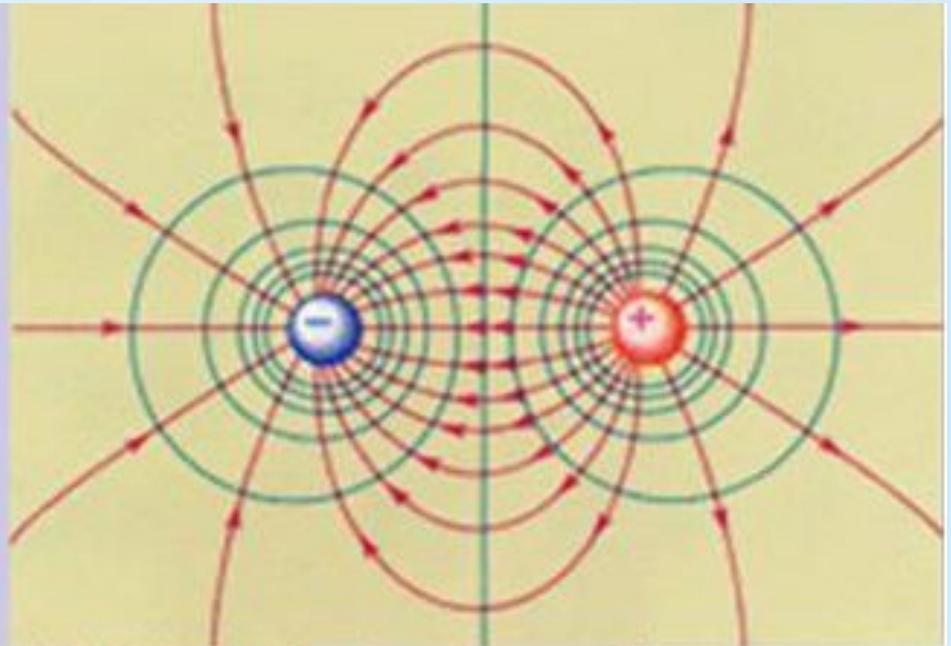
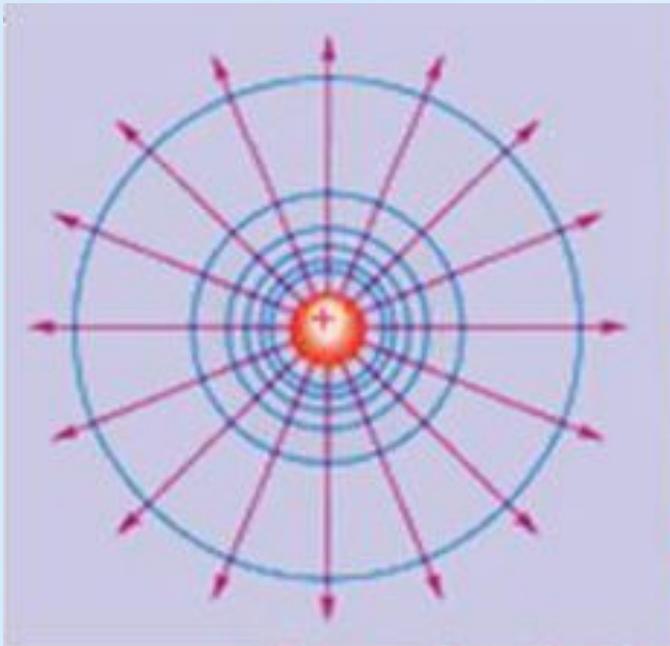
Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Для положительного заряда вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда). Если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен к заряду (притяжение).



Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** - линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$

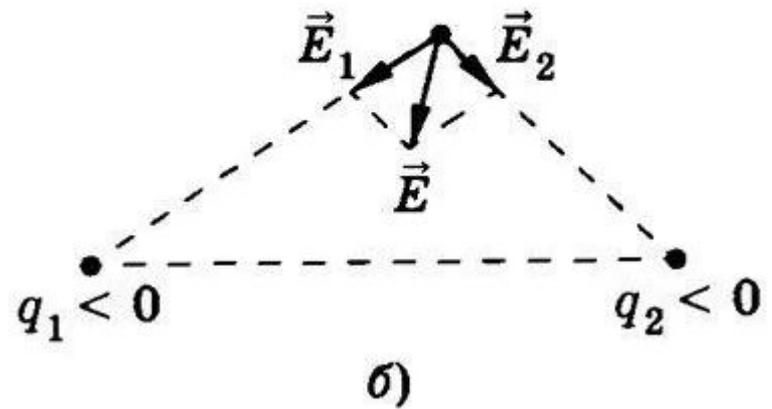
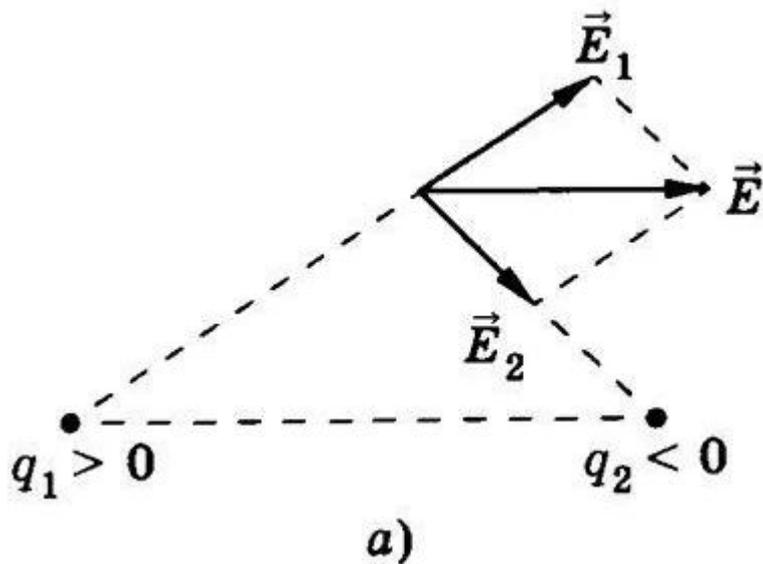




## Принцип суперпозиции электростатических полей

Напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$



### 3. Плотность заряда. Теорема Гаусса

- **Линейная**

**плотность заряда:**

заряд, приходящийся на единицу длины.

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{м}} \right]$$

- **Поверхностная**

**плотность заряда:**

заряд, приходящийся на единицу площади.

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right]$$

- **Объемная**

**плотность заряда:**

заряд, приходящийся на единицу объема.

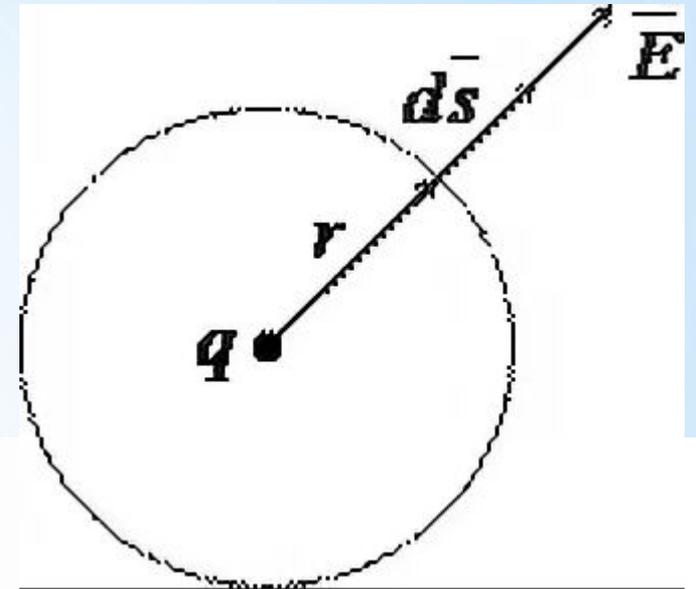
$$\rho = \frac{dq}{dV}, \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3} \right]$$

Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$ :

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

Поток вектора напряженности через сферическую поверхность радиуса  $r$ , охватывающую точечный заряд  $q$ , находящийся в ее центре:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



В случае произвольной поверхности, окружающей  $n$  зарядов.

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left( \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n \oint_S \vec{E}_i \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

**Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:** *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на  $\epsilon_0$ .*

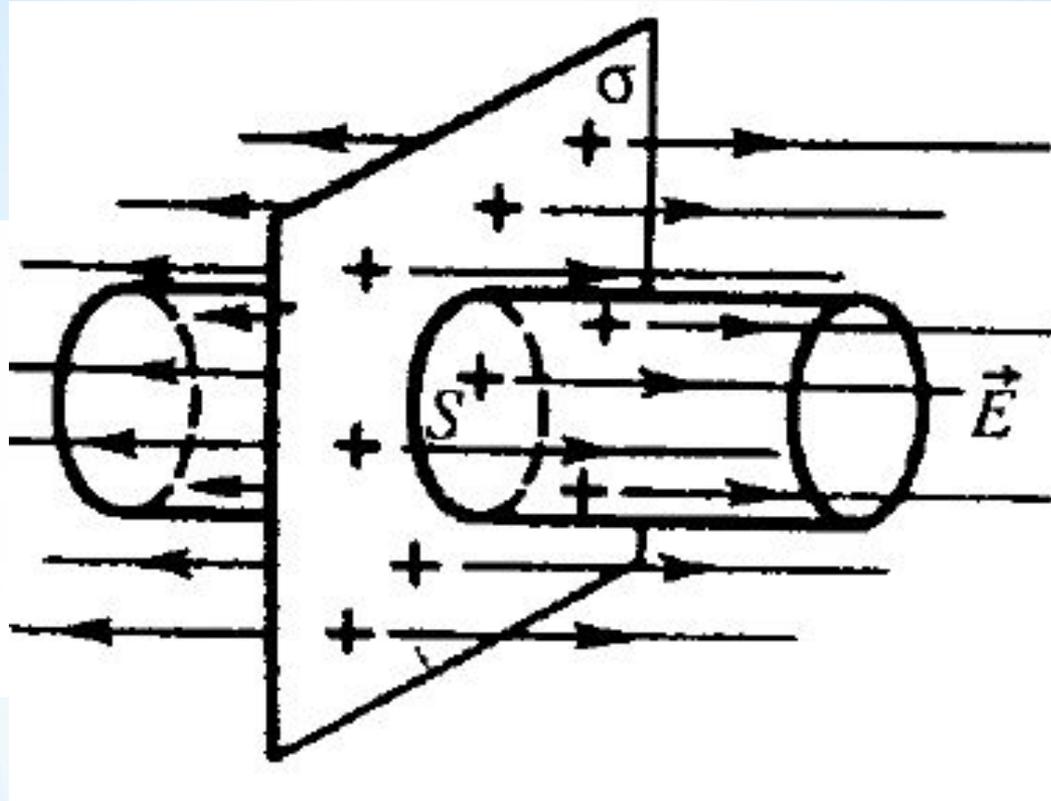
$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

## 4. Применение теоремы Гаусса

*Равномерно заряженная бесконечная плоскость.*

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью

$$+\sigma = dq / dS$$



Заряд, заключенный внутри цилиндра, равен  $\sigma S$ .

По теореме Гаусса,

$$2ES = \sigma S / \varepsilon_0$$

откуда:

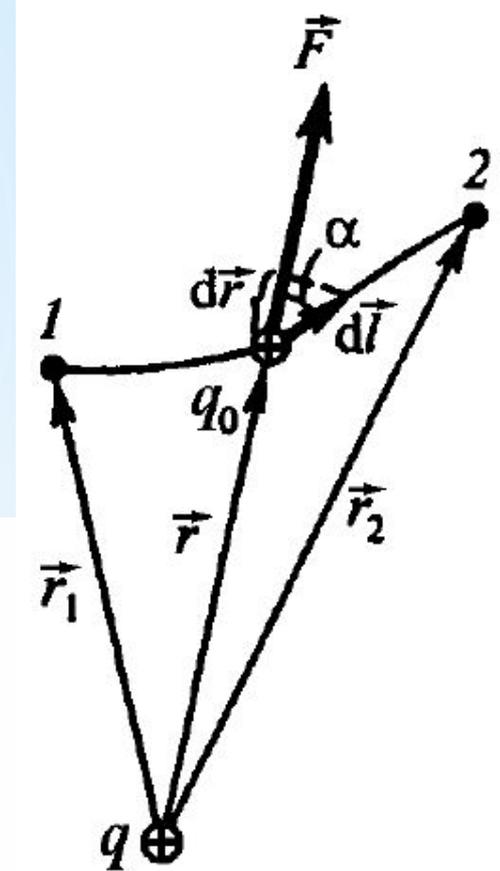
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

## 5. Работа по перемещению заряда. Потенциал.

Работа при перемещении заряда  $q_0$ , из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right)$$

Работа  $A_{12}$  не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек



Работу  $A_{12}$  можно представить, как разность потенциальных энергий заряда  $q_0$  в начальной и конечной точках заряда  $q$ :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2$$

Потенциальная энергия заряда  $q_0$ , находящегося в поле заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от него равна

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} + \text{const}$$

Считая, что при удалении заряда на бесконечность, потенциальная энергия обращается в нуль, получаем:

$$\text{const} = 0$$

Отношение  $\frac{W}{q_0}$  не зависит от пробного заряда  $q_0$  и является, энергетической характеристикой поля, называемой потенциалом:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}$$

Потенциал  $\varphi$  в какой-либо точке электростатического поля есть скалярная физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Например, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $q$ , равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$$

*Потенциал - физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.*

**Единица потенциала - вольт  
(В)**

Работу электростатического поля по перемещению заряда  $q$  между точками 1 и 2 можно искать как:

$$A = q(\varphi_2 - \varphi_1) = q\Delta\varphi$$

## 6. Электрическое поле в диэлектриках

Однородный диэлектрик объемом  $V$  помещенный во внешнее электрическое поле, *поляризуется*, т.е. приобретает дипольный момент

$$\overset{\boxminus}{P}_V = \sum_i \overset{\boxminus}{P}_i$$

где  $\overset{\boxminus}{P}_i$  – дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется векторная величина – **поляризованность** – которая определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика.

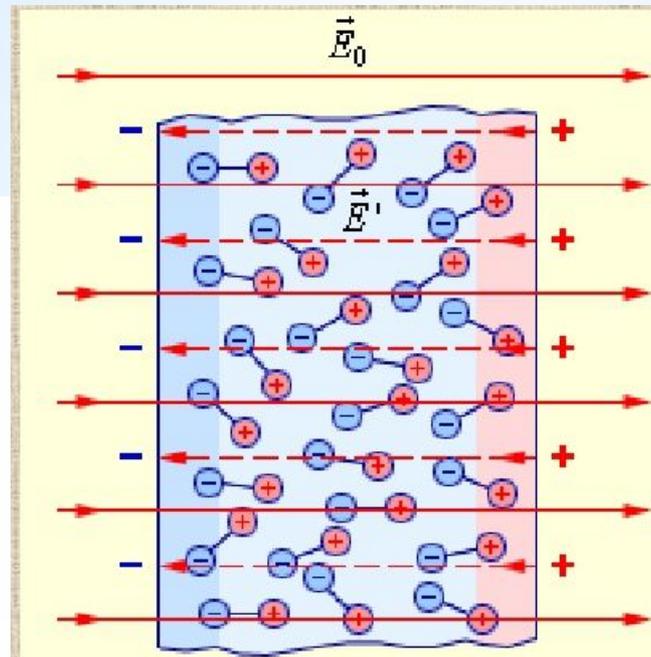
$$\overset{\boxtimes}{P} = \frac{\overset{\boxminus}{P}_V}{V} = \frac{\sum_i \overset{\boxminus}{P}_i}{V}$$

Поляризованность (для большинства диэлектриков за исключением сегнетоэлектриков) линейно зависит от напряженности внешнего поля.

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\chi$  - диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика (положительная безразмерная величина)

Результирующее поле внутри диэлектрика:



$$E = E_0 - E' = E_0 - \chi E$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Безразмерная величина  $\varepsilon = 1 + \chi = \frac{E_0}{E}$  называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Она характеризует способность диэлектриков поляризоваться в электрическом поле и показывает во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

Для описания (непрерывного) электрического поля системы зарядов с учетом поляризационных свойств диэлектриков вводится **вектор электрического смещения** (электрической индукции), который для изотропной среды записывается как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Единица электрического смещения – Кл/м<sup>2</sup>.