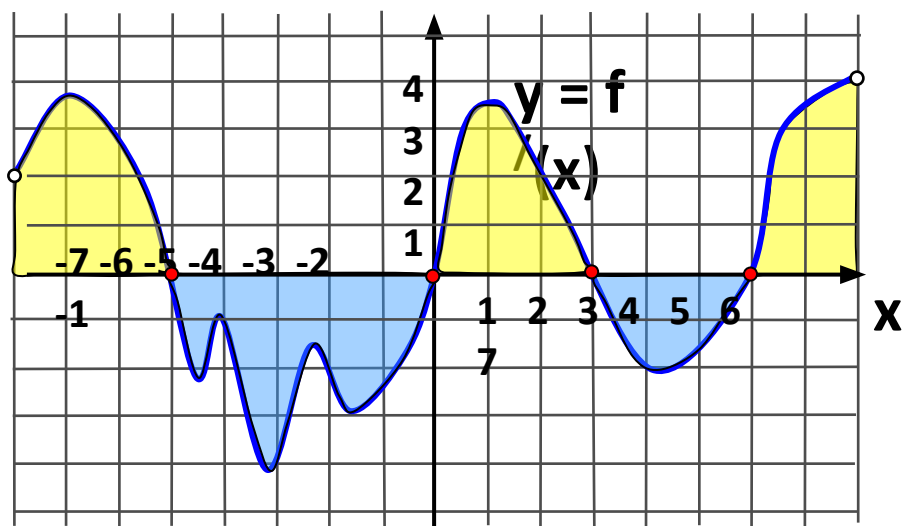


Исследование функции Геометрический смысл производной



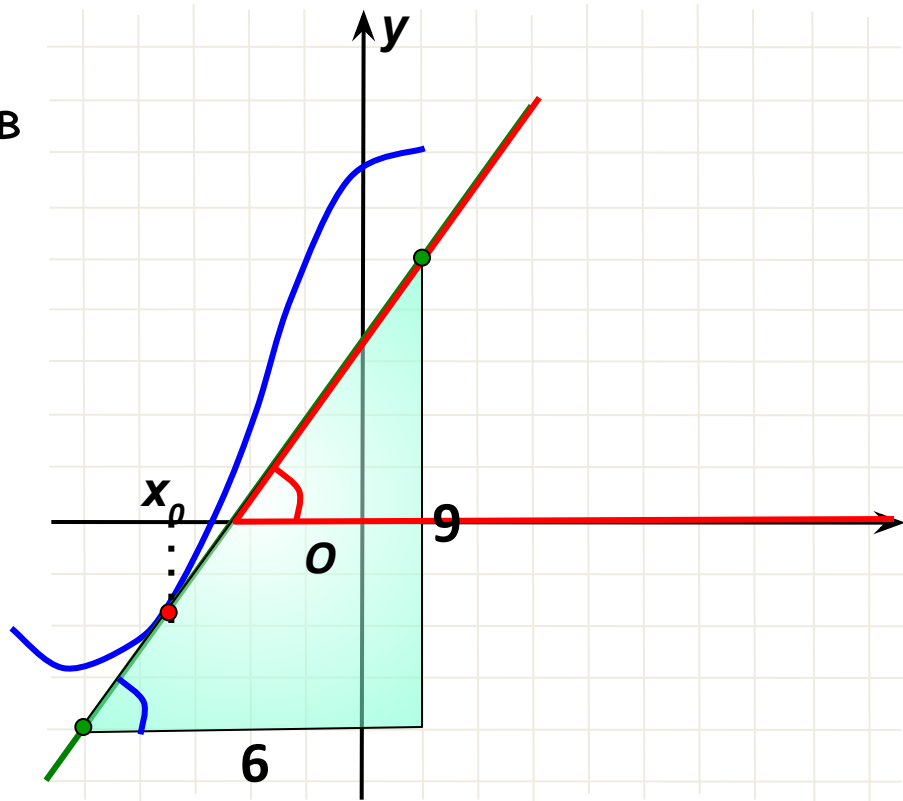
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , **острый**. Значит, значение производной в точке x_0 **положительно**.

Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами.

$$\operatorname{tg} \alpha = 9:6 = 1,5$$

Ответ 1,5.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

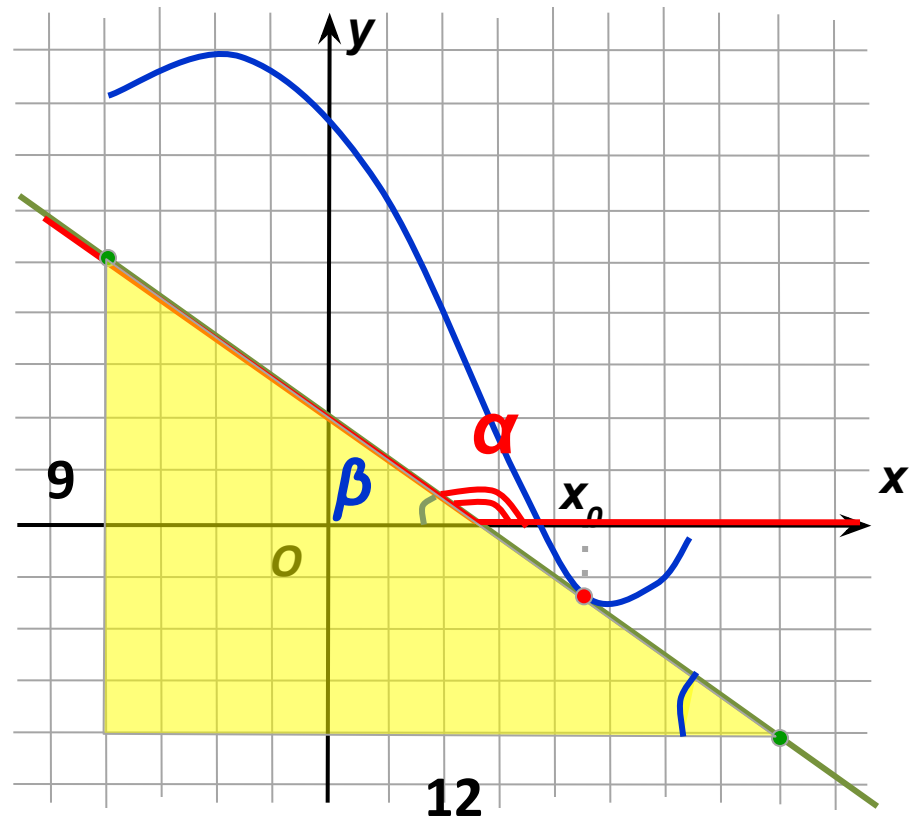
Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , тупой. Значит, значение производной в точке x_0 отрицательно.

Найдем тангенс смежного угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами.

$$\operatorname{tg} \beta = 9:12 = 0,75$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta = -0,75$$

Ответ $-0,75$.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

Уравнение прямой $y = kx + b$.

В этом уравнении угловой коэффициент k - искомая величина т.к.
 $f'(x_0) = k$

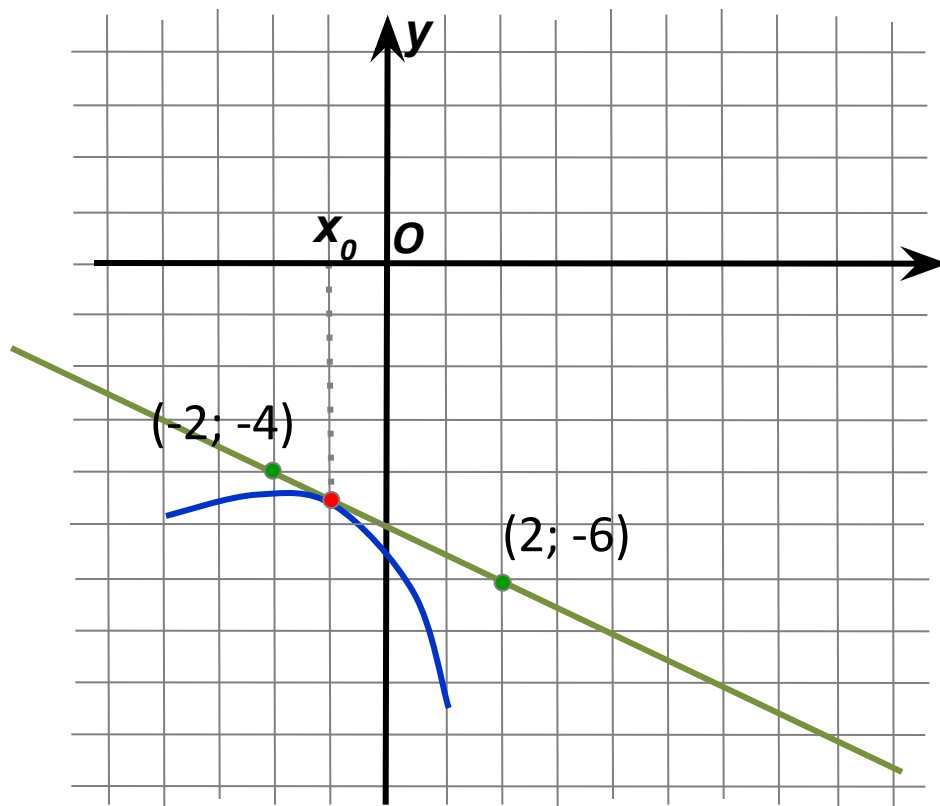
Подставим координаты известных точек в уравнение прямой.

$$\begin{cases} -6 = 2k + b. \\ -4 = -2k + b. \end{cases} \quad \text{⊖}$$

$$-2 = 4k \quad / : 4$$

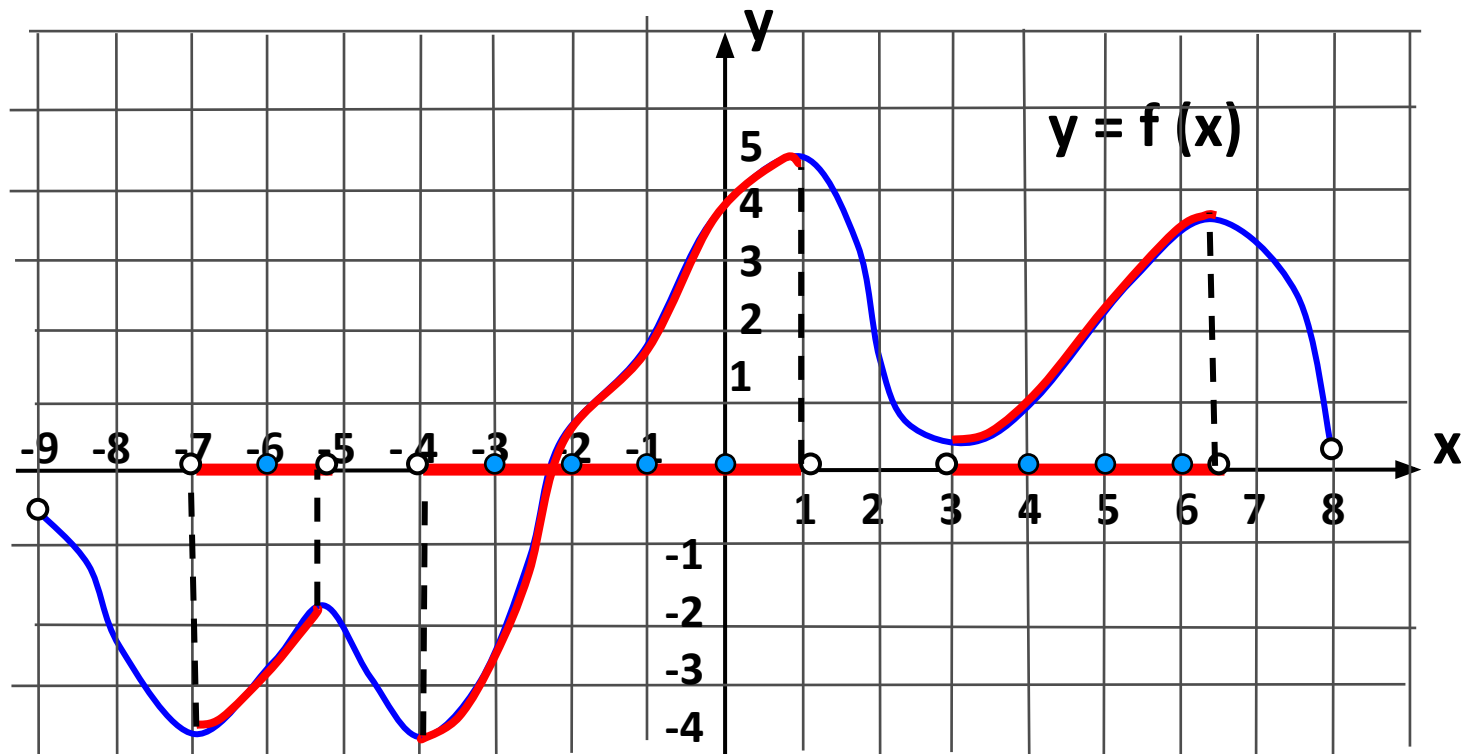
$$k = -2 : 4 = -0,5$$

Ответ -0,5.



На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Ответ 8

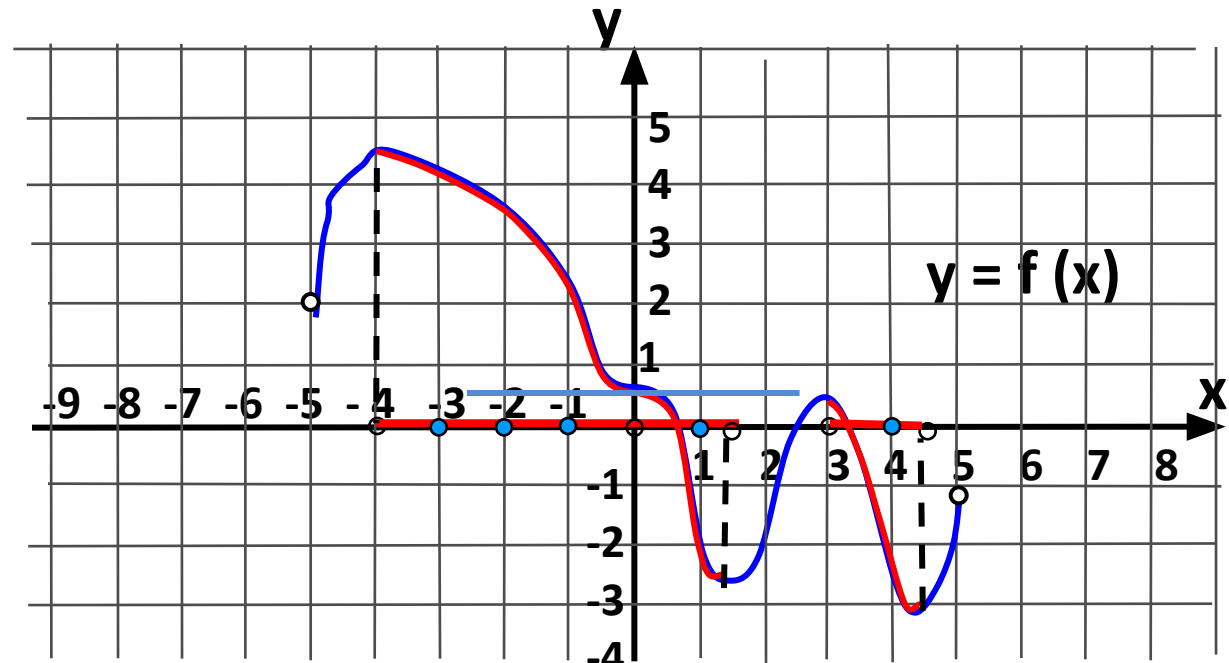


На промежутках, где производная функции $f'(x) > 0$, функция возрастает. Отметим эти участки графика (график поднимается вверх) и промежутки возрастания.

На отмеченных промежутках найдем целые точки. Точки $-7, -5, -4, 1, 3$ не входят в решение. В этих точках $f'(x) = 0$

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на $(-5;5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Ответ 5.

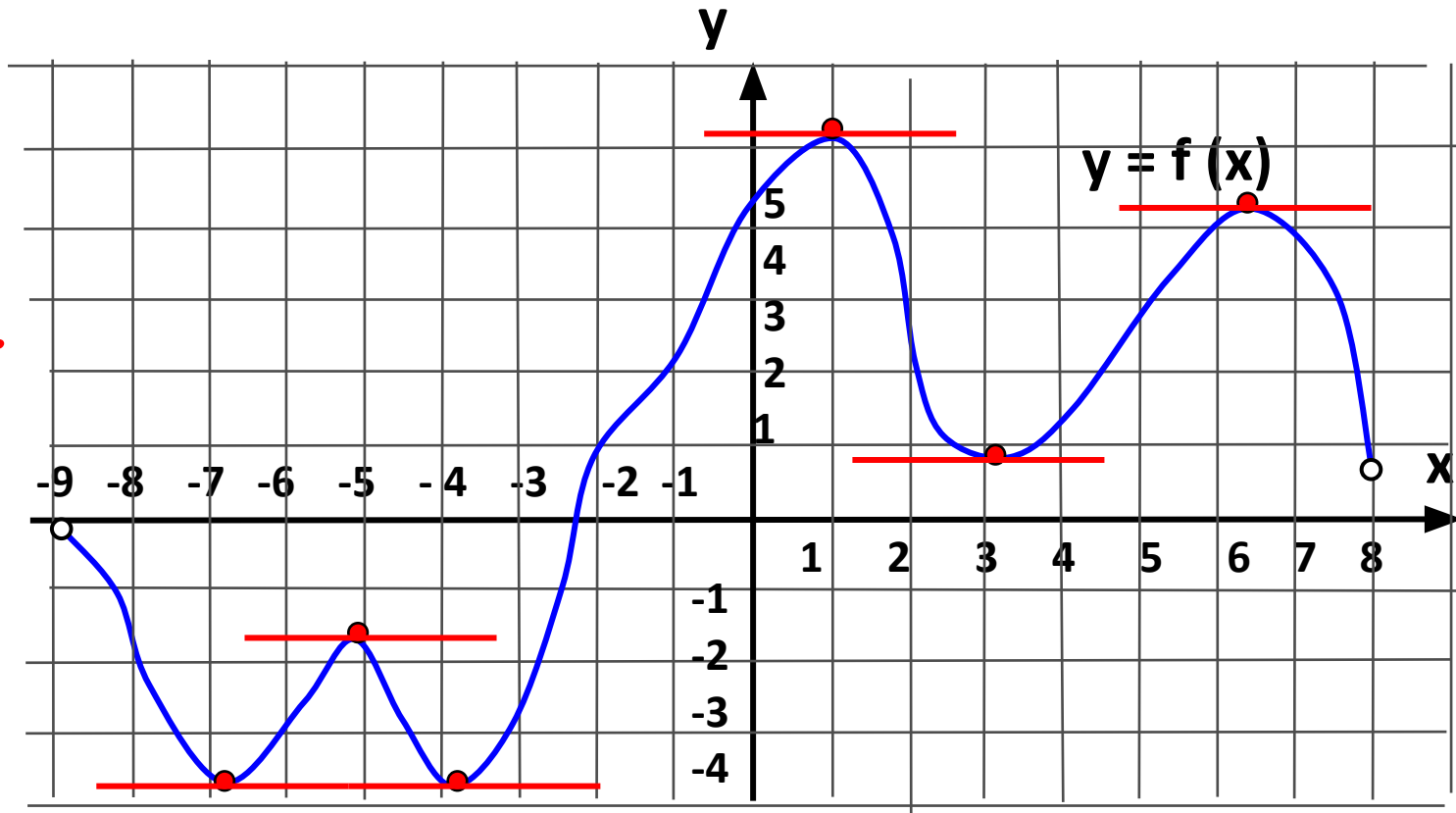


На промежутках, где производная функции $f'(x) < 0$, функция убывает. Отметим эти участки графика (график опускается вниз) и промежутки убывания.

На отмеченных промежутках найдем целые точки. Исключаем точки $-4, 0, 3$. В точке $x=0$ касательная параллельна оси x , а значит в этой точке и в точках -4 и 3 $f'(x) = 0$

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=10$.

Ответ 6.

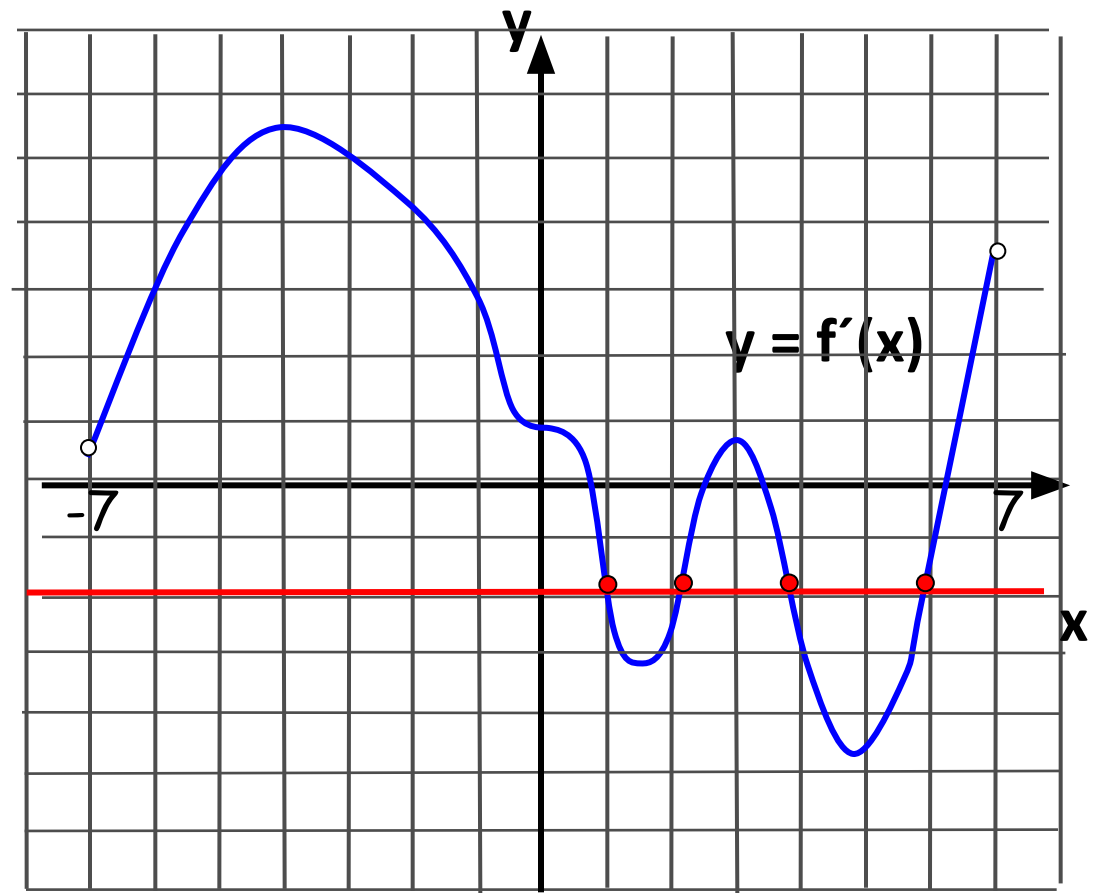


Угловый коэффициент касательной равен угловому коэффициенту прямой: $k=0$. Используя геометрический смысл производной следует, что $f'(x)=k=0$. В точках, где производная равна 0, касательная параллельна оси x .

На рисунке изображен график производной функции, определенной на интервале $(-7;7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=-2x+2$ или совпадает с ней.

Т.к. касательная параллельна прямой, то угловой коэффициент касательной равен угловому коэффициенту прямой: $k=-2$. Используя геометрический смысл производной следует, что $f'(x)=k=-2$.

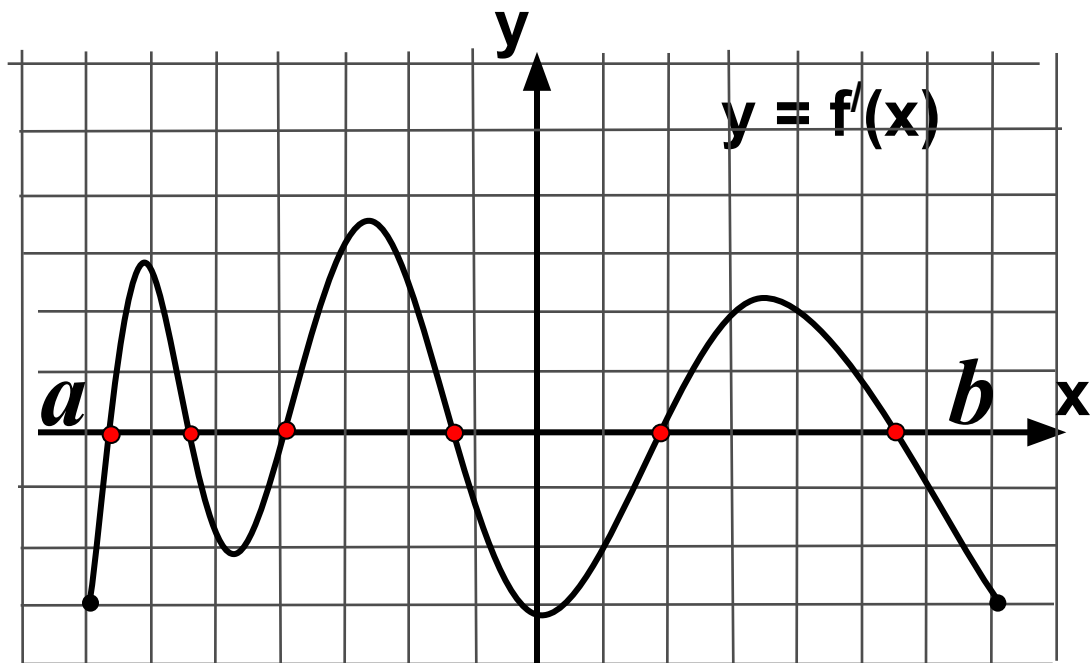
Ответ 4.



Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$
На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox .

В точках, где касательная параллельна оси Ox , производная равна 0. Отмечаем точки пересечения графика производной с осью Ox

Ответ 6.

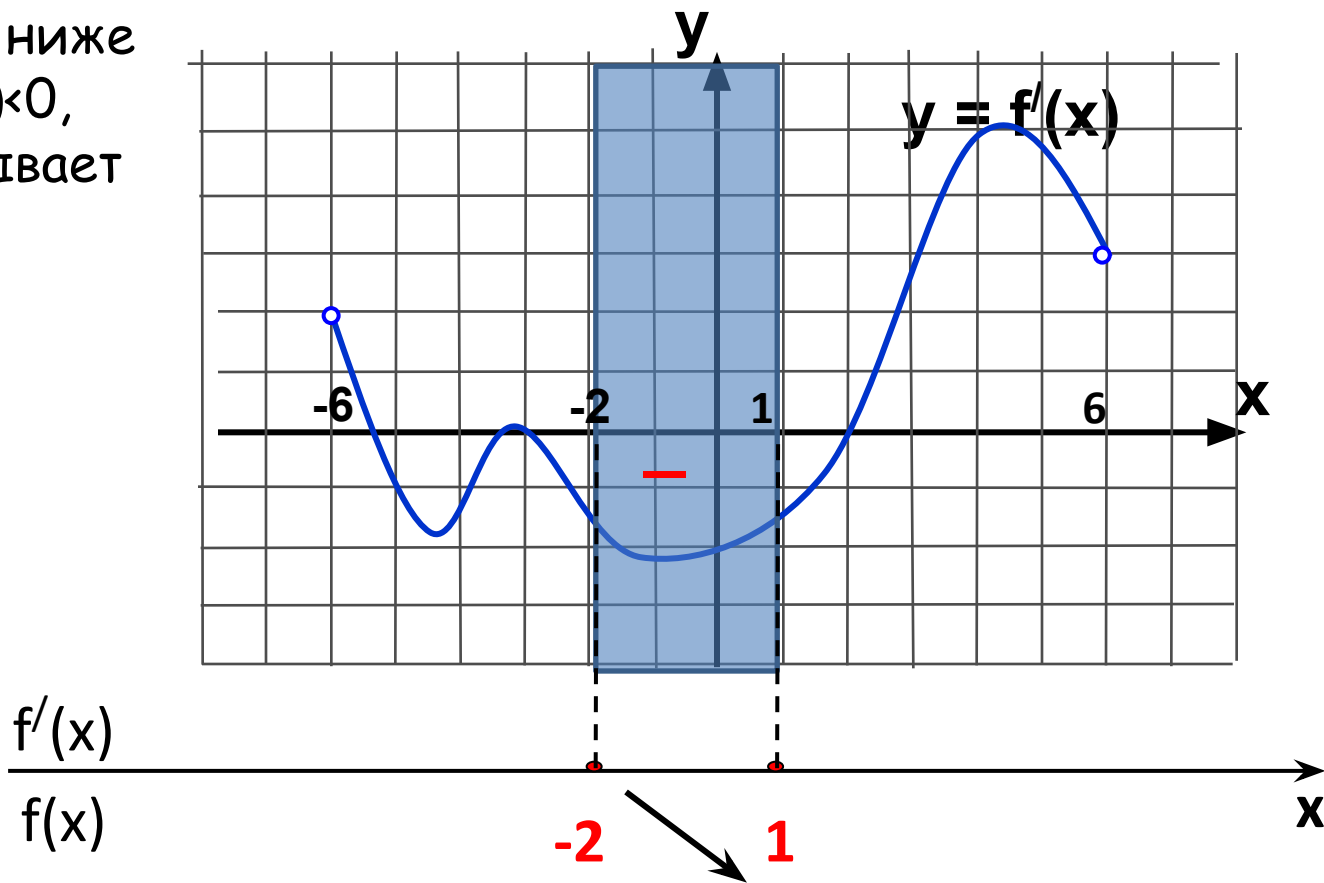


На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[-2; 1]$ $f'(x)$ принимает наибольшее значение?

На отрезке $[-2; 1]$ график расположен ниже оси Ox , значит $f'(x) < 0$, функция $y = f(x)$ убывает

Тогда наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в конце отрезка точке $x = -2$.

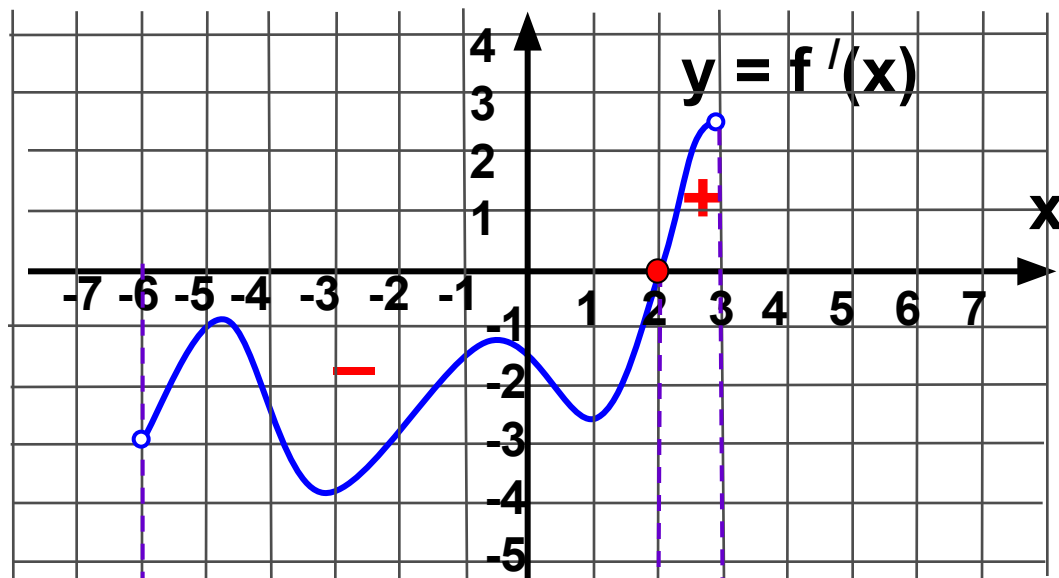
Ответ -2.



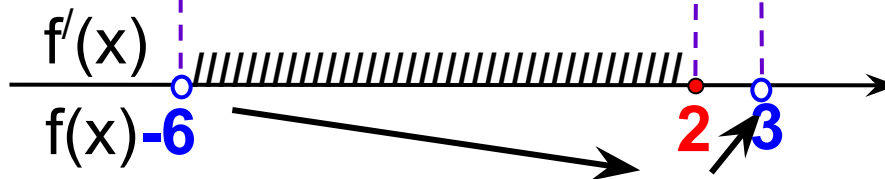
Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 3)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите длину промежутка убывания этой функции.

На промежутке $(-6; 2)$ $f'(x) < 0$ т.к. график производной ниже оси Ox .

На промежутке $(2; 3)$ $f'(x) > 0$ т.к. график производной выше оси Ox .



Ответ 8.

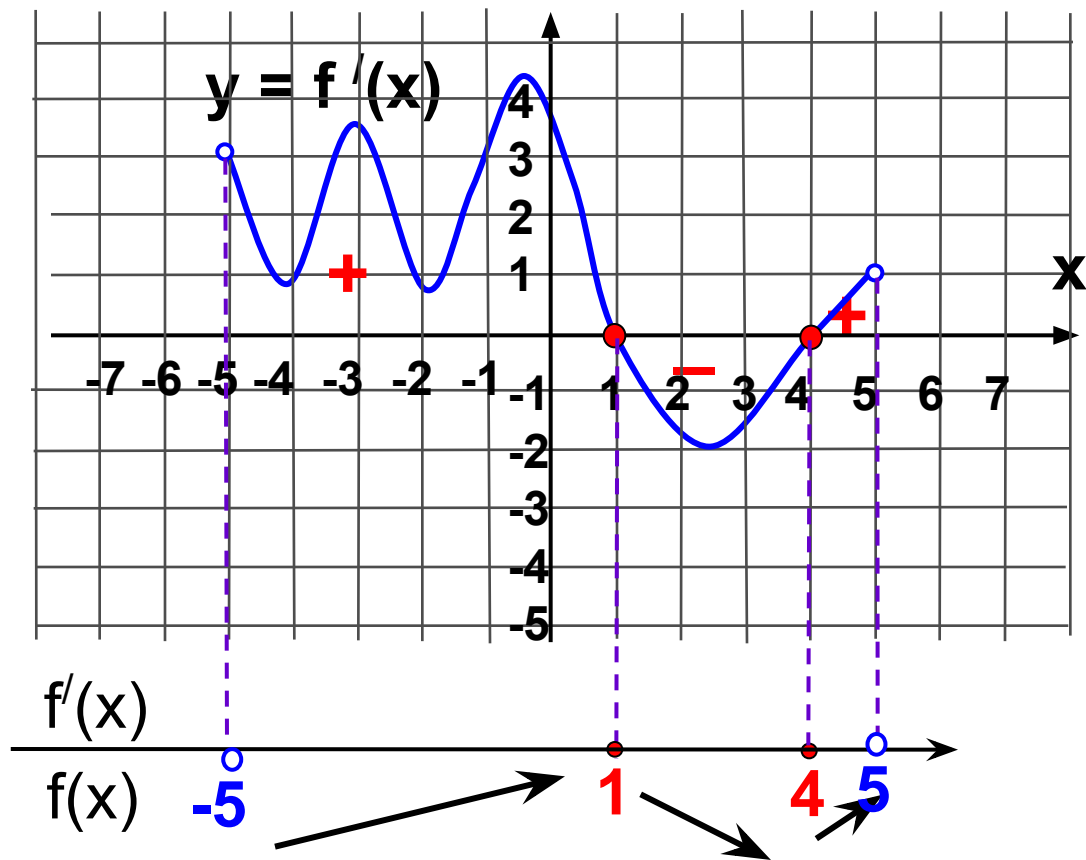


На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$. Исследуйте функцию на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.

На промежутке $(-5; 1)$ $f'(x) > 0$, т.к. график производной выше оси x .

На промежутке $(1; 4)$ $f'(x) < 0$, т.к. график производной ниже оси x .

На промежутке $(4; 5)$ $f'(x) > 0$, т.к. график производной выше оси x .



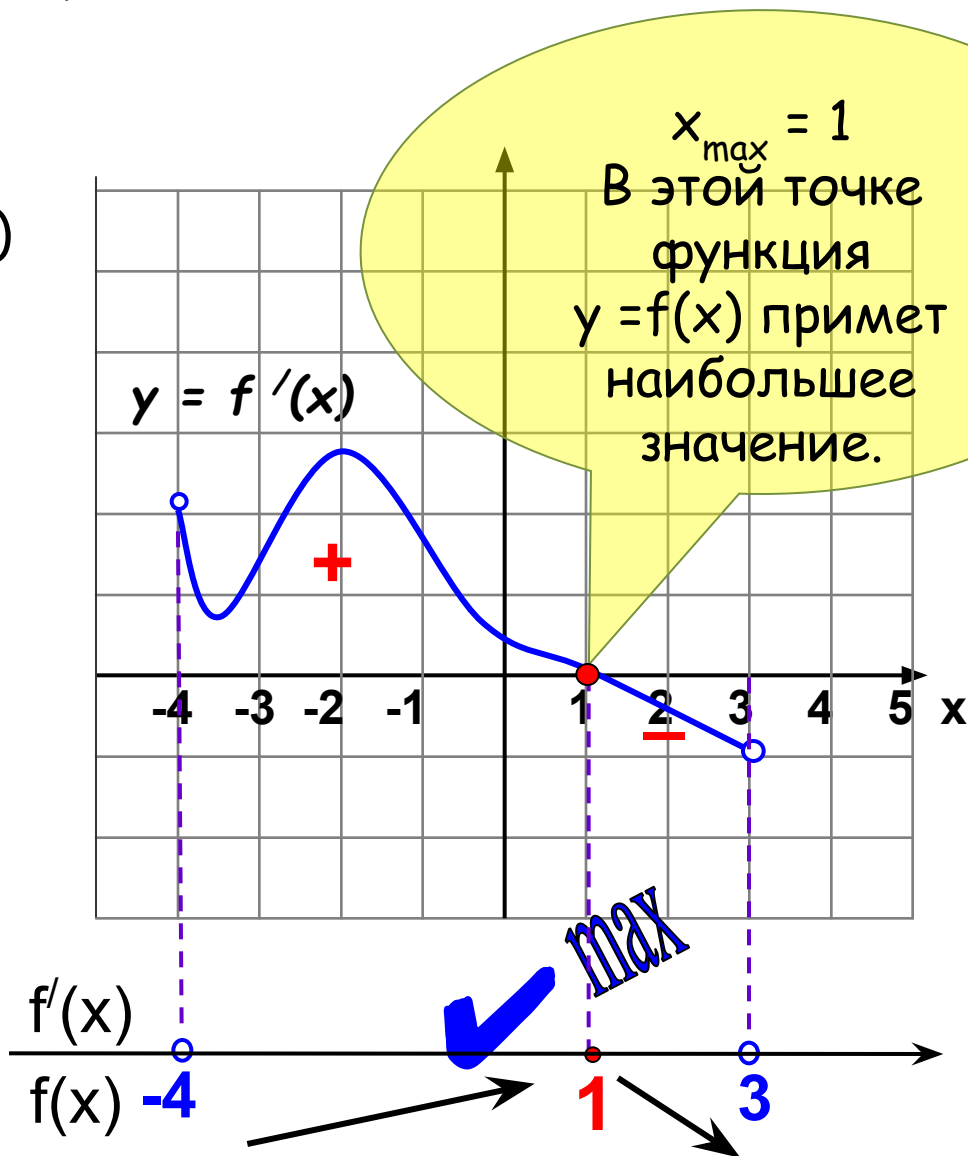
Ответ 1.

Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 3)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.

На промежутке $(-4; 1)$ $f'(x) > 0$, т.к. график производной выше оси x .

На промежутке $(1; 3)$ $f'(x) < 0$, т.к. график производной ниже оси x .

Ответ 1.

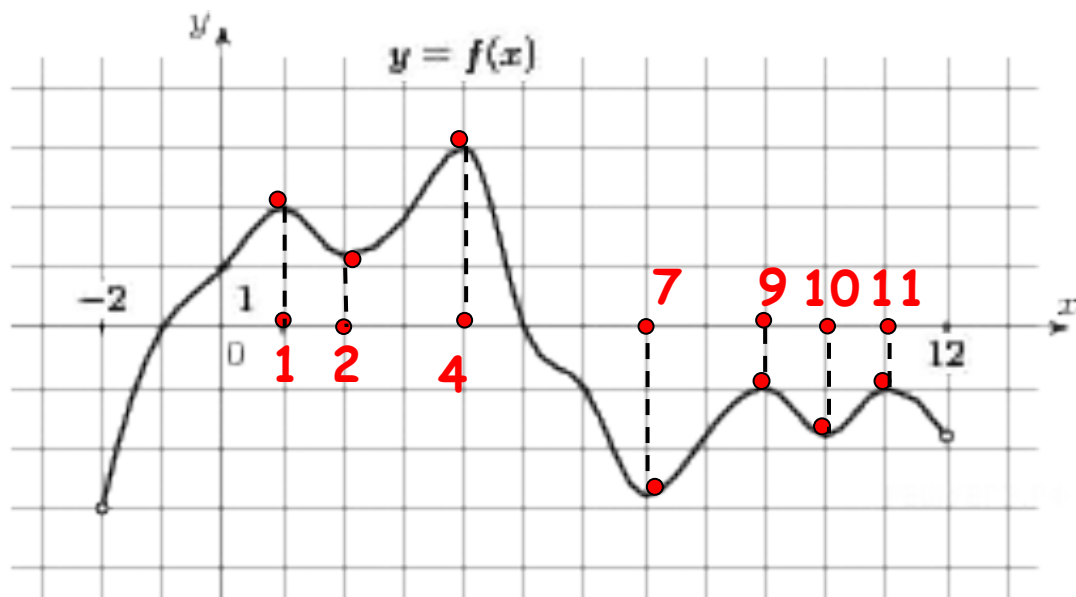


На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $y = f(x)$.

В точках максимума
возрастание функции
меняется на убывание. Это
точки 1, 4, 9, 11

В точках минимума
убывание функции
меняется на возрастание.
Это точки 2, 7, 10

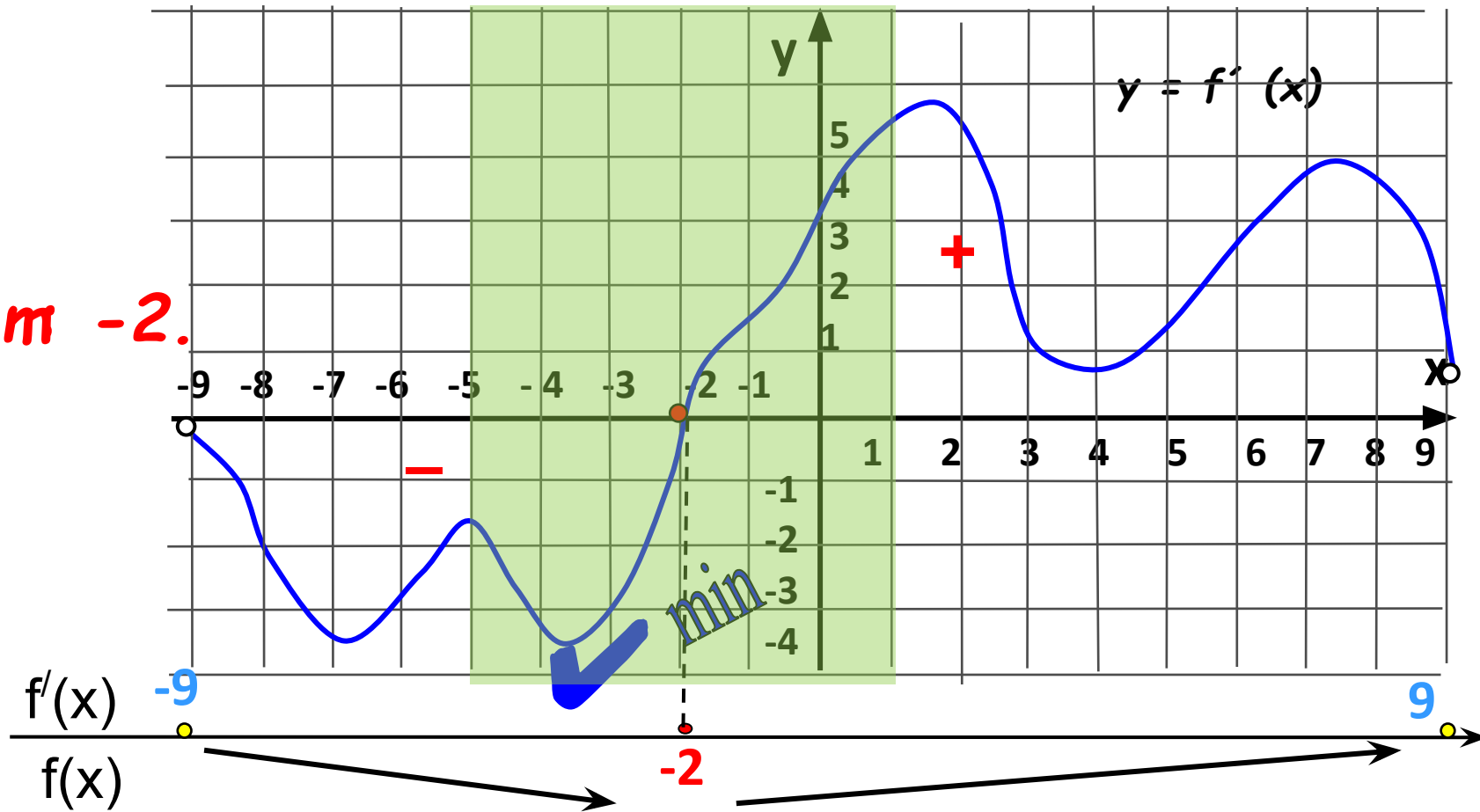
Сумма точек экстремума
равна $1+4+9+11+2+7+10=44$



Ответ 44.

На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9;9)$. Найдите точку экстремума функции на отрезке $[-5;1]$

Ответ -2.



Экстремумами функции являются точки, в которых $f'(x)=0$. На графике производной - это точки пересечения с осью Ox . График производной пересекает ось Ox в точке $x=-2$.

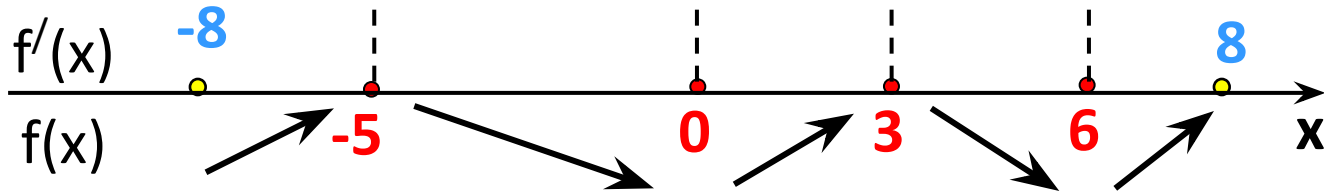
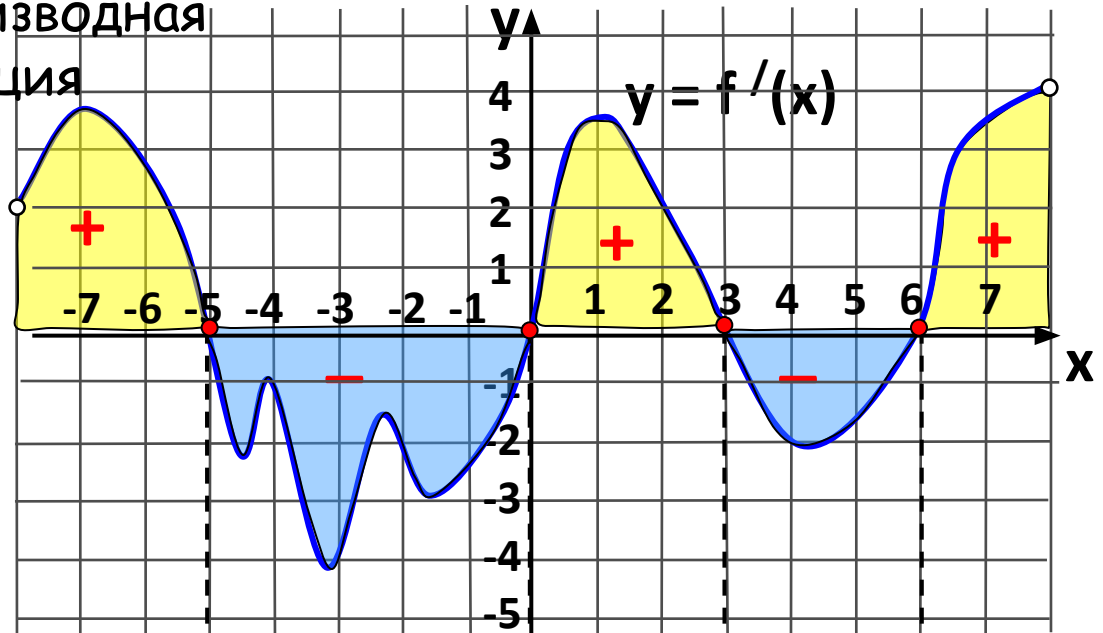
Точка $x=-2$ принадлежит отрезку $[-5;1]$

На рисунке изображен график производной функции $y=f'(x)$, определенной на интервале $(-8;8)$. Найдите промежутки возрастания функции. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

На промежутках, где производная функции $f'(x) > 0$, функция возрастает.

В точках $-5, 0, 3$ и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Сложим целые числа:
 $-7, -6, -5, 0, 1, 2, 3, 6, 7$

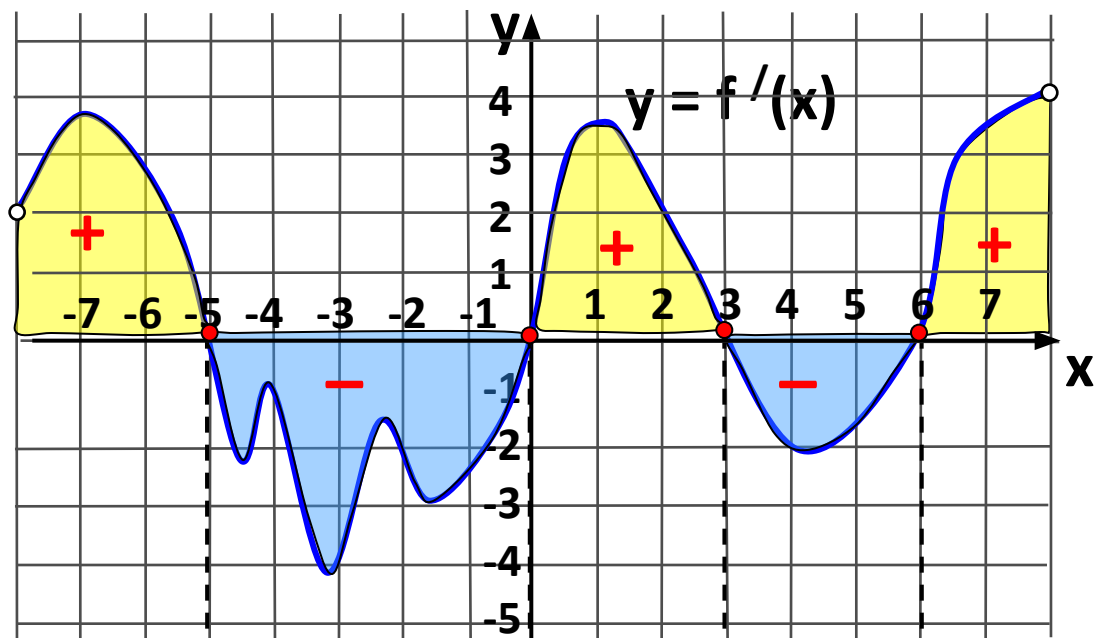


Ответ 1.

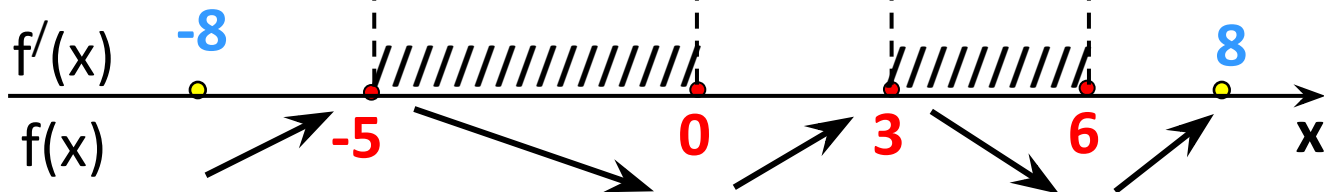
На рисунке изображен график производной функции $y=f'(x)$
 Найдите промежутки убывания функции. В ответе укажите длину
 наибольшего из них.

На промежутках, где
 производная функции
 $f'(x) < 0$, функция
 убывает.

В ходе исследования
 получили два
 промежутка убывания:
 $[-5;0]$ и $[3;6]$



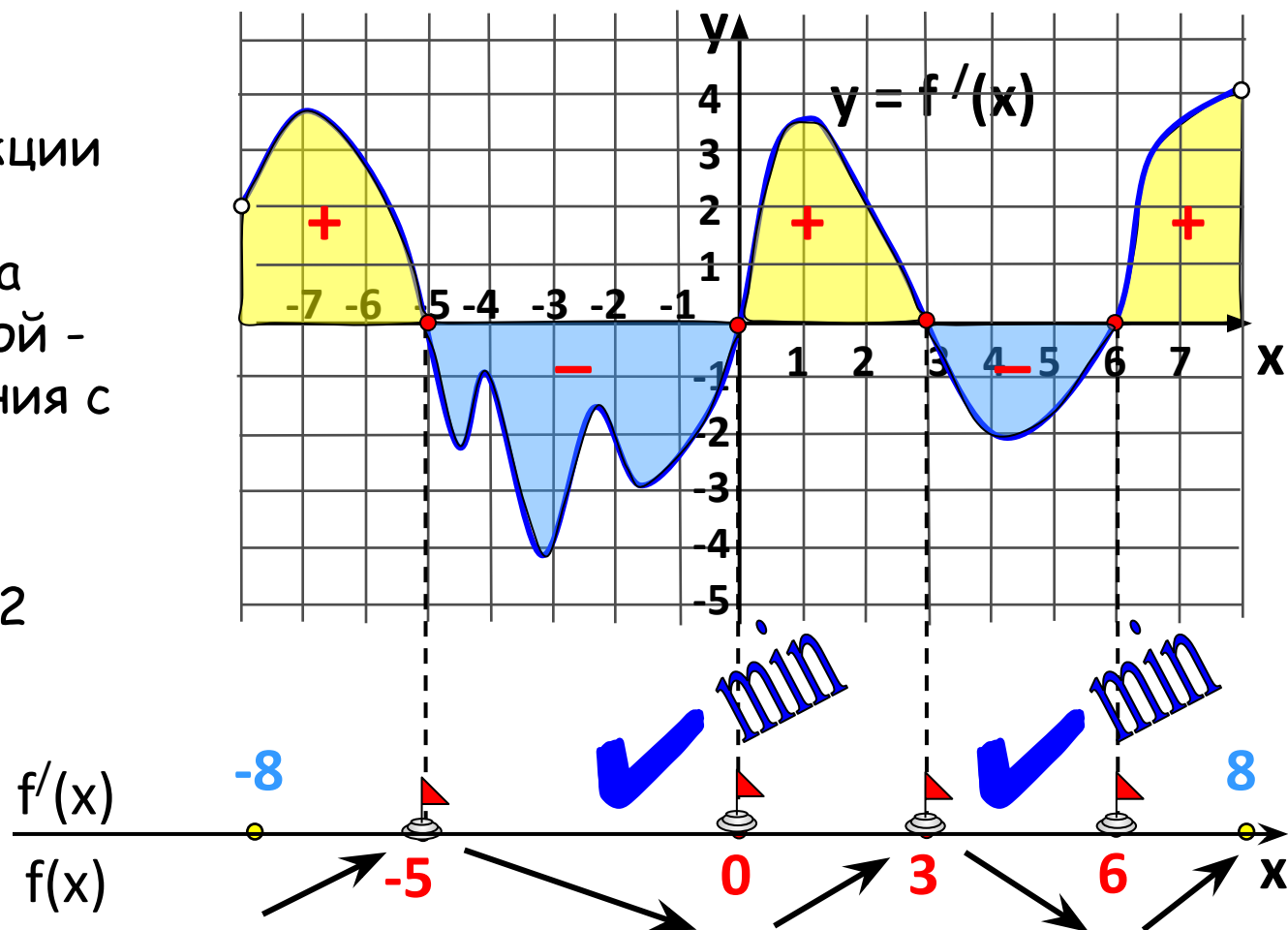
Ответ 5.



На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-8; 8)$. Найдите количество точек минимума функции на заданном интервале.

Экстремумами функции являются точки, в которых $f'(x) = 0$. На графике производной - это точки пересечения с осью Ox

Получили 4 точки экстремума, из них 2 точки минимума



Ответ 2.



Спасибо
за внимание!

