

**ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ  
ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО).  
РЕЛЯТИВИСТСКАЯ  
ДИНАМИКА**

# План лекции

<u>1.1. Необходимость переопределения импульса в релятивистской динамике</u>	3
<u>1.2. Релятивистская энергия частицы.</u>	6
<u>1.3. Кинетическая энергия частицы</u>	8
<u>1.4. Релятивистская масса частицы. Частицы с нулевой массой.</u>	10
<u>1.5. Задачи</u>	

# 1.1. Необходимость переопределения импульса в релятивистской динамике

В релятивистской механике СТО под массой частицы понимают **ту же самую** (как и в нерелятивистской) **величину**: масса – мера инертности, неотрицательный параметр частицы, **один и тот же во всех ИСО**, т.е. **инвариантный относительно преобразования Лоренца**.

Однако, уравнение движения частицы в виде

$$m a = F \quad (*)$$

**в релятивистской области не работает**, и в этом нетрудно убедиться:

движение электрона в постоянном однородном электростатическом поле напряженностью  $E$

$$m_e \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (-e)E$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 - \frac{e}{m_e} E t \quad \xrightarrow{v_0 = 0} \quad \mathbf{v}(t) = \frac{e}{m_e} E t$$

$E = 1 \text{ МВ/м} = 10^6 \text{ В/м}$   
 $t = 2 \text{ нс} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ с}$

$v \approx 3,52 \cdot 10^8 \text{ м/с}$   
 $v > c!$   
**абсурд!**

Другая версия

(\*):

$$\frac{d\overset{\square}{p}}{dt} = \overset{\square}{F} \quad (**)$$

Если использовать определение  $\overset{\square}{p} \equiv m\overset{\square}{v}$ :

- получим снова выражение (\*);
- можно доказать, что закон сохранения импульса не будет инвариантен при переходе из одной ИСО к другой

Нерелятивистское определение импульса надо «переопределить», можно доказать, что 2-й з-н Ньютона в форме (\*\*) будет инвариантом, если

$$\overset{\square}{p} = \frac{m\overset{\square}{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивистский импульс

движение электрона в  
постоянном  
однородном  
электростатическом  
поле...

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_0 - e\vec{E}t \quad \longrightarrow$$

$$\longrightarrow p(t) = eEt$$

$$\frac{m_e v(t)}{\sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}}} = eEt$$

$$v(t) = c \frac{eEt}{\sqrt{(eEt)^2 + (m_e c)^2}}$$

Из последней формулы видно, что при всех конечных  $t \longrightarrow v(t) < c$  ! ч.м.д.

## 1.2. Релятивистская энергия частицы. Связь между энергией и импульсом. Энергия покоя. Формула Эйнштейна. Эквивалентность массы и энергии.

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивистская энергия м.т.

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = \text{inv}$$

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = (mc)^2$$

(\*\*\*)

**Покоящаяся частица (материальная точка) обладает отличной от нуля энергией:**

$$E_0 = mc^2$$

Энергия

«Это выражение – знаменитая формула Эйнштейна, она определяет внутреннюю энергию частицы (материальной точки), не связанную с ее движением. Можно сказать так, что это энергия, которой частица обладает только вследствие того, что она существует...»

Горячее покоящееся тело имеет большую энергию и массу, чем это же тело после остывания. Энергия покоя и масса возбужденного атома больше, чем энергия и масса того же атома, находящегося в основном состоянии. Масса покоя ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов (**дефект масс**). Энергия покоя ядра равна сумме энергий покоя нуклонов плюс энергия их взаимодействия; последняя отрицательна и равна энергии связи, взятой со знаком «-».

Из сказанного следует что, **масса целого, вообще говоря, не равна сумме масс составляющих его элементов, и закон сохранения массы в природе отсутствует.** Это касается и энергии покоя.

Простая взаимосвязь между массой и энергией покоя, выражаемая формулой Эйнштейна, трактуется как **эквивалентность массы и энергии.**» (Электронный учебник Е.Н Погорелов «Практически ориентированный курс физики» ). Т.е.

$$\Delta E_0 = \Delta mc^2$$

### 1.3. Кинетическая энергия частицы

$$T \equiv E - E_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad \text{если} \quad \delta = v^2 / c^2$$

а затем

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \delta}} - 1 = \frac{1}{2} \delta + \frac{3}{8} \delta^2 + \dots$$

пренебрегая членами высокого порядка

$$T = \frac{mv^2}{2} \rightarrow \text{как в классической механике!!}$$



## Найдем связь между энергией и импульсом

Итак 
$$E = T + E_0 = T + mc^2$$

подставим в (\*\*\*)

$$E^2 - p^2 c^2 = E_0^2 \Rightarrow$$

$$p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 \longrightarrow$$

$$p^2 c^2 = (E - E_0)(E + E_0) = T(T + 2E_0) = T(T + 2mc^2)$$


$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2mc^2)}$$

при  $T \ll mc^2 \longrightarrow p = \sqrt{2mT}$

как в классической  
механике!!

## 1.4. Релятивистская масса частицы. Частицы с нулевой

массой.

$$m_r \equiv \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$\vec{p} = m_r \vec{v}$$
$$E = m_r c^2$$


В природе существуют очень интересные объекты – **частицы с нулевой массой**. Примером такой частицы является **фотон** – квант электромагнитного излучения. Выражение для релятивистской энергии

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

показывает, что она может быть отличной от нуля при  $m = 0$  только в том случае, если скорость частицы (всегда, относительно любой инерциальной системы отсчета!) равна  $c$

**Тест.** Тело кубической формы движется со скоростью  $V = c/2$  относительно лабораторной системы отсчета. Найти отношение его плотности в лабораторной системе отсчета к плотности в собственной.

**4.** До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: 1) электронов; 2) протонов; 3) дейтронов.

**5.** Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость составила 95% скорости света?

**6.** Найти скорость мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

7. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию электрона.

8. Какому изменению массы соответствует изменение энергии на  $4,19\text{Дж}$ ?