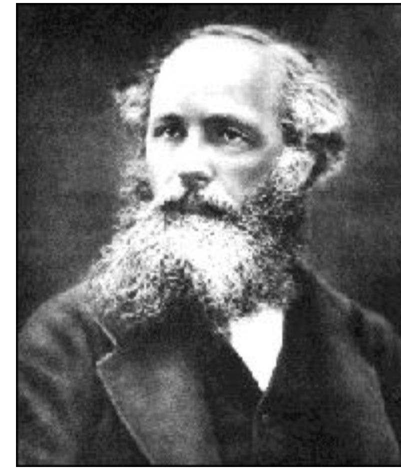
Тема № 2
Основные законы теории электромагнитного поля

Лекции № 3.
1. Система уравнений электродинамики.

Уравнения, сформулированные **Джеймсом Клерком Максвеллом**, возникли на основе ряда важных экспериментальных открытий, которые были сделаны в начале XIX века.



В частности, были известны:

- ✔ закон Кулона, описывающий силу взаимодействия между электрическими зарядами, теорема Гаусса,
- ✔ закон БиоСавара, описывающий магнитные поля, возбуждаемые движущимися электрическими зарядами и закон Ампера,
- ✔ Сила Лоренца - сила, с которой, в рамках классической физики, электромагнитное поле действует на точечную заряженную частицу.
- ✔ законы электромагнитной индукции Фарадея, согласно которым изменение магнитного потока порождает электрическое поле и индуцирует ток в проводниках (см. также Правило Ленца).
- ✔ гипотеза об отсутствии в природе магнитных монополей.

Теория Максвелла

Анализируя связь между величинами электрического и магнитного поля и обобщая результаты опытов Эрстеда и Фарадея, Максвелл создал теорию **электромагнитного поля**. Теория Максвелла – теория близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия распространяются со скоростью, равной скорости света в данной среде.

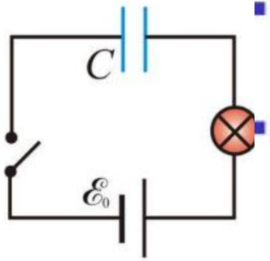
В основе теории Максвелла лежат **два положения.**

1. **Всякое переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.**

2. Всякое переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле

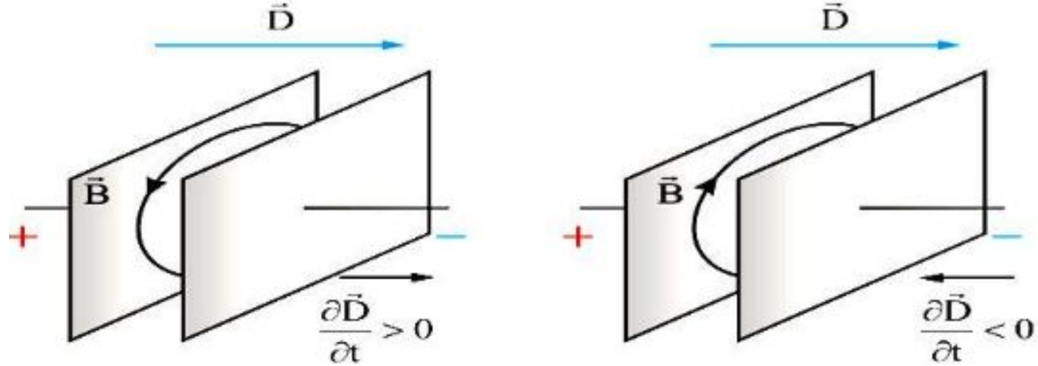
Открытие **тока смещения** позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений.

- **Если замкнуть ключ (рисунок), то лампа при *постоянном* токе – гореть не будет: емкость *C* – разрывает цепь *постоянного* тока.**
- **Но вот в моменты включения лампа будет вспыхивать.**



- **При переменном токе – лампа горит, но в то же время нам ясно, что электроны из одной обкладки в другую не переходят – между ними изолятор (или вакуум).**
- **А вот если бы взять прибор, измеряющий магнитное поле, то в промежутке между обкладками мы обнаружили *бы магнитное поле***

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$



D- вектор электрического смещения (индукция)

Между пластинами конденсатора заряды не могут перемещаться. Согласно Максвеллу, через конденсатор протекают токи смещения, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

Максвелл ввел понятие плотность тока смещения Рассмотрим, каково направление векторов плотностей токов проводимости и смещения. При зарядке конденсатора (рис.а) ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе усиливается.

В природе можно выделить два вида токов:
ток связанных зарядов и **ток проводимости**.

это перемещение средних положений связанных электронов и ядер, составляющих молекулу, относительно центра молекулы

это направленное движение на большие расстояния свободных зарядов (например, ионов или свободных электронов).

В случае, если этот ток идёт не в веществе, а в свободном пространстве, нередко вместо термина «**ток проводимости**» употребляют термин «**ток переноса**». Иначе говоря, ток переноса обусловлен переносом электрических зарядов в свободном пространстве заряженными частицами или телами под действием электрического поля.

В общем случае, токи проводимости и смещения в пространстве не разделены, они находятся в одном и том же объеме. Поэтому Максвелл ввёл понятие полного тока

Объемная плотность полного тока равна сумме объемной плотности тока переноса $\bar{\delta}$ и тока смещения $\bar{\delta}_c$:

$$\bar{\delta}_c = \frac{d\bar{D}}{dt}.$$

$$\bar{\delta}_П = \bar{\delta} + \bar{\delta}_c,$$

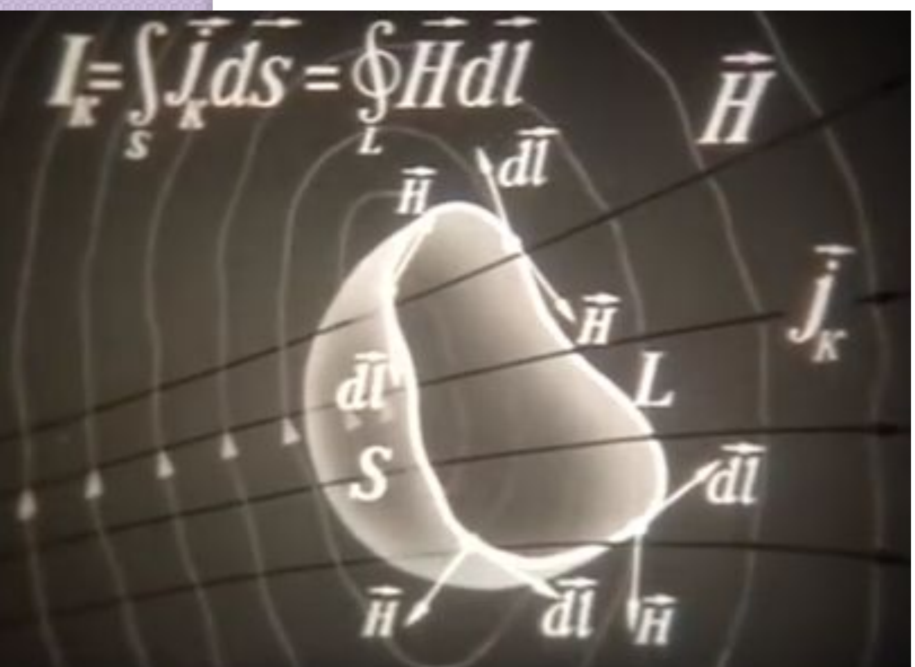
Закон показывает, что причиной **возникновения магнитного поля** является в **равной степени и ток переноса, и ток смещения**, а также устанавливает количественную связь между током и магнитным полем.

Ток смещения называется током, потому что его действие такое же, как тока переноса. Физически ток смещения обнаруживается потому, что переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля.

В среде движутся электрические заряды образуя конвекционный ток, плотность тока jk.

Электрический ток вызывает магнитное поле H.

Выделим в пространстве контур L на который опирается поверхность S. Величина тока который пронизывает эту поверхность равна интегралу плотности тока по поверхность S, количественную связь между величиной тока и напряженностью магнитного поля установил АМПЕР,

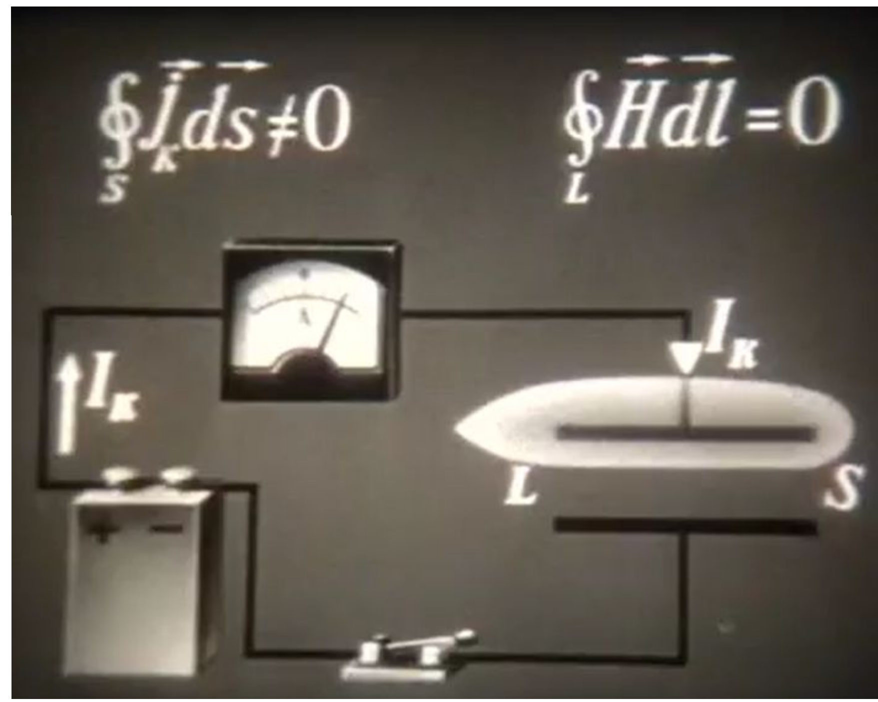


опытным путем он установил ток пронизывающий поверхность S равен циркуляции вектора напряженности магнитного поля по контуру L. Чтобы вычислить циркуляцию надо в каждой точки контура вектор напряженности поля скалярно умножить на векторный элемент дуги dl и проинтегрировать по контуру.

Будем заряжать плоский конденсатор от электрической батареи

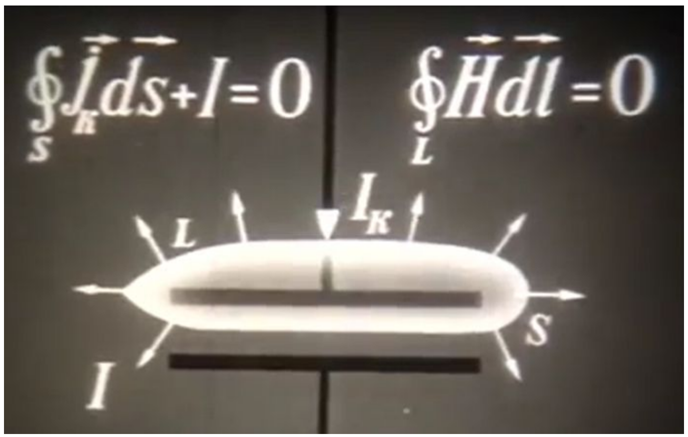
Рассмотрим состояние системы в некоторый момент времени

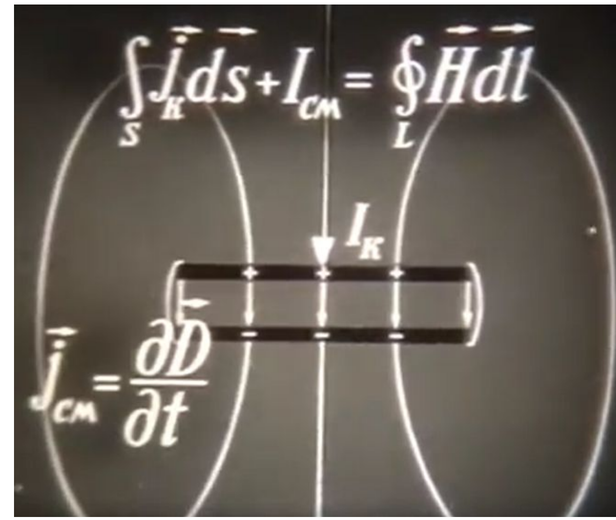
Построим поверхность S опирающийся на контур L.

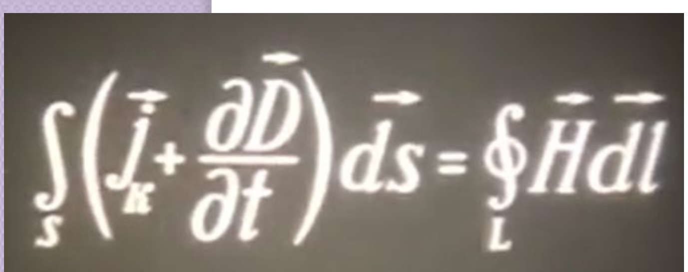


если уменьшать контур L стягивая в точку , циркуляция вектора магнитного поля будет стремиться к нулю, между тем амперметр в цепи конденсатора показывает , что ток втекает внутрь поверхность s ,таким образом интегралы не равны друг другу

Как разрешить эти противоречия, предположим что через поверхность S наружу вытекает такой же ток какой втекает во внутрь тогда сумма токов будет равна нулю Максвелл назвал это ток смещения. Ток смещения связан с изменением во времени электрического поля и плотность его равна скорости изменения вектора электрической индукции D.







Мы получили **закон полного тока (первое уравнение электродинамики) в интегральной форме.**

Согласно этому закону, циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна полному току, протекающему сквозь поверхность, натянутую на этот контур

Первое уравнение электродинамики: закон полного тока.

Закон полного тока в дифференциальной форме (для решения задач:

$$rot\,\overline{H} = \overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt}.$$

Согласно этому закону, вихрь вектора напряженности магнитного поля в каждой точке равен объемной плотности полного тока в этой точке.

Объемная плотность полного тока равна сумме объемной плотности тока переноса $\overline{\delta}$ и тока смещения $\overline{\delta}_c$:

$$\overline{\delta}_П = \overline{\delta} + \overline{\delta}_c,$$

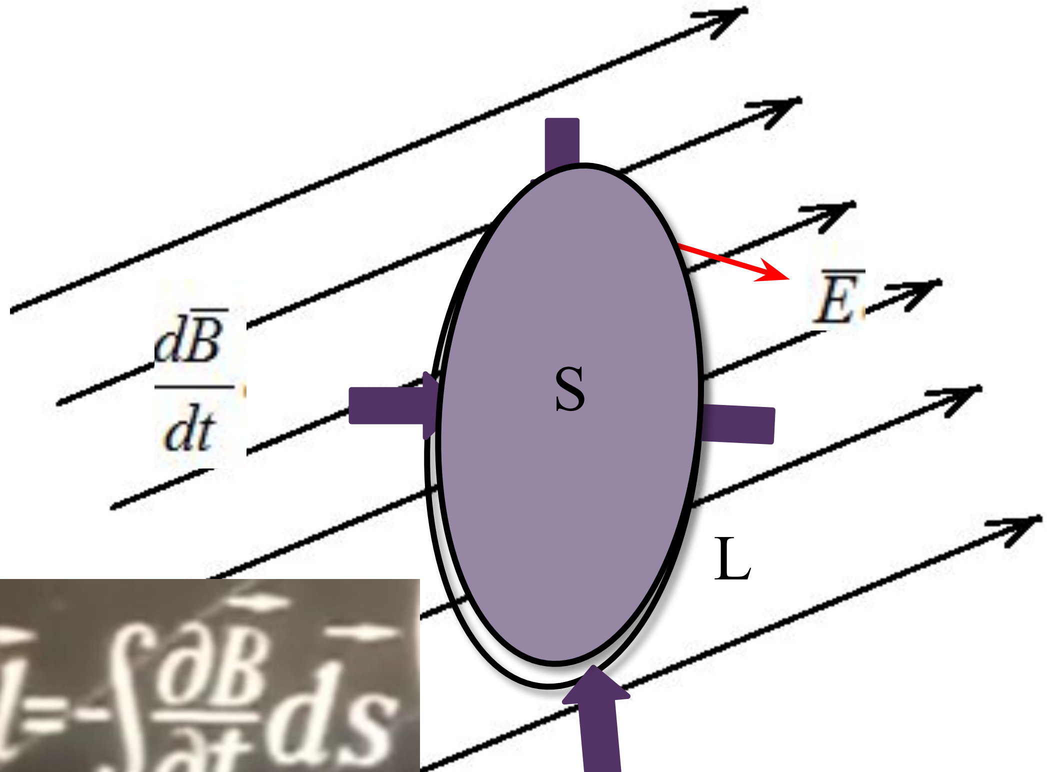
Для получения закона полного тока в интегральной форме проинтегрируем уравнение по произвольной поверхности S

$$\int_S rot\,\overline{H} d\overline{S} = \int_S (\overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt})\, d\overline{S}.$$

Используя теорему Стокса о связи между интегралами по контуру и по поверхности

$$\int_S rot\,\overline{H} d\overline{S} = \oint_l \overline{H} d\overline{l},$$

Второе уравнение электродинамики: закон электромагнитной индукции.



$$\oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,d\vec{s}$$

Количественная связь между скоростью изменения магнитной индукции и электрическим полем

- Выделим в пространстве произвольный контур L
- Изменение во времени магнитного поля вызывает появление электрического
- Обойдя контур определим ЭДС наводимую в нем, она равна скорости изменения магнитного потока пронизывающего площадь S контура взятую с обратным знаком

Второе уравнение электродинамики: закон электромагнитной индукции.

Закон электромагнитной индукции в интегральной форме

$$\oint_l \bar{E}\,d\bar{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\,d\bar{S}$$

$$\Phi = \int_S \bar{B}\,d\bar{S}$$

магнитный поток (поток вектора магнитной индукции) через поверхность S.

или

$$\oint_l \bar{E}\,d\bar{l} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

Согласно этому закону, меняющееся во времени магнитное поле вызывает независимо от параметров среды такое электрическое поле, что для всякого произвольного контура циркуляция вектора напряженности этого поля равна взятой с обратным знаком скорости увеличения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром.

Запишем закон электромагнитной индукции применительно к точке пространства <ins>в дифференциальной форме.</ins>

Согласно преобразованию Стокса**:**

$$\oint_l \overline{E}d\overline{l} = \int_S rot\,\overline{E}d\overline{S}$$

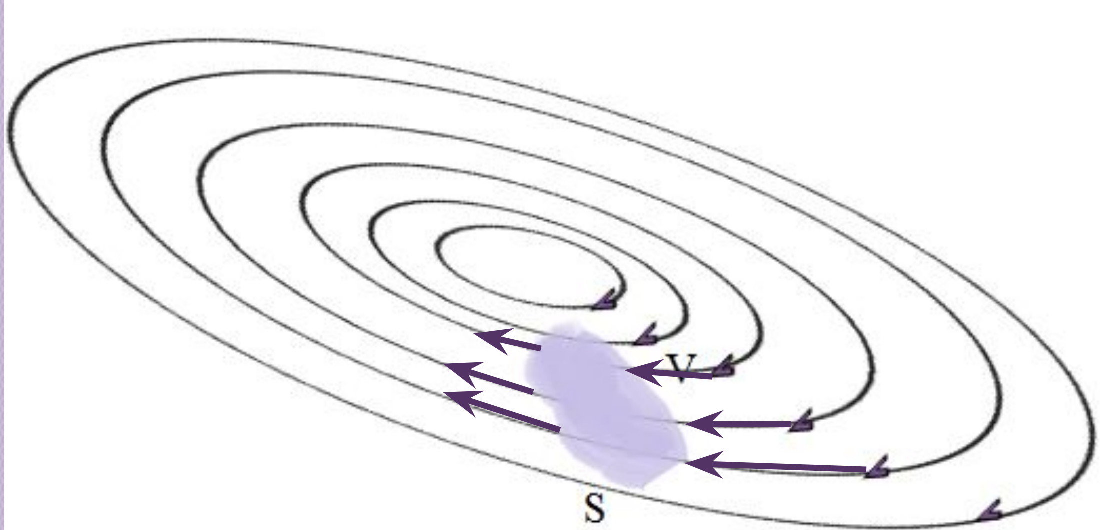
$$\int_S rot\,\overline{E}d\overline{S} = -\int_S \frac{d\overline{B}}{dt}d\overline{S}.$$

Ввиду произвольности поверхности S подынтегральные выражения должны быть одинаковы:

$$rot\,\overline{E} = -\frac{d\overline{B}}{dt}.$$

Третье уравнение электродинамики: закон непрерывности магнитного поля.

$$\oint_S \overline{B}\,d\overline{S} = 0$$



В магнитной поле выделим объем V, линии магнитного поля замкнуты, сколько их входит в объем столько же выходит наружу, следовательно поток вектора $\overline{B}$ по замкнутой поверхности равен нулю

МАГНИТНЫЕ ЗАРЯДЫ В ПРИРОДЕ НЕ СУЩЕСТВУЮТ И СИЛОВЫЕ ЛИНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗАМКНУТЫ САМИ НА СЕБЯ

Третье уравнение электродинамики: закон непрерывности магнитного поля.

Закон непрерывности магнитного поля в интегральной форме:

$$\oint_S \overline{B}d\overline{S} = 0$$

или

$$\Phi = 0.$$

Согласно этому закону, магнитный поток сквозь замкнутую поверхность равен нулю. Для того чтобы получить этот закон в дифференциальной форме, используем преобразование Остроградского-Гаусса

$$\oint_S \overline{B}d\overline{S} = \int_V div\,\overline{B}\,dV,$$

$$\int_V div\,\overline{B}\,dV = 0.$$

Так как объем V произволен, то подынтегральное выражение равно нулю

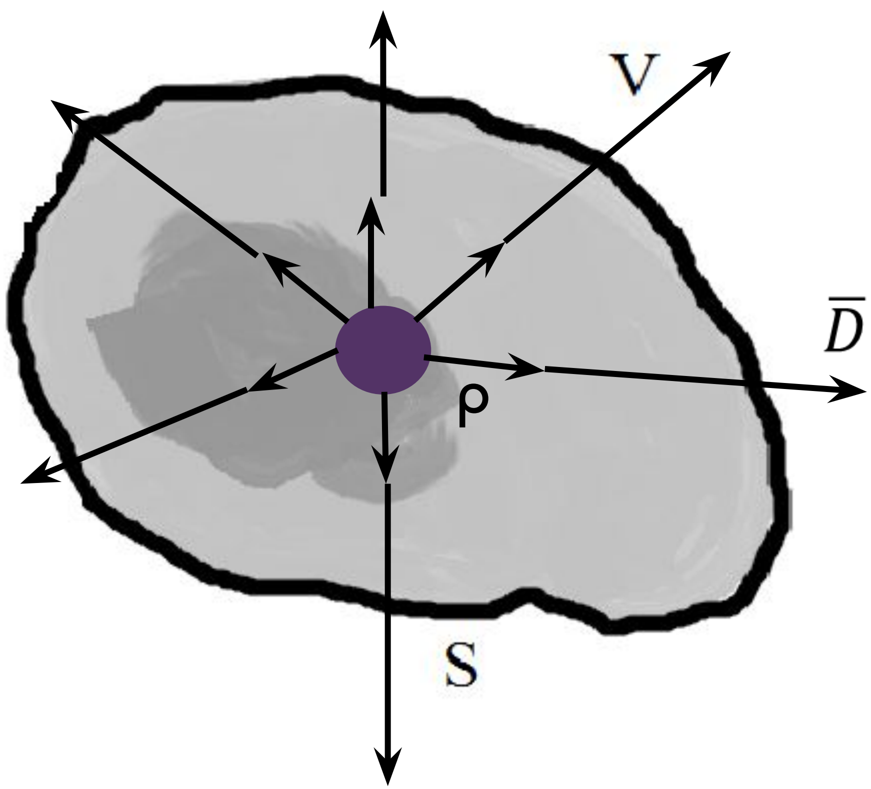
$$div\,\overline{B} = 0.$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0.$$

Мы получили закон (уравнение) непрерывности магнитного поля в дифференциальной форме. Он показывает, что магнитное поле не имеет истоков. Линии индукции магнитного поля всегда замкнутые.

Закон непрерывности справедлив для любых полей в любой среде, потому что в любой среде индукции поля учитывают и внешнее, и наведенное поле.

Четвертое уравнение электродинамики: теорема о потоке вектора электрической индукции.



$$\Psi = \oint_S \overline{D} d\overline{S} = \int_V \rho dV = Q.$$

Выделим в пространстве объём V ограниченный поверхностью S разместим в нем электрический заряд с плотность р тогда поток вектора электрической индукции пронизывающий поверхность S равен величине суммарного заряда в объеме V

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ ЯВЛЯЮТСЯ ИСТОКАМИ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ИЛИ ИХ СТОКАМИ

Четвертое уравнение электродинамики: теорема о потоке вектора электрической индукции.

Теорема о потоке вектора электрической индукции в интегральной форме:

$$\Psi = \oint_S \overline{D}\, d\overline{S} = \int_V \rho dV = Q.$$

Согласно этой теореме, поток вектора электрической индукции через замкнутую поверхность равен суммарному свободному заряду Q, который находится в объеме, ограниченном этой поверхностью.

Для того чтобы получить эту теорему в дифференциальной форме, используем преобразование Остроградского-Гаусса. С учетом произвольности объема получим эту теорему в следующем виде:

$$div\, \overline{D} = \rho .$$

$$div\,\overline{D} = \rho$$

Согласно этой теореме, дивергенция вектора электрической индукции равна объемной плотности свободных зарядов в каждой точке поля. Источниками вектора электрической индукции являются только свободные заряды. Поэтому введение вектора позволяет получить очень удобные соотношения между полем и зарядами, в которых не фигурирует поляризация среды. Силовые линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных.

Полная система уравнений электродинамики (ЭД)

<table>
<tr><th>Наименование</th><th>Дифферен-циальная фор-ма</th><th>Интегральная форма</th><th>Комплексная форма</th><th colspan="2">Физический смысл</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td colspan="2">5</td></tr>
<tr><td colspan="6">Четыре основных уравнения (Максвелла), определяющие <u>вихри</u> (первое и второе) и <u>истоки</u> (третье и четвертое) электромагнитного поля (ЭМП). <u>Фундаментальная</u> система уравнений электродинамики</td></tr>
<tr><td>1. Первое урав-нение ЭД-закон полного тока</td><td>$rot\,\overline{H} = \overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt}$
(2.16)</td><td>$\oint_l \overline{H}d\overline{l} = \int_S (\overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt})d\overline{S}$
(2.17)</td><td>$rot\,\dot{\overline{H}} = \dot{\overline{\delta}} + j\omega\dot{\overline{D}}$</td><td>Причиной воз-никновения вих-ревого магнитного поля является в равной степени и ток переноса $\overline{\delta}$, и ток смещения $d\overline{D}/dt$</td><td rowspan="2">Уравнения устанавливают связь между переменными электрическими и магнит-ными полями. Переменные во времени магнитное и электрическое поля раз-дельно существовать не могут, они связаны друг с другом и образуют единое ЭМП. Всякое изменение электрического поля во времени вызывает появле-ние магнитного и наоборот.</td></tr>
<tr><td>2. Второе урав-нение ЭД-закон электро-магнитной ин-дукции</td><td>$rot\,\overline{E} = -\frac{d\overline{B}}{dt}$
(2.19)</td><td>$\oint_l \overline{E}d\overline{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \overline{B}d\overline{S}$
(2.18)</td><td>$rot\,\dot{\overline{E}} = -j\omega\dot{\overline{B}}$</td><td>Электрическое поле имеет вихри там, где изменяет-ся магнитное поле</td></tr>
<tr><td>3. Третье урав-нение ЭД – за-кон непрерыв-ности магнит-ного поля</td><td>$div\,\overline{B} = 0$</td><td>$\int_S \overline{B}d\overline{S} = 0$</td><td>$div\,\dot{\overline{B}} = 0$
(является след-ствием из второ-го уравнения)</td><td colspan="2">Не существуют реальные магнитные заряды, на которых начинаются или оканчиваются линии магнитной индукции $\overline{B}$, т.е. магнитное поле не имеет истоков и является чисто вихревым по-лем. Линии магнитной индукция $\overline{B}$ всегда за-мкнутые.</td></tr>
<tr><td>4.Четвертое уравнение ЭД – теорема о по-токе вектора электрической индукции</td><td>$div\,\overline{D} = \rho$
(2.23)</td><td>$\oint_S \overline{D}d\overline{S} = \int_V \rho dV$
(2.22)</td><td>$div\,\dot{\overline{D}} = \dot{\rho}$
(является след-ствием из перво-го уравнения)</td><td colspan="2">Линии вектора $\overline{D}$ могут быть и непрерывными (замкнутыми) и разомкнутыми, т.е. начинаться и кончаться на зарядах. Электрическое поле имеет истоки там, где есть заряды.</td></tr>
</table>

Три уравнения, учитывающие параметры среды				
5.	$\overline{D} = \varepsilon_a \overline{E}$ (2.12)		$\dot{\overline{D}} = \varepsilon_a \dot{\overline{E}}$	Связь векторов поля с параметрами среды.
6.	$\overline{B} = \mu_a \overline{H}$ (2.15)		$\dot{\overline{B}} = \mu_a \dot{\overline{H}}$	
7. Дифференциальная форма обобщенного закона Ома	$\overline{\delta} = \gamma(\overline{E} + \overline{E}_{cm})$ (2.14)		$\dot{\overline{\delta}} = \gamma \dot{\overline{E}} + \dot{\overline{\delta}}_{cm}$	
Два дополнительных уравнения, как следствие из основных				
8. Закон непрерывности полного тока, как следствие из первого уравнения ЭД	$div(\overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt}) =$ $= div\, \overline{\delta}_{\Pi} = 0$ (2.24)	$\oint_S (\overline{\delta} + \frac{d\overline{D}}{dt}) d\overline{S} =$ $= \oint_S \overline{\delta}_{\Pi} d\overline{S} = 0$ (2.25)	$div\, \dot{\overline{\delta}}_{\Pi} = 0$	Линии полного тока являются непрерывными.
9. Закон сохранения заряда	$div\, \overline{\delta} = -\frac{d\rho}{dt}$ (2.27)	$\oint_S \overline{\delta} d\overline{S} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV$ или $J = -\frac{dQ}{dt}$, т.к. $J = \oint_S \overline{\delta} d\overline{S}$, $Q = \int_V \rho dV$ (2.26)	$div\, \dot{\overline{\delta}} = -j\omega\dot{\rho}$	Закон связывает между собой заряды и токи. Источником тока являются изменяющиеся во времени заряды. Линии тока начинаются там, где заряд уменьшается, и кончаются там, где он увеличивается. Линии тока претерпевают разрыв там, где происходит изменение заряда.

Первое уравнение Максвелла является обобщением закона Ампера и выражает закон полного тока, из которого следует, что переменное во времени магнитное поле может создаваться как токами проводимости, так и токами смещения. Отсюда следует, что переменное электрическое поле $(\frac{d\vec{D}}{dt} \neq 0)$ создает переменное магнитное поле. Этот вывод принадлежит Максвеллу.

Второе уравнение Максвелла является обобщением закона электромагнитной индукции Фарадея,
если в качестве контура L взять проводящий контур $L_{ПР}$. Из второго уравнения Максвелла также следует, что переменное магнитное $(\frac{d\vec{B}}{dt} \neq 0)$ поле создает переменное электрическое поле.

Третье уравнение Максвелла является обобщением закона Гаусса на переменное электрическое поле.

Четвертое уравнение Максвелла отражает тот факт, что в природе нет магнитных зарядов, и силовые линии магнитного поля непрерывны.

Силовыми линиями векторного поля называются линии, которые в каждой точке пространства касаются характеризующего их вектора. При этом густота силовых линий определяет величину поля.

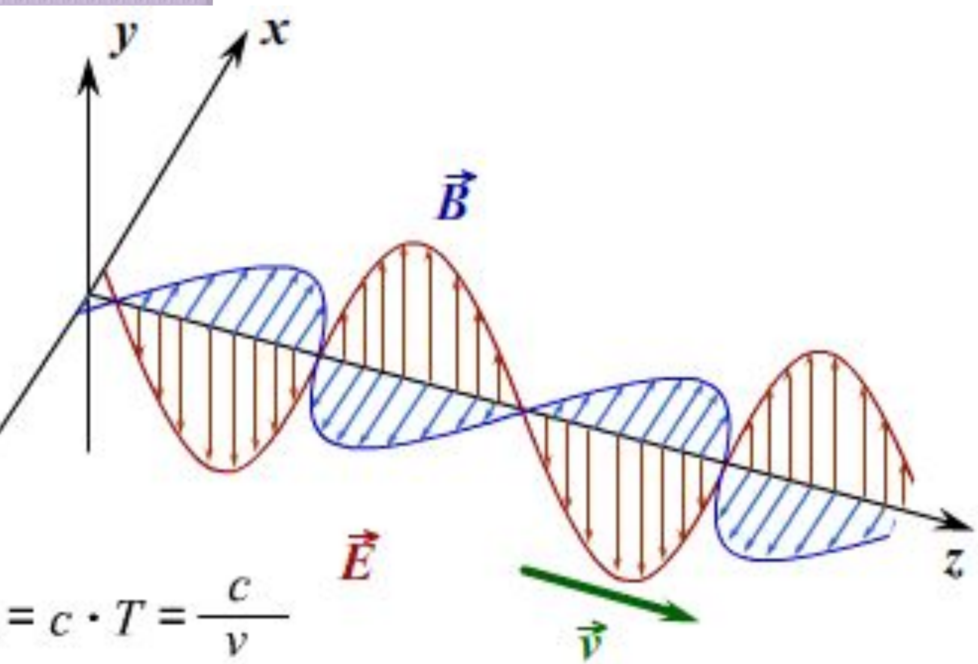
Система уравнений электродинамики исчерпывающим образом характеризует электромагнитное поле. Из этих уравнений следует, что электромагнитное поле представляет собой особую форму материи, характерную тем, что она осуществляет взаимодействие электрических зарядов и связывает их в единую систему. Поле и заряды при этом выступают как формы проявления этой единой материальной системы.

Уравнения электродинамики определяют как законы взаимодействия поля и зарядов, так и внутренние свойства самого электромагнитного поля.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

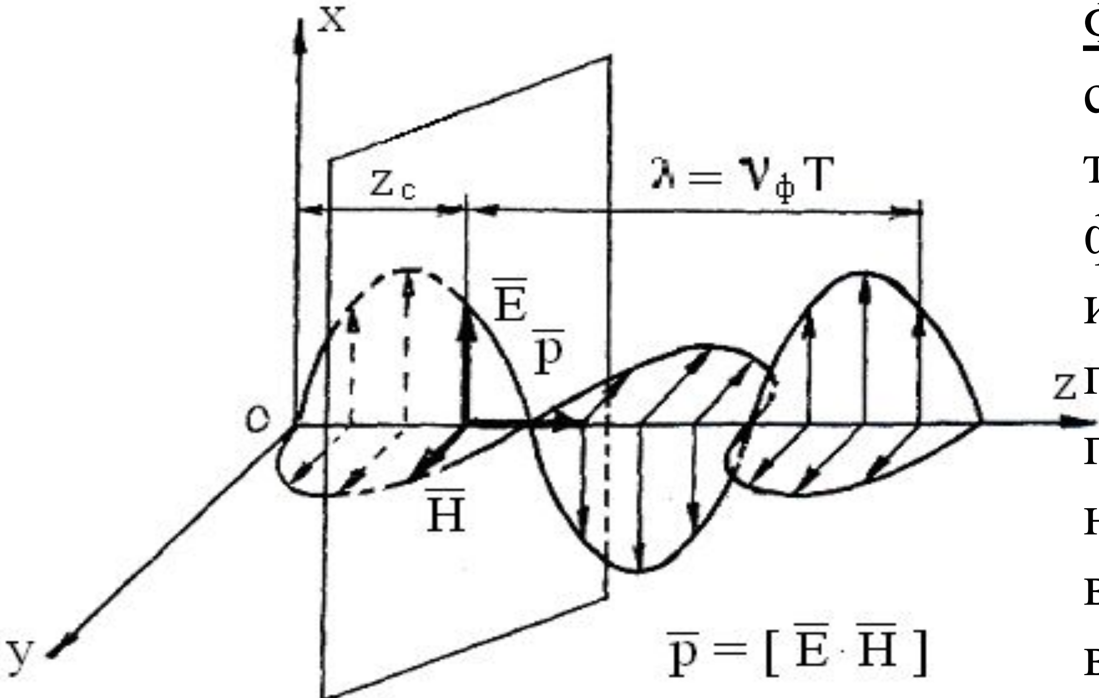
Выводы из теории Максвелла Из теории Максвелла вытекает ряд важных выводов:

1. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны поперечны – векторы и перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны



Принцип распространения электромагнитной волны состоит в том, что вектора напряженности электрического и магнитного поля E и H колеблются в фазе, т.е. они достигают максимума и минимума в одних и тех же точках пространства

Мгновенная картина распределения напряженности электрического и магнитного полей вдоль направления распространения плоской волны.



<u>Фронт волны</u> представляет собой геометрическое место точек поля с одинаковой фазой: у плоской волны одной из этих поверхностей является плоскость $z = z_0$, перпендикулярная направлению распространения волны. У плоской однородной волны поверхности равных фаз и равных амплитуд совпадают.

Любой <u>волновой процесс характеризуется</u>

λ длиной волны ,

β коэффициентом фазы ,

$v_ф$ фазовой и $v_{гр}$ групповой скоростями.

Под **длиной волны** λ понимается расстояние между двумя точками поля бегущей волны, разность фаз которых равна.

Фазовая скорость $v_ф$ это скорость перемещения фронта волны. Фазовая скорость может быть больше скорости света, т.к. она не представляет собой скорости переноса энергии электромагнитного поля.

Монохроматическое поле характеризуется постоянной частотой ω, φ фазой и векторными амплитудами $\bar{E}m$ и $\bar{H}m$

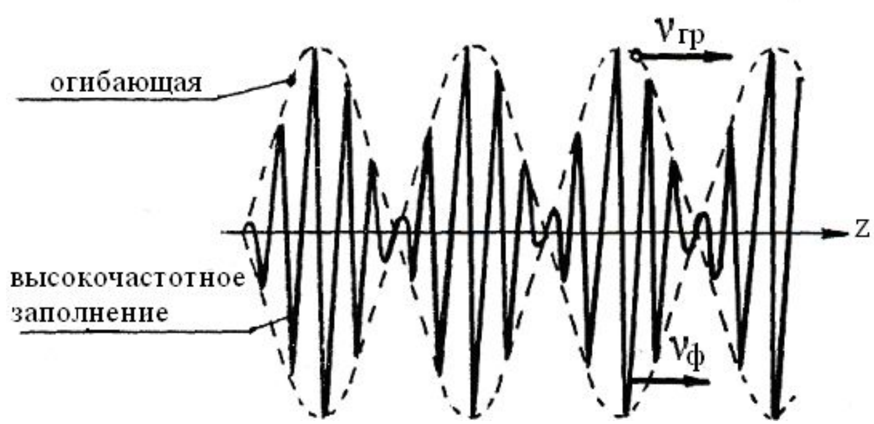
Как известно, с помощью монохроматического колебания нельзя передавать информацию.

Передача информации неизбежно связана с модуляцией и спектром частот.

Если волной передается сигнал, который может быть представлен при помощи спектрального разложения в виде ряда или интеграла Фурье, то его можно считать суммой близких по частоте монохроматических волн.

В этом случае вводится понятие <u>групповой скорости</u> $v_{гр}$, как скорости перемещения огибающей группы монохроматических волн, близких между собой по частоте. Групповая скорость характеризует скорость перемещения весьма узкополосного сигнала и, следовательно, <u>скорость перемещения энергии</u> поля такого сигнала. Отсюда следует, что групповая скорость не может быть больше скорости света. На отдельные группы волн показаны пунктиром.

<u>Коэффициент фазы</u> β показывает набег фазы бегущей волны на единицу длины.



Рассмотренные величины, связаны между собой следующим образом:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_0}{f}; \qquad \beta = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a};$$

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta}; \qquad v_{гр} = \frac{\partial\omega}{\partial\beta},$$

где $v_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ - скорость света в данной среде;

c - скорость света в вакууме;

ε_a - абсолютная диэлектрическая проницаемость;

μ_a - абсолютная магнитная проницаемость;

ε, μ - относительные проницаемости.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

- это электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью, зависящей от свойств среды.

Свойства электромагнитных волн:

-распространяются не только в веществе, но и в вакууме;

- распространяются в вакууме со скоростью;

- это поперечные волны;

- это бегущие волны (переносят энергию).

Источником электромагнитных волн являются ускоренно движущиеся электрические заряды.

Колебания электрических зарядов сопровождаются электромагнитным излучением, имеющим частоту, равную частоте колебаний зарядов.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !!!