

«Великая книга природы написана на языке математики»

Галилей

«Кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества»

1267г. английский философ

Роджер Бэкон

**Урок обобщения и  
систематизации знаний по  
теме**

**«Дифференциальные  
уравнения»**

*«Да, мир познания не гладок.  
И знаем мы со школьных лет  
Загадок больше, чем разгадок  
И поискам предела нет!»*

# Цели занятия

- *Обобщить и систематизировать материал по теме «Дифференциальные уравнения»*
- *Провести диагностику усвоения системы знаний и умений выполнять задания*

# План работы

1. Тестирование
2. Фронтальный опрос по теории
3. Групповая работа (решение задач)
4. Самостоятельная работа
5. Задачи прикладного характера (презентации)

«Скажи мне – и я забуду.

Покажи мне – и я запомню.

Вовлеки меня – и я научусь»

Древняя китайская пословица

# ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

## 1 вариант

1. 2,3,4

2. 4

3. 4

4. 1

5. 2

## 2 вариант

1. 2, 4

2. 1 и 4

3. 3

4. 1

5. 2

# Вопросы

1. *Какое уравнение называется дифференциальным?*
2. *Как определить порядок ДУ?*
3. *Какого порядка ДУ мы изучили?*
4. *Какие ДУ первого порядка вы знаете?*
5. *Какие ДУ второго порядка мы изучили?*
6. *Составить схему классификации ДУ на доске с помощью магнитов и названий ДУ, написанных на плакатах.*
7. *Может ли ЛДУ быть одновременно ЛДУ с разделяющимися переменными. Как решать такое уравнение?*
8. *Какие методы решения ЛДУ 1-го порядка вы знаете?*

ДУ

ДУ I  
порядка

ДУ II  
порядка

ДУ с  
разделяющимися  
переменными

Однородные ДУ

Линейные  
ДУ

ДУ сводящиеся к  
Понижению  
степени

ЛДУ с  
постоянным  
коэффициентом

# Типы дифференциальных уравнений

- $y'' + py' + q = 0$  ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами
- $y' + p(x)y = q(x)$  ЛДУ 1-го порядка
- $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$  ОДУ
- $y'' = f(x)$  ДУ 2-го порядка (почленн. интегр.)
- $P(x)Q(y)dx + M(x)N(y)dy = 0$  ДУ с разделяющимися переменными

# разделяющимися

## переменными

$$P(x)Q(y)dx + M(x)N(y)dy=0$$

- Выражают производную функции через дифференциалы  $dx$  и  $dy$ .
- Члены с одинаковыми дифференциалами переносят в одну сторону равенства и выносят дифференциал за скобку.
- Разделяют переменные.
- Интегрируют обе части равенства и находят общее решение.
- Если заданы начальные условия, то находят частное решение.

# Алгоритм решения ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + py' + qy = 0$$

- $\kappa'' + p\kappa' + q = 0$  (характеристическое ур-е)

$D = p^2 - 4q$	корни	Общее решение уравнения
$D > 0$	$\kappa_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$ $\kappa_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$	$Y = C_1 e^{\kappa_1 x} + C_2 e^{\kappa_2 x}$
$D = 0$	$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$	$Y = C_1 e^{\kappa x} + C_2 x e^{\kappa x}$
$D < 0$	$\kappa_{1,2} = \alpha \pm \beta x$	$Y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

# Алгоритм решения ДУ 2-го порядка методом почленного интегрирования.

$$y'' = f(x)$$

- Интегрируют обе части уравнения:  $y' = \int f(x) dx$  и находят  $y' = dy/dx$
- Интегрируя  $dy/dx$ , т.е.  $y = \int (\int f(x) dx)$ , находят общее решение, содержащее две произвольные постоянные

# Краткий алгоритм решения

ЛДУ 1-го порядка

$$y' + p(x)y = q(x)$$

- Приводят уравнение к виду  $y' + p(x)y = q(x)$  и определяют чему равны  $p(x)$  и  $q(x)$ .
- вычисляем интеграл  $\int p(x)dx$
- Вычисляем  $v(x) = e^{-\int p(x)dx}$
- Вычисляем  $u(x) = \int q(x)e^{\int p(x)dx} + C$
- Вычисляем  $y = u v = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} + C$

## Алгоритм решения однородного ДУ

$$P(x,y)dx + Q(x,y)dy=0$$

- Ввести новую переменную  $y=zx$
- Вычислить  $dy=zd x + xdz$
- Подставить  $y$  и  $dy$  в уравнение
- Получить ДУ с разделяющимися переменными и решать по схеме

# Оценка самостоятельной работы

- Если сумма баллов порядковых номеров решаемых примеров находится в пределах
- От 4 до 9, то оценка «3»
- От 10 до 15, то оценка «4»
- От 16 и выше – оценка «5»

# Задачи прикладного характера (презентации)

- *«Три пути ведут к знанию:*
- *Путь **размышления** – это путь самый благородный,*
- *Путь **подражания** – это путь самый легкий*
- *И путь **опыта** – это путь самый горький*  
*Конфуций*



Мы в такие ходили «дали»  
Что не очень то и «дойдешь»:  
Математику изучали,  
Не взирая на снег и дождь.  
Математика – вот наука,  
Развивает она умы.  
Не страшна никакая скука,  
Коль задачи все решены.