

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

# Квантовая радиофизика

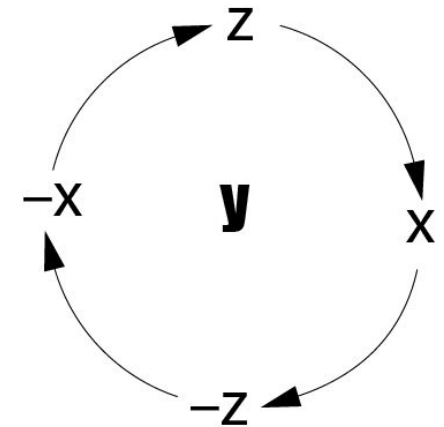
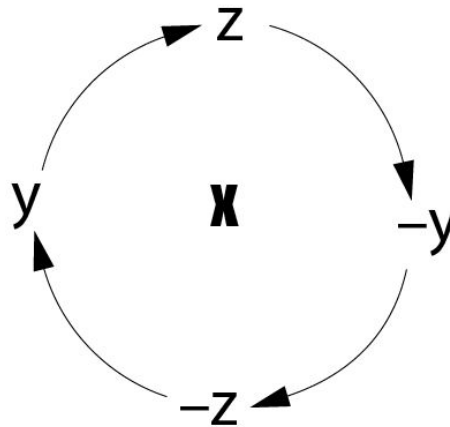
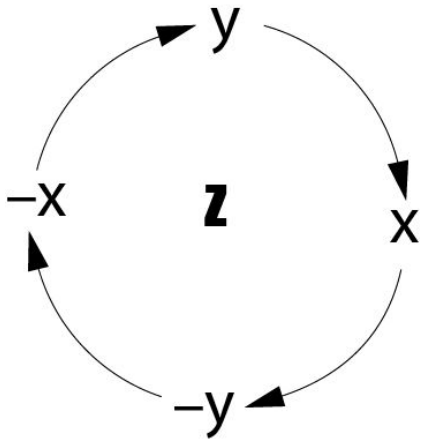
Лекция 9

Санкт-Петербург, 2017

# Перенос намагниченнос ти

# Операторное представление матриц плотности

- Вращение под действием импульсов и свободная прецессия

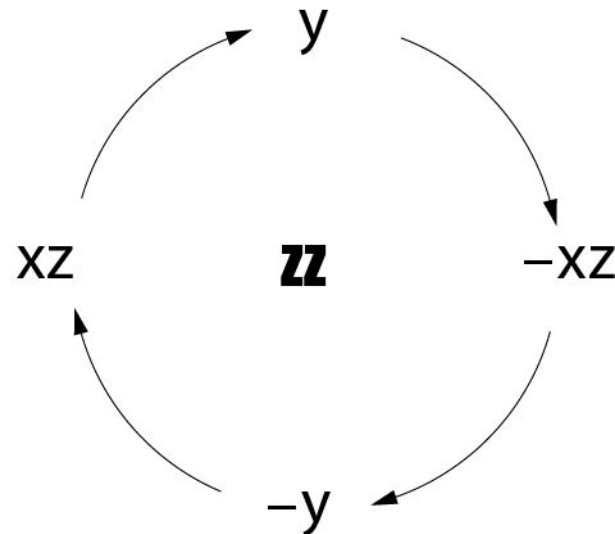
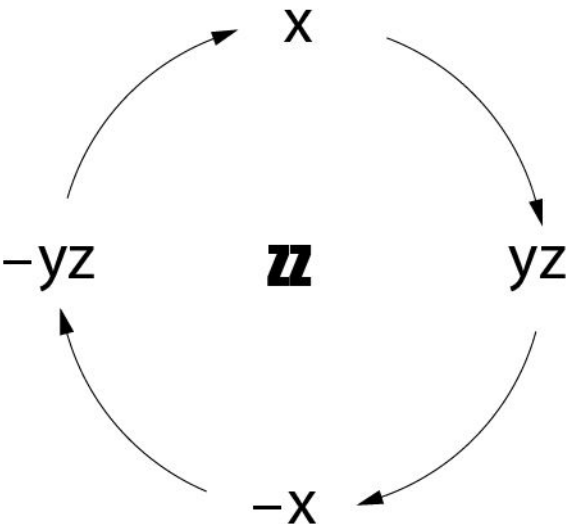




# Система двух спинов AS

- INEPT
- Время эволюции  $\tau = 1/4J_{AS}$

$$A_z \rightarrow 90_x^A \rightarrow \tau > 180_x^{AS} \rightarrow \tau > 90_y^{AS} \rightarrow \tau > 180_x^{AS} \rightarrow \tau$$



$$A_x \rightarrow \cos(\pi J_{AS}\tau) A_x + \sin(\pi J_{AS}\tau) A_y S_z$$

# Циклирование фазы



## ИНЕРТ последовательность

- Что происходит со спиновой системой S

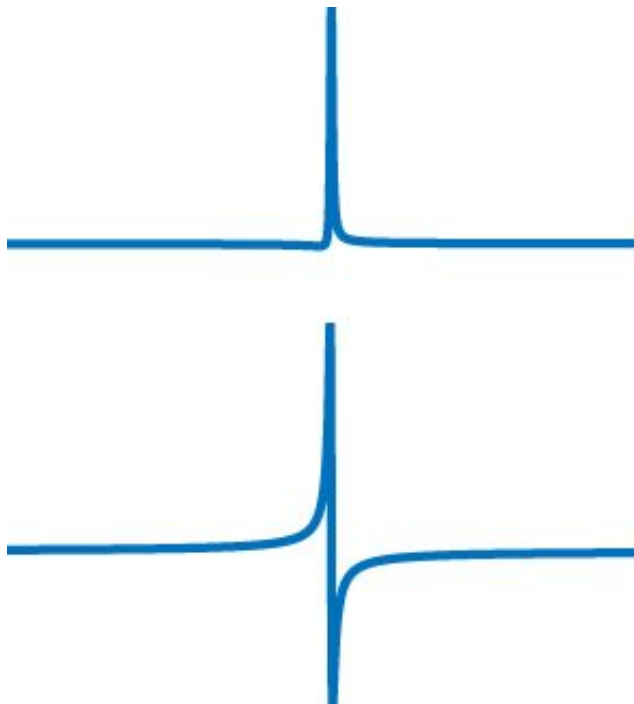
$$A_z > 90_x^A > \tau > 180_x^{AS} > \tau > 90_y^{AS} > \tau > 180_x^{AS} > \tau$$

- $S_z \rightarrow -S_z \rightarrow -S_x \rightarrow -S_x$
- Одновременная регистрация  $-S_x$  и  $-S_y$



# Одновременная регистрация двух сигналов

- $-S_x$  и  $-S_y$  могут иметь разные фазы
- $-S_x$  и  $-S_y$  могут иметь разные амплитуды





## Циклирование фазы

$$A_z > 90_x^A > \tau > 180_x^{AS} > \tau > 90_y^{AS} > \tau > 180_x^{AS} > \tau$$

- $A_z \rightarrow -A_y \rightarrow A_x S_z \rightarrow -A_z S_x \rightarrow -S_y$
- $S_z \rightarrow -S_z \rightarrow -S_x \rightarrow -S_x$
- Одновременная регистрация  $-S_x$  и  $-S_y$

$$A_z > 90_{-x}^A > \tau > 180_x^{AS} > \tau > 90_y^{AS} > \tau > 180_x^{AS} > \tau$$

- $A_z \rightarrow A_y \rightarrow -A_x S_z \rightarrow A_z S_x \rightarrow S_y$
- $S_z \rightarrow -S_z \rightarrow -S_x \rightarrow -S_x$
- Одновременная регистрация  $-S_x$  и  $S_y$





## Смена фазы приёмника

$$A_z > 90_x^A > \tau > 180_x^{AS} > \tau > 90_y^{AS} > \tau > 180_x^{AS} > \tau$$

- Receiver: 180
- Одновременная регистрация  $S_x$  и  $S_y$

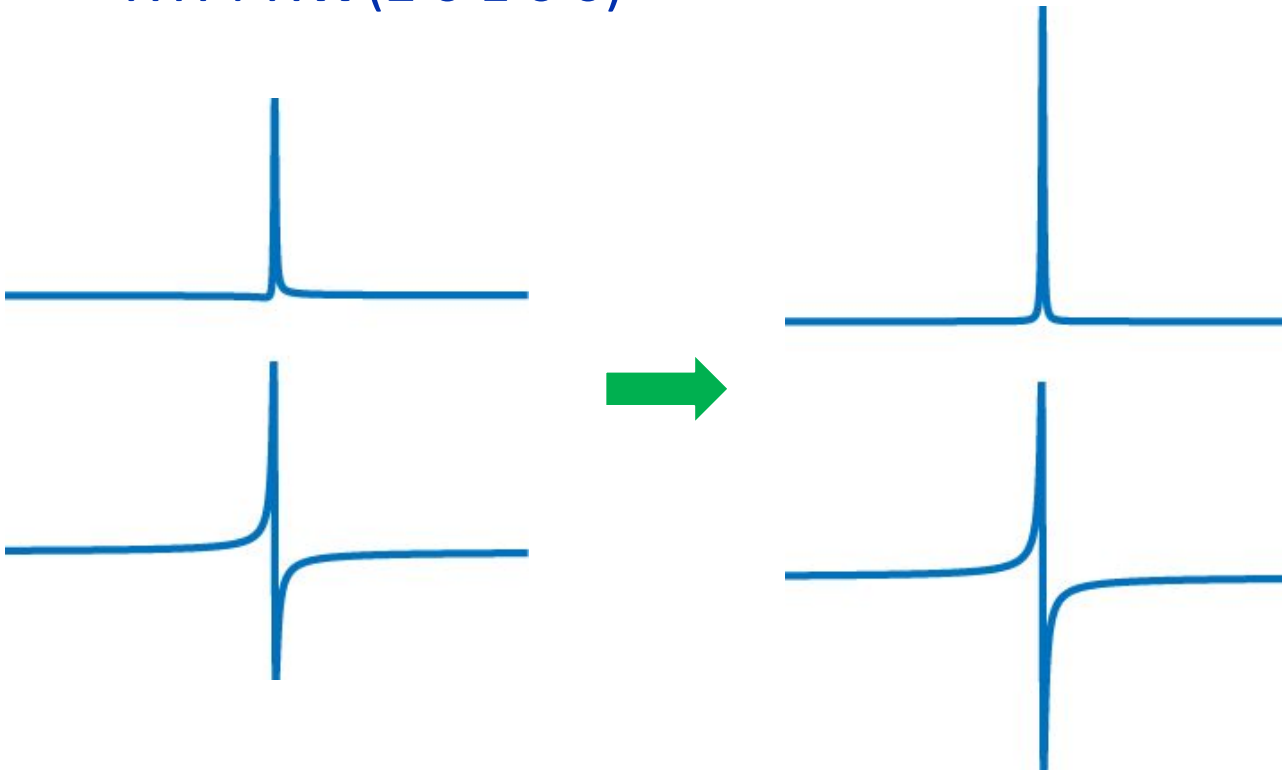
$$A_z > 90_{-x}^A > \tau > 180_x^{AS} > \tau > 90_y^{AS} > \tau > 180_x^{AS} > \tau$$

- Receiver: 0
- Одновременная регистрация  $-S_x$  и  $S_y$
- Суммарный сигнал  $2 * S_y$



# Циклирование фазы INERT

- $XXYX-X (00102)$
- $-XXYXX (20100)$





## Циклирование фазы SE

- При наличии постоянной составляющей при приёме  
 $A_z \text{ сигнала } A_x > \tau > 180 A_x > \tau$
- $A_z \xrightarrow{A_x} -A_x \xrightarrow{A_y} A_y + DC$   
 $A_z > 90 A_x > \tau > 180 A_x > \tau$
- $A_z \xrightarrow{A_y} A_y \xrightarrow{-A_x} -A_x + DC$
- Разница сигналов =  $-2 * A_y$



## Общая теория циклирования фаз

- Уровень квантовой когерентности  $p$
- Определяется через временную эволюцию состояния

$$e^{-i\varphi I_z} \sigma(p) e^{i\varphi I_z} = e^{-ip\varphi} \sigma(p)$$

- Поперечная намагниченность  $p=1$

$$\begin{bmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{i\omega t/2} \end{bmatrix} = e^{i\omega t} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



# Общая теория циклирования фаз

- Продольная намагниченность

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{i\omega t/2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Нулевой уровень когерентности

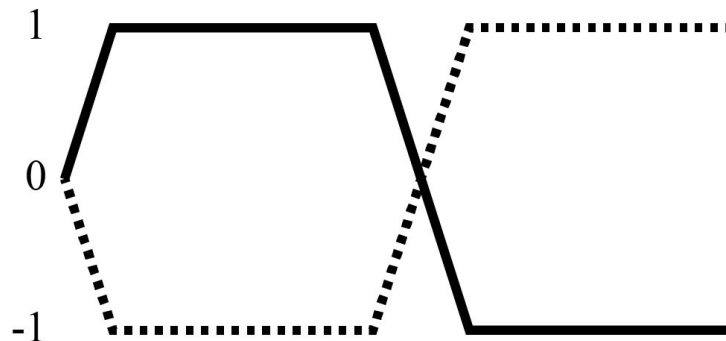


# Общая теория циклирования фаз

- Будем рассматривать операторы повышения/понижения

$$I^+ = I_x + iI_y \quad I^- = I_x - iI_y$$

- $I^+ : p=1, I^- : p=-1,$
- Путь уровней когерентности в последовательности SE
- $I_z \rightarrow \frac{1}{2}(I^+ + I^-) \rightarrow -\frac{1}{2}(I^+ + I^-)$





# Общая теория циклирования фаз

- В системе двух спиновых популяций существуют более высокие уровни когерентности
- Например  $A^+S^+$ :  $p=2$
- Аналогично случаю 1 популяции  $x$  и  $y$  состояния будут смесью когерентностей разных уровней
- $A_x S_x = \frac{1}{2}(A^+S^+ + A^-S^-) + \frac{1}{2}(A^+S^- + A^-S^+)$  – смесь  $p=\pm 2$  и  $p=0$



# Общая теория циклирования фаз

- Влияние фазы импульса на фазу когерентности
- Рассмотрим импульс с опорной фазой

$$U(0)\sigma^{(p)}U(0)^{-1} = \sigma^{(p')}$$

- Импульс переводит когерентность  $p$  в  $p'$
- $U(0)$  связано с  $U(\varphi)$

$$e^{-i\varphi I_z}U(0)e^{i\varphi I_z} = U(\varphi)$$





## Общая теория циклирования фаз

- Действие импульса со смещенной фазой

$$U(\varphi)\sigma^{(p)}U(\varphi)^{-1} = e^{ip\varphi}e^{-i\varphi I_z}U(0)\sigma^{(p)}U(0)^{-1}e^{i\varphi I_z}$$

$$e^{ip\varphi}e^{-i\varphi I_z}U(0)\sigma^{(p)}U(0)^{-1}e^{i\varphi I_z} = e^{ip\varphi}e^{-i\varphi I_z}\sigma^{(p')}e^{i\varphi I_z}$$

$$e^{ip\varphi}e^{-i\varphi I_z}\sigma^{(p')}e^{i\varphi I_z} = e^{ip\varphi - ip'\varphi}\sigma^{(p')}$$

- Таким образом

$$U(\varphi)\sigma^{(p)}U(\varphi)^{-1} = e^{i\Delta p\varphi}\sigma^{(p')}$$



# Общая теория циклирования фаз

- Действие импульса со смещенной фазой

$$U(\varphi)\sigma^{(p)}U(\varphi)^{-1} = e^{i\Delta p\varphi}\sigma^{(p')}$$

- Смещение фазы когерентности пропорционально смещению фазы импульса с коэффициентом пропорциональности равным разнице уровней когерентности, производимой импульсом



## Выбор одной когерентности

- Например, импульс, переводящий когерентность уровня 2 в наблюдаемую когерентность уровня -1
- $\Delta p = -3$
- Тогда последовательная смена фазы с шагом 90: (0, 90, 180, 270) ведет к смене фазы сигнала (0, 270, 180, 90)
- Настроим приёмник синфазно (0, 270, 180, 90)



# Выбор одной когерентности

- Приёмник: (0, 270, 180, 90)
- $\Delta p = -3$ : (0, 270, 180, 90)  $\rightarrow$  (+, +, +, +)
- $\Delta p = -2$ : (0, 180, 0, 180)  $\rightarrow$  (+, 0, -, 0)
- $\Delta p = -1$ : (0, 90, 180, 270)  $\rightarrow$  (+, -, +, -)
- $\Delta p = 0$ : (0, 0, 0, 0)  $\rightarrow$  (+, 0, -, 0)
  
- Однкао
- $\Delta p = 1$ : (0, 270, 180, 90)  $\rightarrow$  (+, +, +, +)



## Выбор одной когерентности

- Приёмник: (0, 270, 180, 90)
- $\Delta p = -3$ : (0, 270, 180, 90)  $\rightarrow$  (+, +, +, +)
- $\Delta p = -2$ : (0, 180, 0, 180)  $\rightarrow$  (+, 0, -, 0)
- $\Delta p = -1$ : (0, 90, 180, 270)  $\rightarrow$  (+, -, +, -)
- $\Delta p = 0$ : (0, 0, 0, 0)  $\rightarrow$  (+, 0, -, 0)
- Однкао
- $\Delta p = 1$ : (0, 270, 180, 90)  $\rightarrow$  (+, +, +, +)
- Необходимо дополнительное циклирование