Колебания и волны

Механические колебания

- Свободные колебания:

$$m\ddot{x} = -kx,$$

или

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

Свободные электромагнитные колебания

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0. \qquad \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_{MAX} \cos(\boldsymbol{\omega}_0 \boldsymbol{t} + \boldsymbol{\alpha})$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \sqrt{1/\boldsymbol{LC}}$$

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) =$$

$$= I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2), \qquad (143.6)$$

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) =$$

$$= U_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \qquad (143.7)$$

Дифференциальное уравнение механических затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \qquad (146.9)$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

$$\delta^2 \langle\langle \omega_0^2$$

$$x = A\exp(-\delta t)\cos(\omega\ t + \alpha)$$

$$\omega^2 = \omega_0{}^2 - \delta^2$$

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \qquad (146.7)$$

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \qquad (146.8)$$

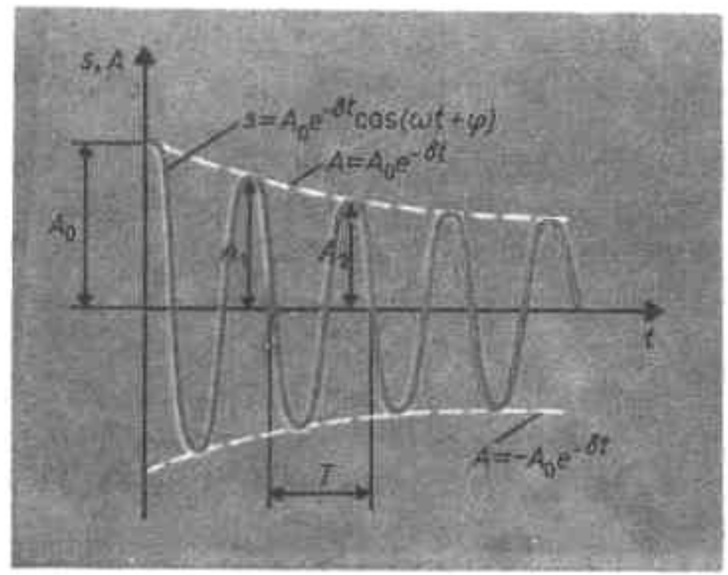


Рис. 208

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний в электрическом колебательном контуре

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0.$$

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0.$$

$$Q = Q_{MAX}\exp(-\delta t)\cos(\omega\ t + \alpha)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \qquad (146.13)$$

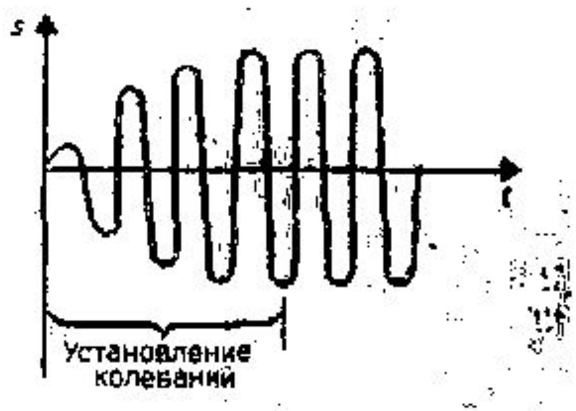
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (146.14)$$

Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t.$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t. \quad (147.2)$$

$$x = A\exp(-\delta t)\cos(\omega\, t + \alpha) + \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}\cos(\omega t - \varphi)$$



$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (147.9)$$

$$A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (148.2)$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электрических колебаний

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = \frac{U_m}{L}\cos\omega t.$$

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = (U_m/L)\cos\omega t. \qquad (147.4)$$

$$Q_m = \frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{1/(\omega C) - \omega L}. \qquad (147.13)$$

Переменный ток

Переменный ток, текущий через резистор с сопротивлением

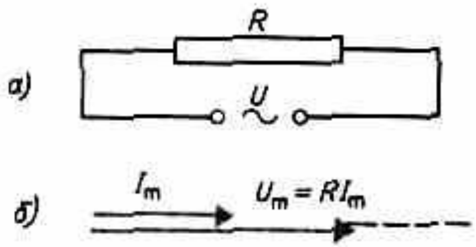


Рис. 213

Переменный ток, текущий через катушку с индуктивностью

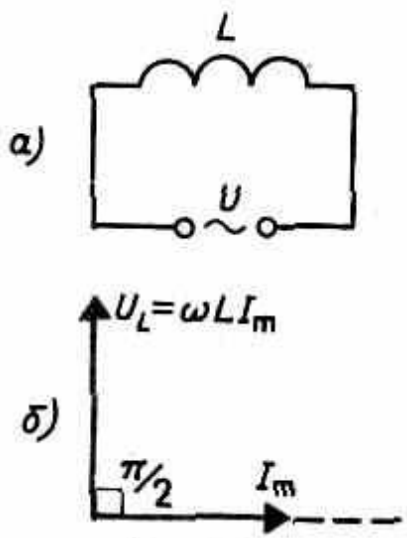


Рис. 214

LdI/dt=Umcosωt .

dI=(Um/L)cosωt/dt ,

$$I = \frac{U_m}{\omega L}\sin\omega t = \frac{U_m}{\omega L}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \qquad (149.4)$$

где

$$I_m = U_m/(\omega L).$$

RL=ωL

Падение напряжения *UL* опережает по фазе ток, текущий через катушку, на π/2,

Переменный ток, текущий через конденсатор емкостью *C*

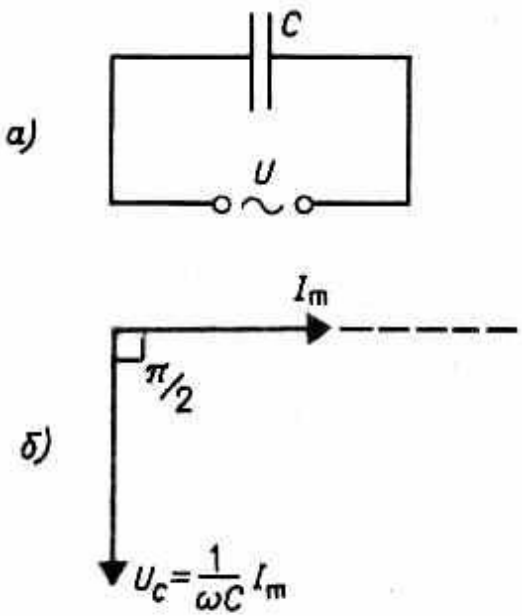


Рис. 215

Q/C=UC=Umcosωt.

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t =$$
$$= I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (149.7)$$

где

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{[1/(\omega C)]}.$$

UC=(1/ωC)Imcosωt.

Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.

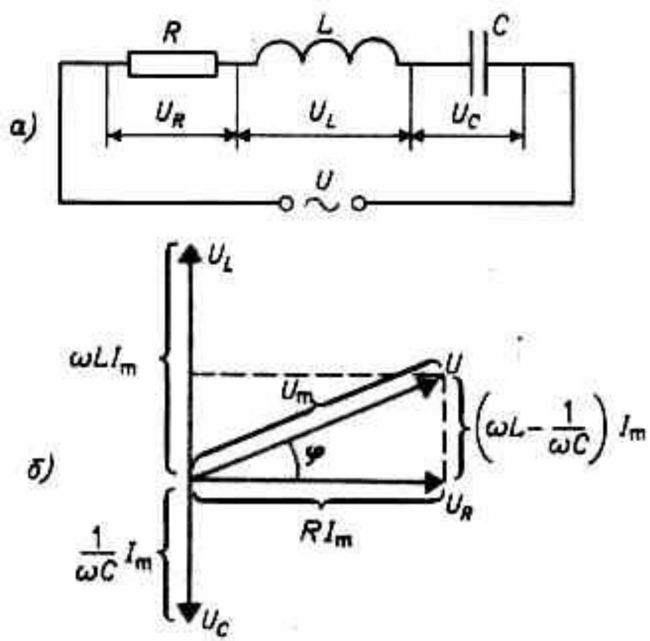


Рис. 216