

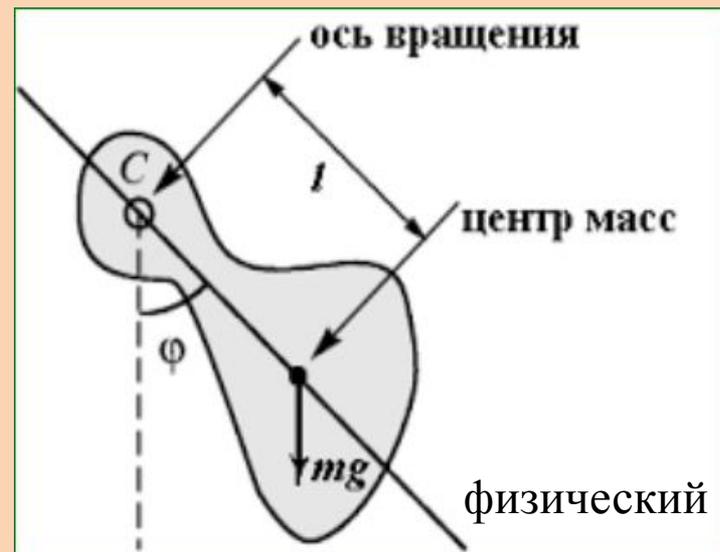
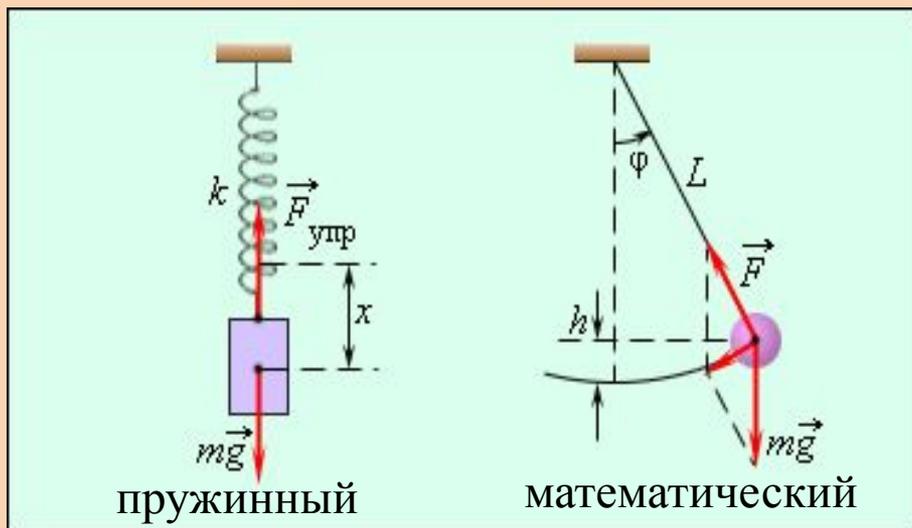
Лекция 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Содержание:

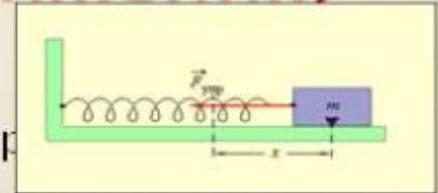
- 1) Механические колебания. Маятники.
- 2) Основные характеристики колебательного движения.
- 3) Гармонические колебания. Уравнения.
- 4) Затухающие колебания. Уравнения.
- 5) Основные характеристики затухающих колебаний.
- 6) Вынужденные колебания. Резонанс.
- 7) Добротность колебательной системы.

1) Механические колебания. Маятники



Основные характеристики колебательного процесса (движения)

Смещение X – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени. Единица измерения (метр **м**)



Амплитуда колебаний A – наибольшее отклонение тела от положения равновесия
Единицы измерения (метр **м**)

Период колебания T – время, за которое совершается одно полное колебание. Единица измерения (секунда **с**)

$$T = \frac{t}{\nu}, \quad T = \frac{1}{\nu},$$

Частота колебаний ν – число полных колебаний, совершаемых телом за единицу времени.
Единицы измерения (герцы **Гц**)

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{1c} = 1 \frac{1}{c} = 1 \text{ Гц} \quad 1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$$

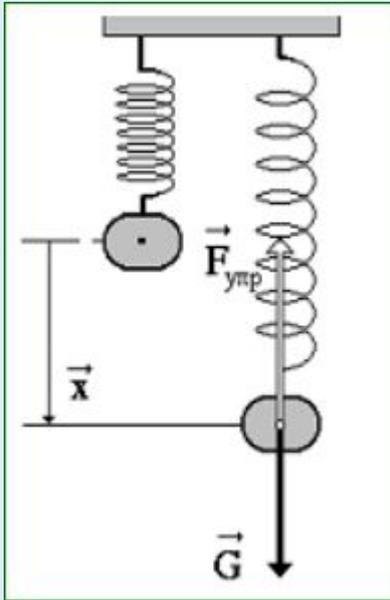
Полная механическая энергия W колеблющегося тела пропорциональна квадрату амплитуды его колебаний

$$W = \frac{kA^2}{2}$$

k – жесткость пружины, A – амплитуда колебаний

Единица измерения (джоуль **Дж**)

3. Гармонические колебания



Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$x'' + \omega_0^2 x = 0$$

x – смещение маятника от положения равновесия

ω_0 – круговая частота гармонических колебаний

Решение дифференциального уравнения:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

A – амплитуда колебаний

t – время

φ_0 – начальная фаза колебаний

$\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебаний

Основные формулы гармонического колебания

Период

Частота

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Пружинный маятник



$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

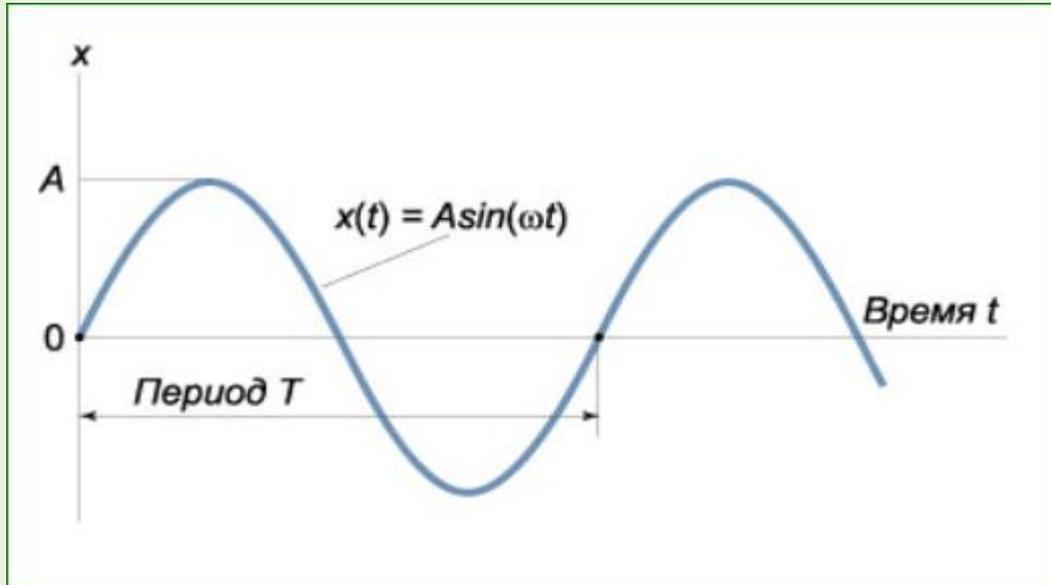
Математический маятник



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

График зависимости смещения от времени для гармонических колебаний:



4. Затухающие колебания

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$$

x – смещение маятника от положения равновесия

ω_0 – круговая частота гармонических колебаний

β – коэффициент затухания

Решение дифференциального уравнения:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда колебаний

A_0 – начальная амплитуда колебаний

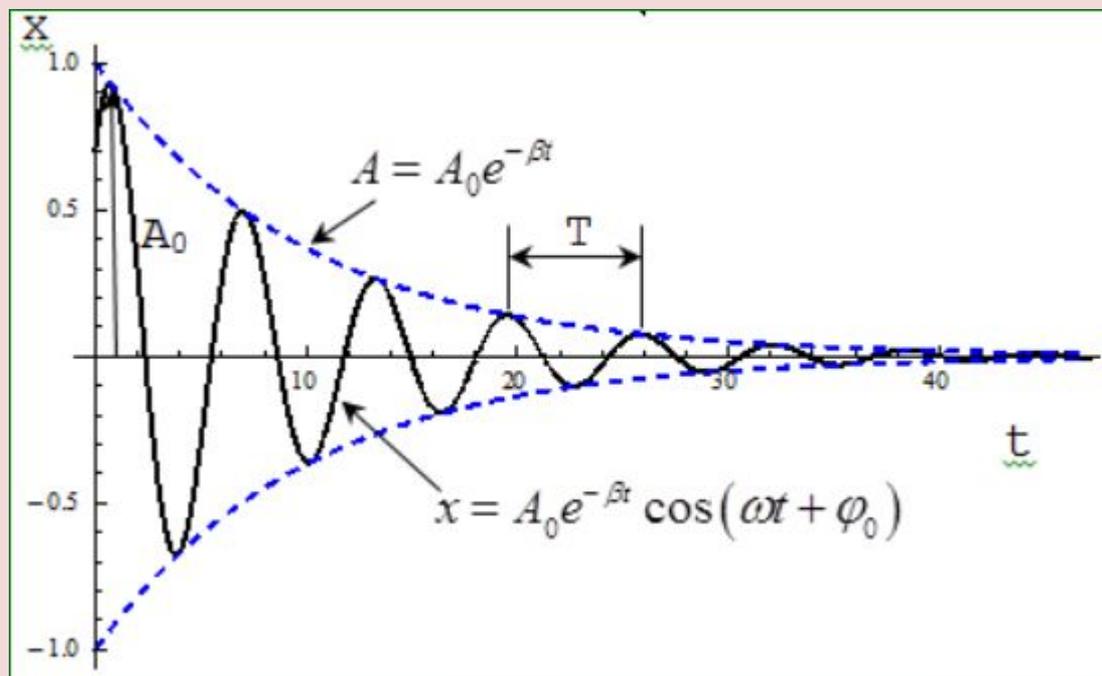
t – время

φ_0 – начальная фаза колебаний

$\omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний

ω – частота затухающих колебаний

График зависимости смещения от времени для гармонических колебаний:



Характеристики затухающего процесса:

τ – время релаксации, время за которое амплитуда колебаний убывает в e раз.

β - коэффициент затухания, показывает, как быстро убывает амплитуда за единицу времени.

λ – логарифмический декремент затухания, показывает, как быстро убывает амплитуда за период.

6. Вынужденные колебания

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t)$$

x – смещение маятника от положения равновесия

ω_0 – круговая частота собственных колебаний

β – коэффициент затухания

Ω – круговая частота вынужденных колебаний

f_0 – амплитуда вынуждающей силы

Решение дифференциального уравнения (после установления колебаний):

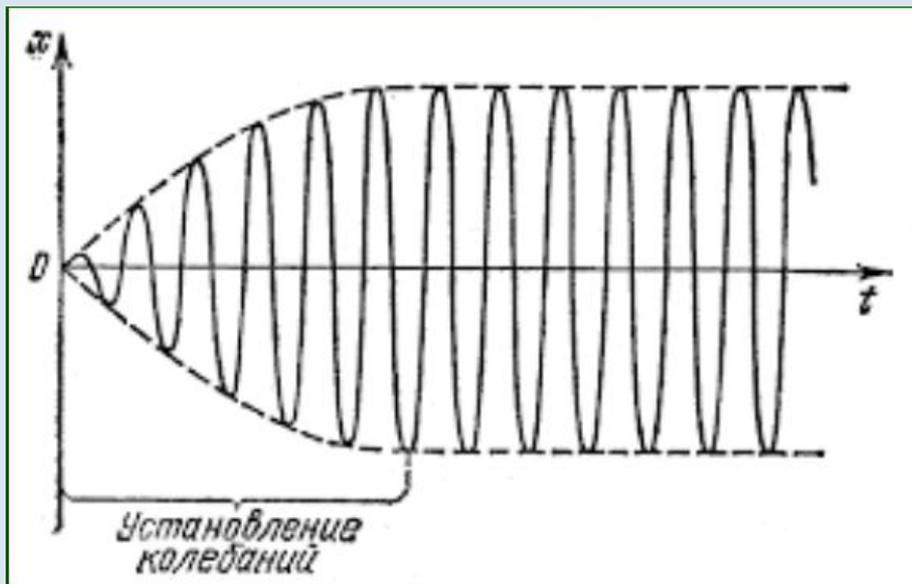
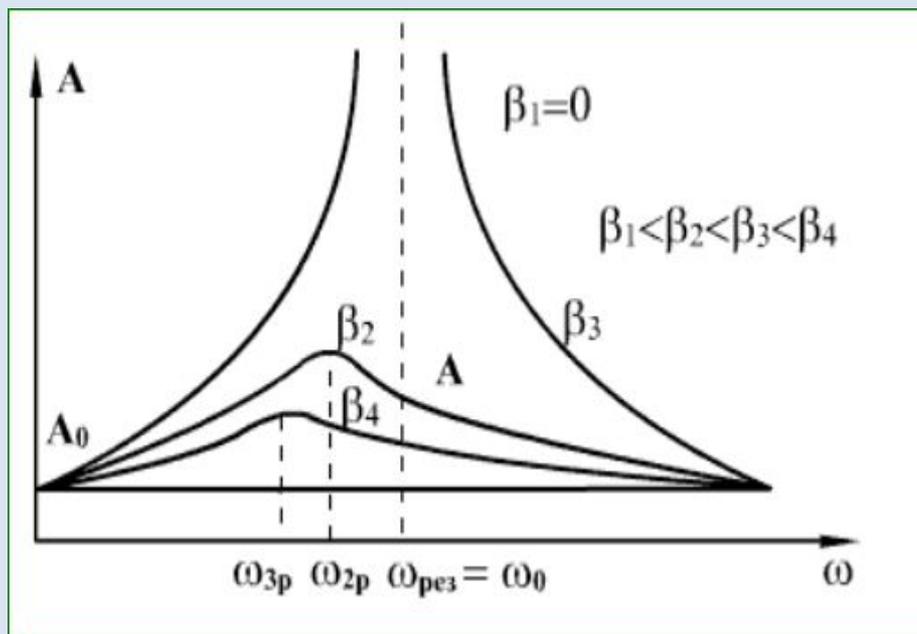
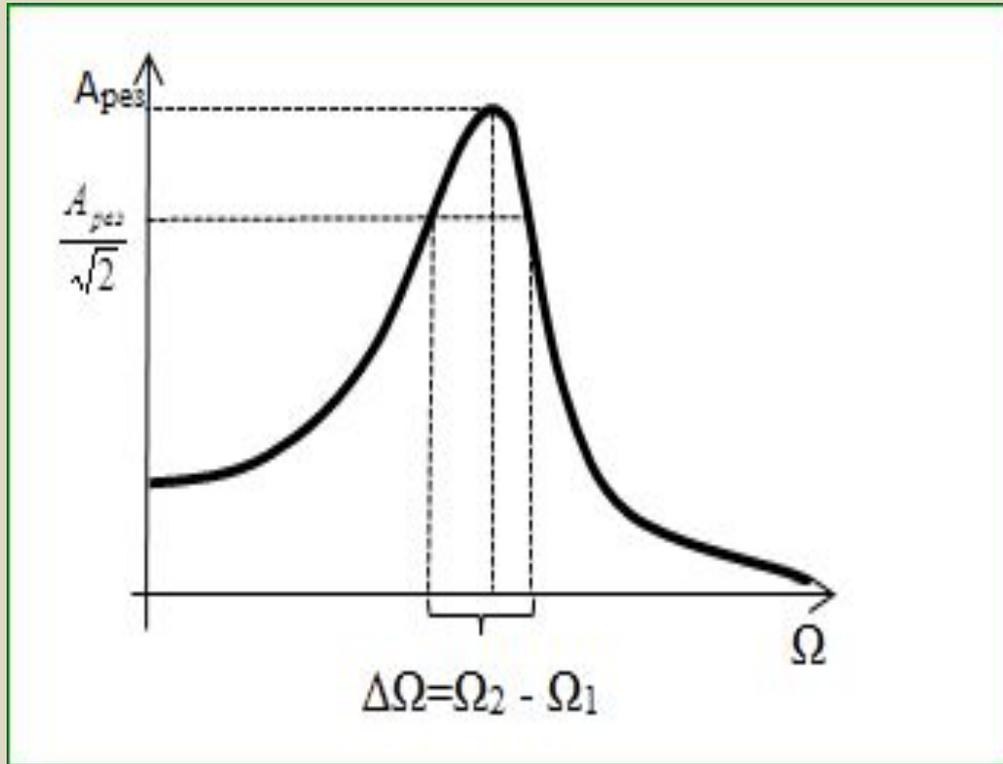


График зависимости смещения от времени для вынужденных колебаний



Резонансные кривые (зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы) для различных коэффициентов затухания

7. Добротность колебательной системы



$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ - ширина резонансной кривой

$Q = \frac{\Omega_{рез}}{\Delta\Omega}$ - добротность колебательной системы