

# Электрические трёхфазные цепи

## Содержание

1. Основные понятия и определения
2. Получение трехфазной системы ЭДС
3. Соединение обмоток генератора и фаз приемника звездой
4. Трехфазный приемник, соединенный по схеме «звезда» (симметричный)
5. Трехфазный приемник, соединенный по схеме «звезда» (несимметричный)
6. Соединение фаз приемника звездой с нейтральным проводом
7. Соединение обмоток генератора и фаз приемника треугольником
8. Определение мощностей и коэффициента мощности 3-х фазного приемника
9. Получение вращающегося магнитного потока
10. Подключение приемников к трехфазной сети

# Основные понятия и определения

**Трехфазной электрической цепью называется совокупность трех однофазных цепей (фаз), в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой амплитуды и частоты, сдвинутые по фазе друг относительно друга на  $120^\circ$  и индуцированные в одном источнике энергии.**

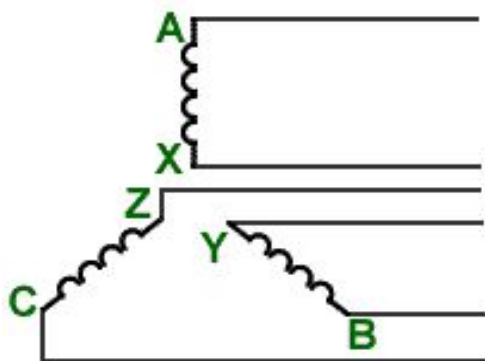
Трехфазная система была разработана в 1891г. М. О. Доливо-Добровольским. Она нашла широкое распространение во всем мире. В настоящее время вся электроэнергия вырабатывается на электростанциях трехфазными генераторами, передается к местам потребления по трехфазным линиям передачи и основная ее доля используется в трехфазных приемниках.

Преимущества трехфазной системы основываются, по мнению М. О. Добровольского, на ее свойствах:

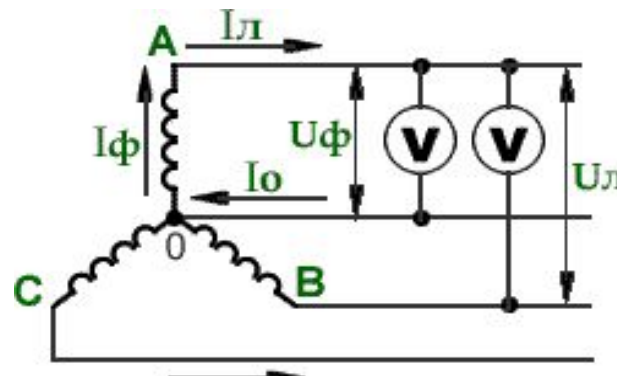
- экономичная передача электроэнергии на большие расстояния (экономия цветного металла на линии электропередач);
- превосходное качество трехфазных двигателей;
- получение двух эксплуатационных напряжений.

Отдельная цепь трехфазной системы, по которой протекает один и тот же ток называется **фазой**.

Маркировка фаз: начала – А, В, С; концы – X, Y, Z.



а)



б)

# Получение трехфазных ЭДС

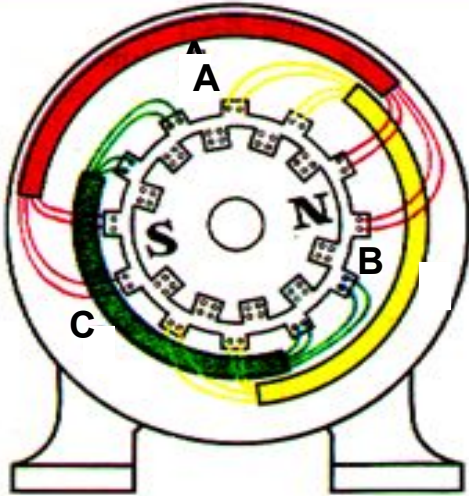
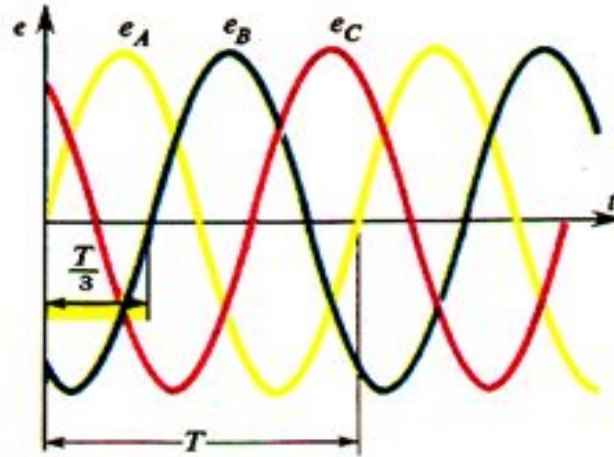
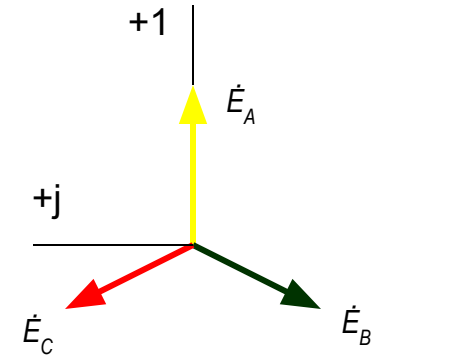


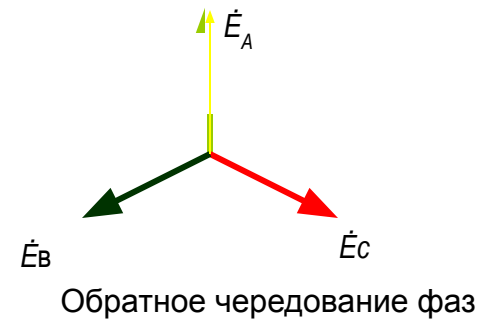
Схема устройства трехфазного генератора



Кривые мгновенных значений эдс трехфазной системы



Прямое чередование фаз



Обратное чередование фаз

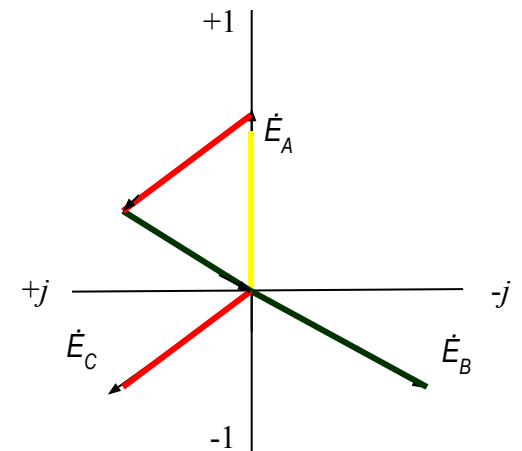
Приняв начальную фазу ЭДС фазы A равной 0, получаем:

$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

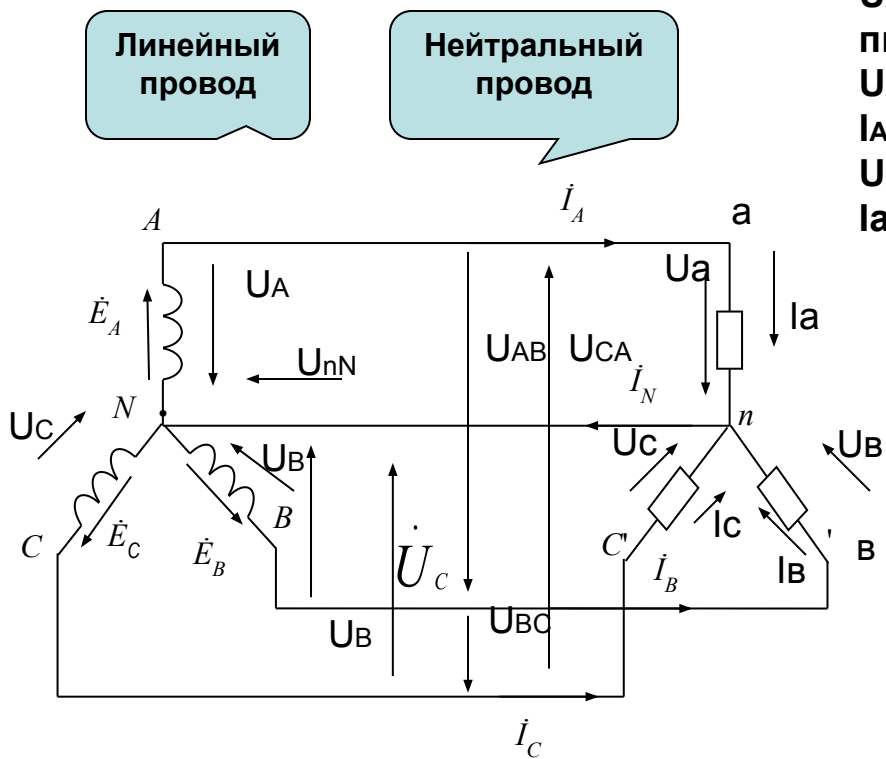
$$\begin{aligned} \dot{E}_A &= E e^{j0} \\ \dot{E}_B &= E e^{-j120} \\ \dot{E}_C &= E e^{+j120} \end{aligned}$$



При симметричной системе векторная сумма ЭДС равна нулю:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

# Соединение обмоток фаз генератора и приемника по схеме "звезда"

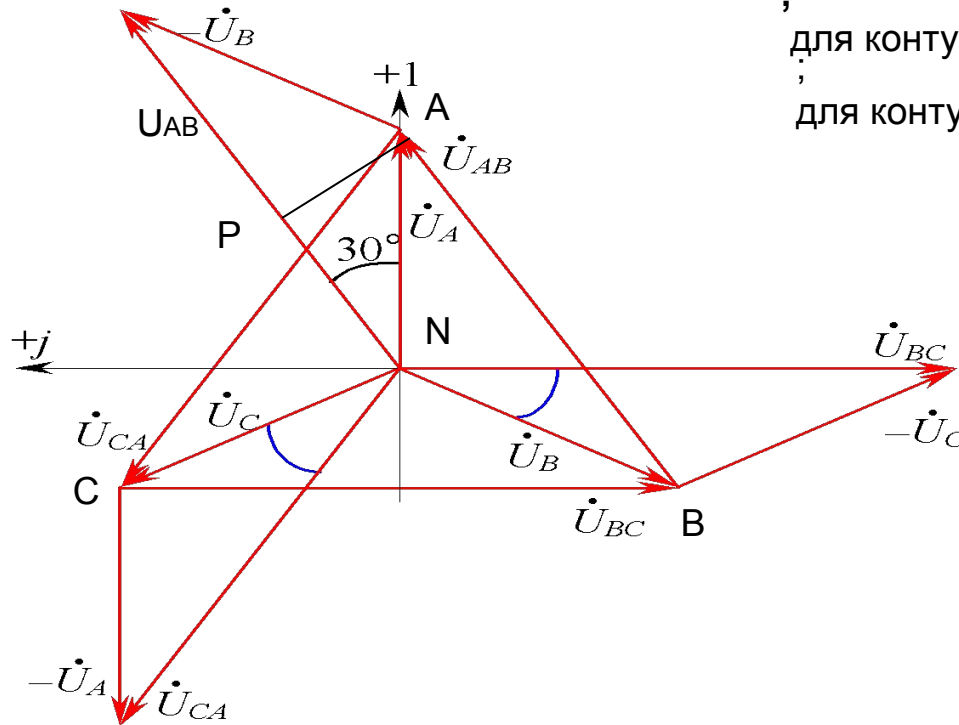


$U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  – линейные напряжения источника питания;  
 $U_A, U_B, U_C$  – фазные напряжения источника питания;  
 $I_A, I_B, I_C$  – линейные токи;  
 $U_a, U_b, U_c$  – фазные напряжения приемника  
 $I_a, I_b, I_c$  – фазные токи приемника

$$I_{л} = I_{ф}$$

Схема четырехпроводной системы

# Соотношения между линейным и фазным напряжениями источника питания



для контура ANBA:  $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$   
 ;  
 для контура BNCB:  $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$   
 ;  
 для контура CNAC:  $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$

Из  $\Delta NAP$

$$|AB| = U_{AB} = 2U_A \cos 30^\circ,$$

$$U_{л} = 2\sqrt{3} U_{\phi} / 2 = \sqrt{3} U_{\phi}$$

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{\phi}$$

$$\dot{U}_A = U_{\phi} e^{j0}$$

$$\dot{U}_B = U_{\phi} e^{-j120^\circ}$$

$$\dot{U}_C = U_{\phi} e^{+j120^\circ}$$

$$\dot{U}_{AB} = U_{л} e^{+j30^\circ}$$

$$\dot{U}_{BC} = U_{л} e^{-j90^\circ}$$

$$\dot{U}_{CA} = U_{л} e^{+j150^\circ}$$

**В промышленности пользуются напряжением 127, 220 и 380 В.**

**В высоковольтных линиях электропередачи применяют напряжение 6 кВ, 10 кВ, 35 кВ, 110 кВ, 220 кВ, 400 кВ, 500 кВ и более.**

**В низковольтных установках применяются, как правило, четырехпроводные линии электропередачи, а в высоковольтных - трехпроводные. Четырехпроводные линии удобны при совместном электропитании силовых и осветительных потребителей.**

**Электродвигатели, например, подключаются к трем линейным проводам, а осветительные приборы - к одному линейному и нулевому проводам.**

**При электроснабжении жилых домов в них вводят четырехпроводный кабель. В квартиры же подается один нулевой провод и один линейный. При этом линейные провода чередуются от квартиры к квартире. Это необходимо для того, чтобы наиболее равномерно загрузить сеть по фазам.**

# Трехфазный приемник, соединенный по схеме "звезда"

**Симметричный трехфазный приемник** это приемник, у которого комплексные

сопротивления фаз равны между собой т.е.

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c \quad Z_a = Z_b = Z_c, \quad \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c.$$

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0.$$

Согласно схеме четырехпроводной системы:

$$\dot{U}_a + \dot{U}_{nN} - \dot{U}_A = 0,$$

$$\dot{U}_b + \dot{U}_{nN} - \dot{U}_B = 0,$$

$$\dot{U}_c + \dot{U}_{nN} - \dot{U}_C = 0.$$

**Напряжения фаз приемника:**

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

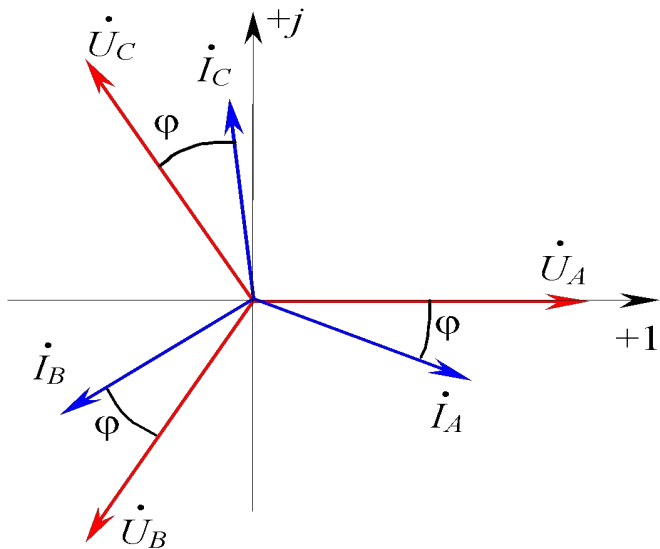
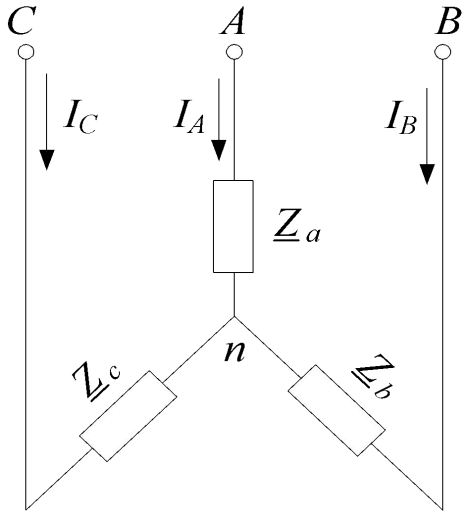
Так как  $U_{nN} = 0$ , то

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C$$

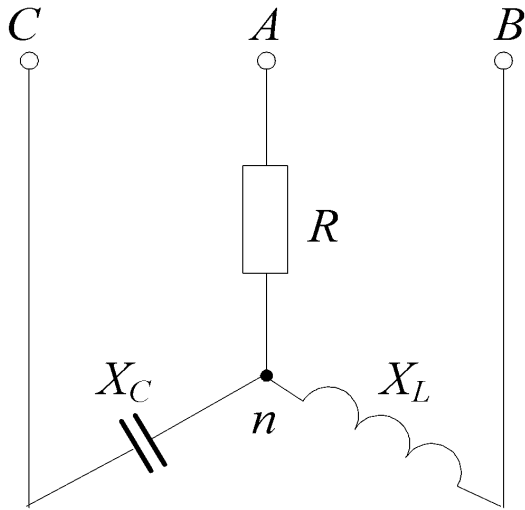
**Фазные токи:**

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$



**Несимметричный трехфазный приемник** – это приемник, у которого комплексные сопротивления фаз не равны между собой, т.е.



$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$ ,  $\phi_a \neq \phi_b \neq \phi_c$  – общий случай,  
 $Z_a = Z_b = Z_c$ ,  $\phi_a \neq \phi_b \neq \phi_c$  – равномерная несимметричная,  
 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ ,  $\phi_a = \phi_b = \phi_c$  – однородная несимметричная.

**Проводимости фаз:**

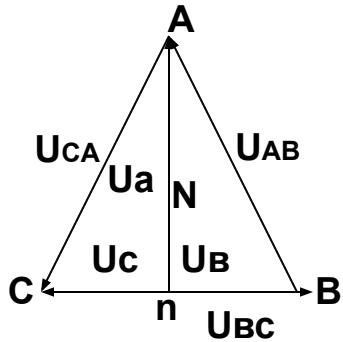
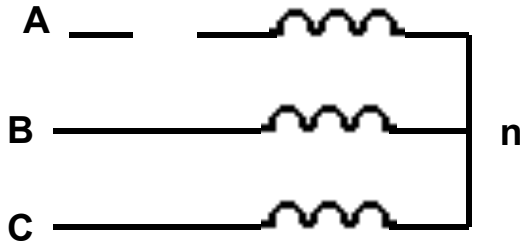
$$\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a = 1/R$$

$$\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b = 1/(X_L e^{+j90^\circ})$$

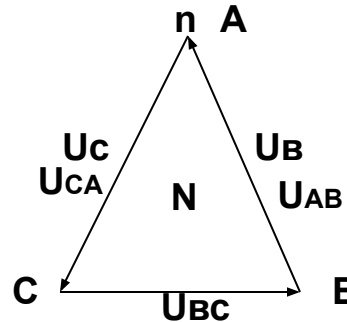
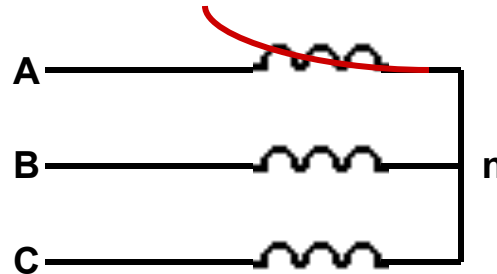
$$\underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c = 1/(X_C e^{-j90^\circ})$$



### Обрыв фазы «А»



### Короткое замыкание фазы «А»



### Напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{nN} = (\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c) / (\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c),$$

Фазные напряжения:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}$$

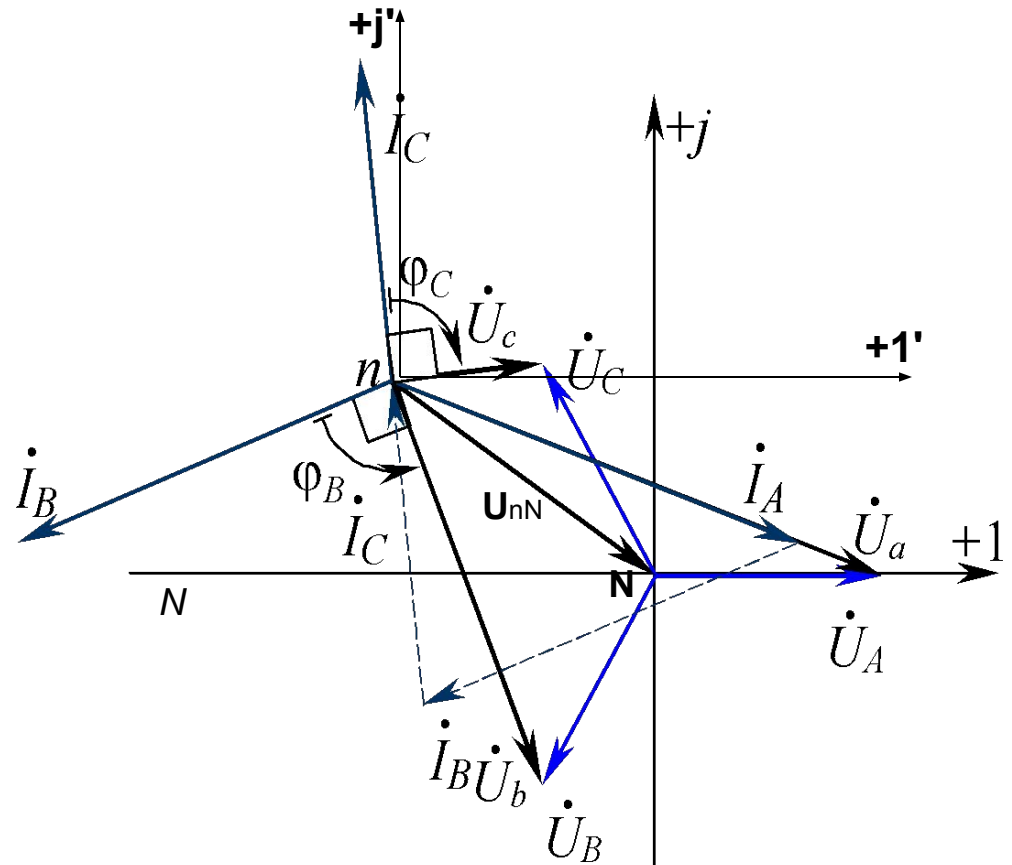
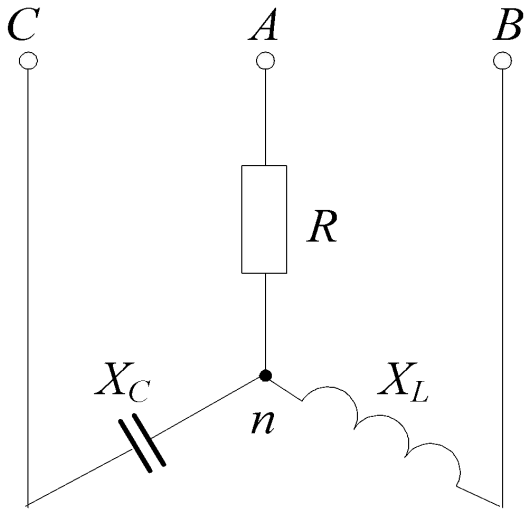
$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}$$

Токи:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c$$

# Векторная диаграмма электрической цепи при несимметричной нагрузке



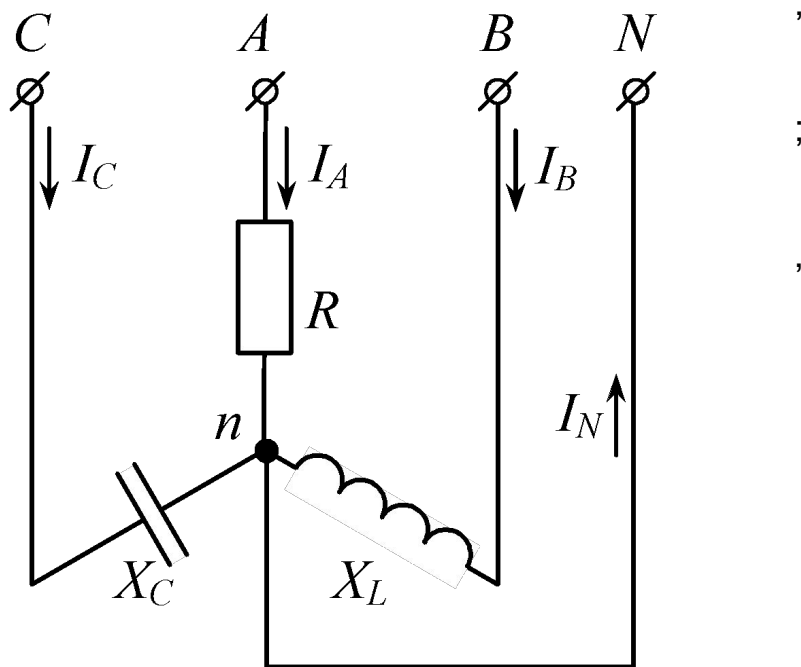
**Асимметрия нагрузки в трехпроводной сети приводит к перекосу фазных напряжений, что недопустимо.**

**Поэтому трехпроводная система при несимметричной нагрузке и схеме «звезда» не применяется.**

## Соединение фаз приемника "звездой" с нейтральным проводом

Для выравнивания фазных напряжений приемника необходимо получить значение напряжения между нейтральными точками генератора и приемника равное 0. Это возможно при включении нейтрального провода между нейтралями генератора и приемника. Сопротивление этого провода не более 4 Ом.

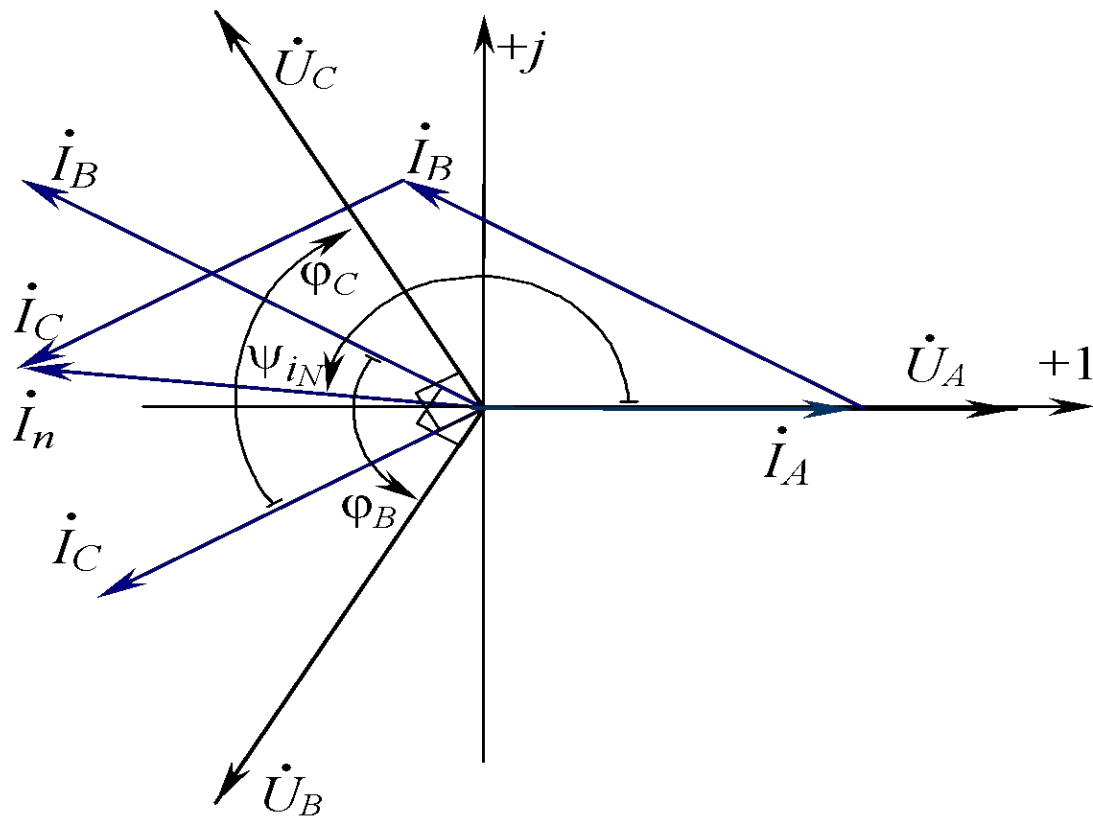
$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}} = 0$$



Тогда:

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \dot{U}_A \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C\end{aligned}$$

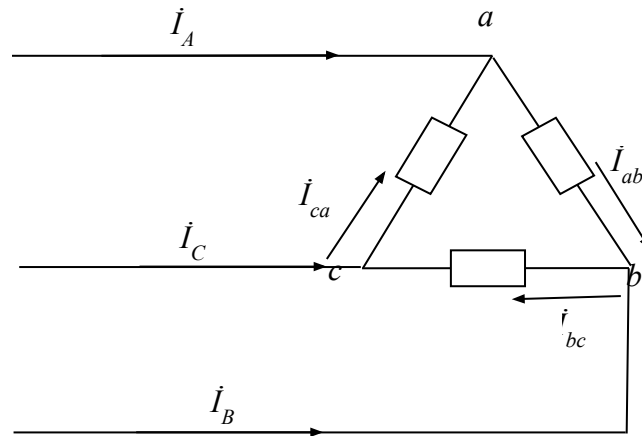
# Векторная диаграмма несимметричного трехфазного приемника с нейтральным проводом



Ток нейтрального провода

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

# Соединение обмоток генератора и фаз приемника по схеме "треугольник"



$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф.}}$$

$$\begin{aligned} I_{ca} - I_{ab} + I_A &= 0; \\ I_{ab} - I_{bc} + I_B &= 0; \\ I_{bc} - I_{ca} + I_C &= 0. \end{aligned}$$

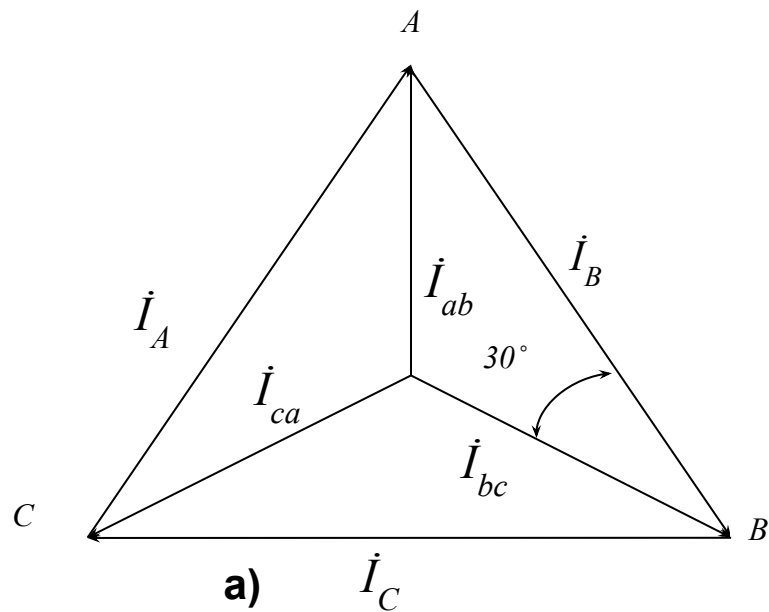


Линейные токи:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{ab} - I_{ca}; \\ I_B &= I_{bc} - I_{ab}; \\ I_C &= I_{ca} - I_{bc}. \end{aligned}$$

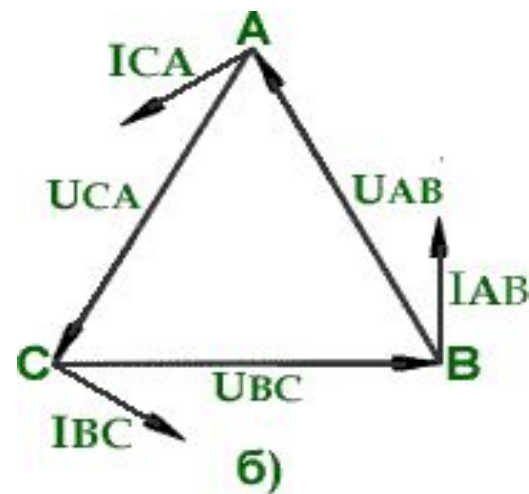


$$I_A + I_B + I_C = 0.$$



Векторная диаграмма токов

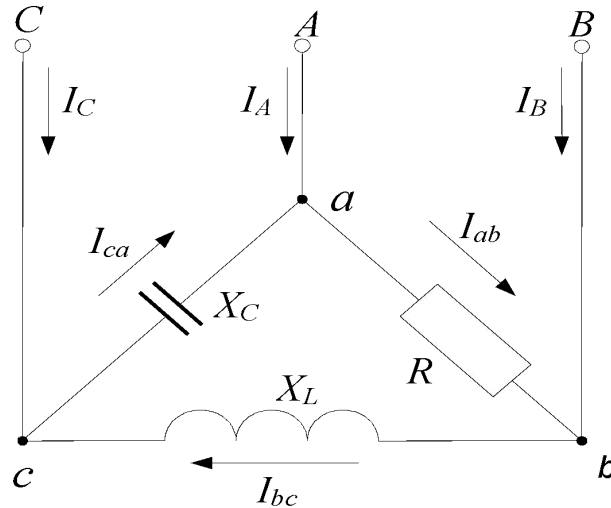
$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\Phi}$$



Векторная диаграмма приемника при активно-индуктивной нагрузке

# Несимметричная нагрузка при соединении фаз приемника по схеме "треугольник"

Трехпроводная система. При соединении треугольником  $U_\Delta = U_\Phi$ , а линейные напряжения источника всегда симметричны. Поэтому соединение треугольником применяется в трехпроводных системах при любой нагрузке, как симметричной, так и несимметричной, если номинальное напряжение приемника равняется линейному напряжению источника питания.



$$\underline{Z}_{ab} = R e^{j0}$$

$$\underline{Z}_{bc} = X_L e^{+j90^\circ}$$

$$\underline{Z}_{ca} = X_C e^{-j90^\circ}$$

Примем  $\psi_{AB} = 0^\circ$

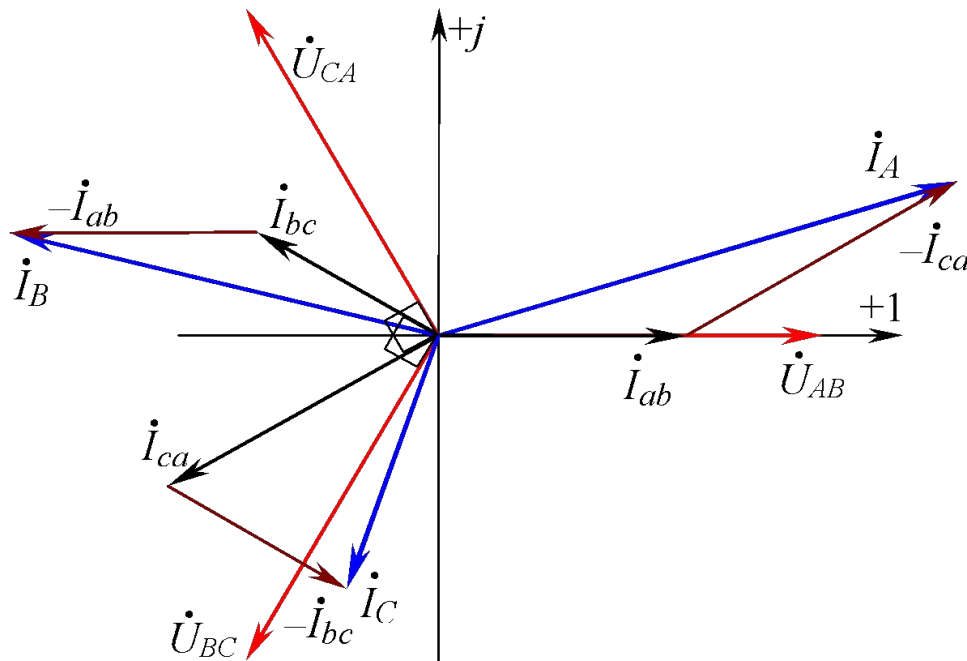
$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{U_\Phi e^{j0}}{R e^{j0}} = I_{ab} e^{j0}$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{-\underline{Z}_{bc}} = \frac{U_\Phi e^{-j120}}{Z e^{j90}} = I_{bc} e^{-j210}$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{-\underline{Z}_{ca}} = \frac{U_\Phi e^{+j120}}{Z e^{-j90}} = I_{ca} e^{+j210}$$

# Векторная диаграмма напряжений, фазных и линейных токов при несимметричной нагрузке

Для построения векторной диаграммы на комплексной плоскости сначала строятся векторы линейных напряжений, затем векторы фазных токов и по ним определяются графически линейные токи, которые должны совпасть с расчетными по модулю и аргументу.



$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$



# Определение мощности и коэффициента мощности трехфазного приемника

**При симметричной нагрузке фаз  
приемника:**

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$$

Полная мощность  $S$ , ВА:

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_{лл} I_{л}$$

Активная мощность  $P$ , Вт:

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos\varphi = \sqrt{3} U_{лл} I_{л} \cos\varphi$$

Реактивная мощность  $Q$ , вар:

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin\varphi = \sqrt{3} U_{лл} I_{л} \sin\varphi$$

Коэффициент  
мощности

$$\cos\varphi = P/S$$

**При несимметричной нагрузке  
фаз**

$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

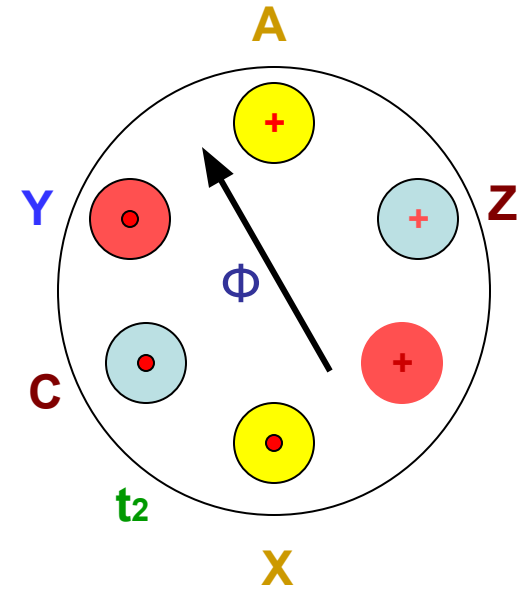
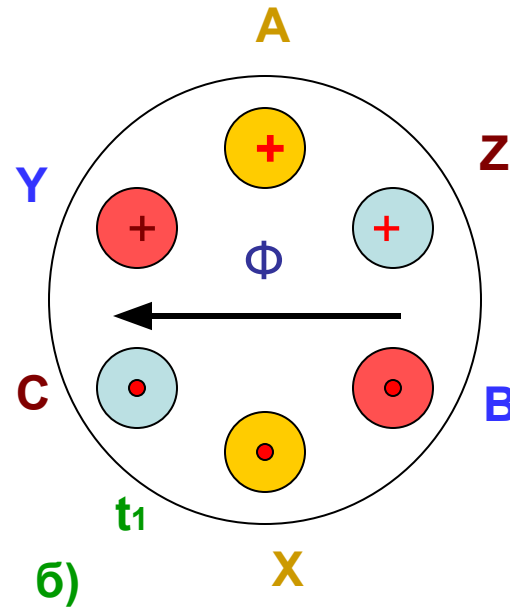
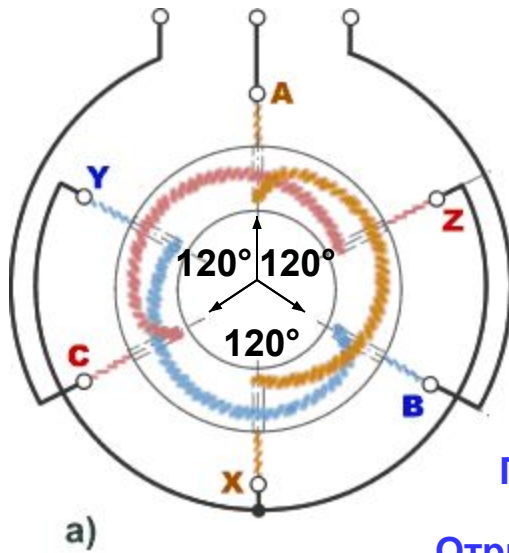
Полная мощность трехфазной цепи определяется как геометрическая сумма мощностей фаз:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \text{ ВА}$$

Активная мощность:  $P = P_a + P_b + P_c$ , Вт

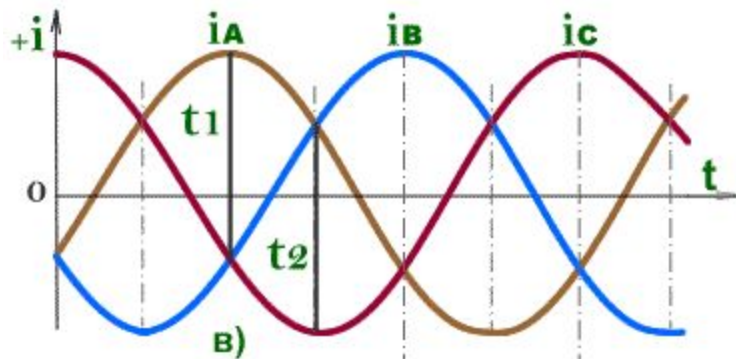
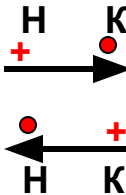
Реактивная мощность  $Q = \pm Q_a \pm Q_b \pm Q_c$ , вар

# Получение вращающегося магнитного потока



Положительное направление тока от начала к концу фазы

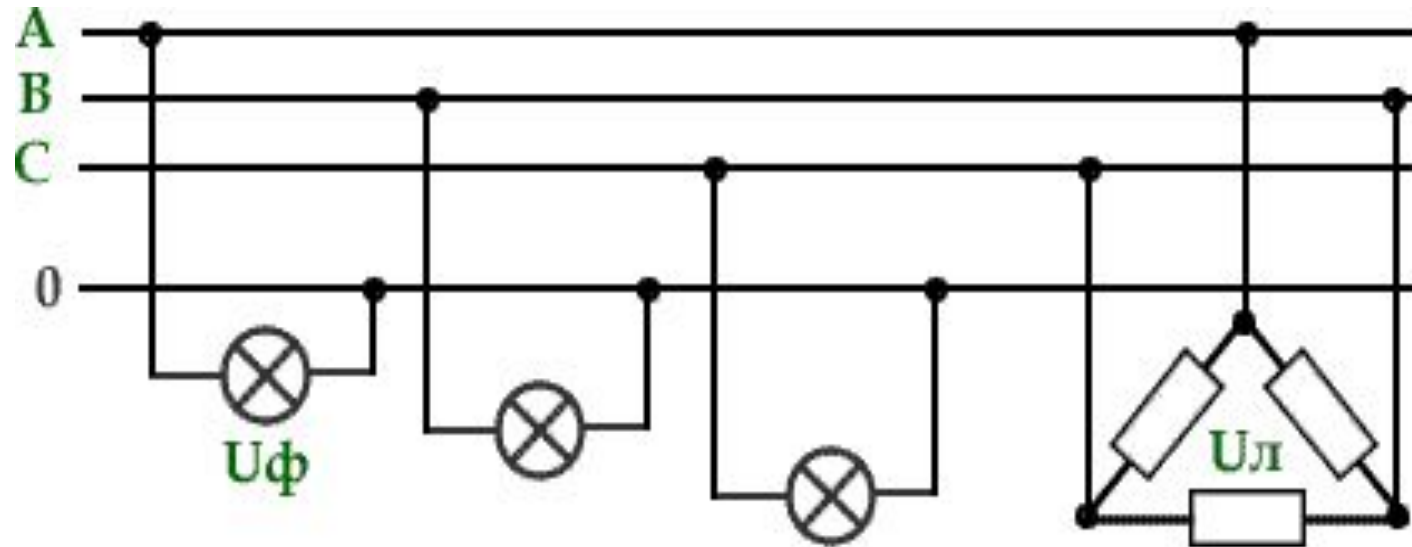
Отрицательное направление тока от конца к началу фазы



**Условия возникновения вращающегося магнитного потока:**

1. пространственный сдвиг катушек;
2. разные начальные фазы токов катушек

# Подключение приемников к трехфазной сети



### Задача .

В четырехпроводную сеть с линейным напряжением  $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$   $\psi_{U_a} = 0$ , включен трехфазный приемник, соединенный по схеме «звезда» с нейтральным проводом. Комплексные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = 3 + j4; \quad \underline{Z}_b = 3 + j5,2; \quad \underline{Z}_c = 4 + j3;$$

Найти комплексные токи в линейных и нейтральном проводах.

### Решение.

Фазное напряжение, В:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127$$

Комплексные фазные напряжения, В:

$$\underline{U}_a = 127e^{j0^\circ}; \quad \underline{U}_b = 127e^{-j120^\circ}; \quad \underline{U}_c = 127e^{-j240^\circ} = 127e^{+j120^\circ};$$

Комплексные линейные токи равны соответственно комплексным фазным токам, А:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{127e^{j0^\circ}}{\sqrt{3^2 + 4^2} e^{j \arctg \frac{4}{3}}} = \frac{127e^{j0^\circ}}{5e^{j53^\circ}} = 25,4e^{-j53^\circ}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{\sqrt{3^2 + 5,2^2} e^{j \arctg \frac{5,2}{3}}} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{6e^{j60^\circ}} = 21,2e^{-j180^\circ}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{127e^{j120^\circ}}{\sqrt{4^2 + 3^2} e^{j \arctg \frac{3}{4}}} = \frac{127e^{j120^\circ}}{5e^{j37^\circ}} = 25,4e^{j83^\circ}$$

**Комплексный ток в нейтральном проводе, А:**

$$\vec{I}_N = \vec{I}_a + \vec{I}_b + \vec{I}_c = 25,4e^{-j53^\circ} + 21,2e^{-j180^\circ} + 25,4e^{j83^\circ}$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_N &= (25,4 \cos(-53^\circ) + j25,4 \sin(-53^\circ)) + (21,2 \cos(-180^\circ) + j21,2 \sin(-180^\circ)) + \\ &+ (25,4 \cos 83^\circ + j25,4 \sin 83^\circ) = -2,81 + j4,9 = 5,9e^{j120} \end{aligned}$$

## Задачи

1. К трехфазной линии с  $U_{л} = 220$  В подключен трехфазный приемник, соединенный по схеме: а) «звезда» с нейтральным проводом; б) «треугольник». Сопротивления фаз приемника  $R_a = 10$  Ом,  $R_b = 3$  Ом,  $X_b = 4$  Ом,  $X_c = -10$  Ом. Определить линейные и фазные токи, активную, реактивную, полную мощности трехфазного приемника, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму напряжений и токов на комплексной плоскости.
2. К трехфазной линии с  $U_{л} = 220$  В подключен симметричный трехфазный приемник, активная потребляемая мощность которого  $P = 5$  кВт,  $\cos\varphi = 0,6$ . Определить токи приемника при соединении фаз по схеме «звезда», «треугольник». Определить сопротивление фазы приемника. Построить совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений
3. Приемник соединен по схеме «звезда» с нейтральным проводом. В фазу  $A$  включен реостат  $R$ , в фазу  $B$  – катушка  $L$ , в фазу  $C$  – конденсатор  $C$ . Начертите электрическую схему и построить векторную диаграмму токов и напряжений.
4. Вычертите электрическую схему и построить векторную диаграмму напряжений и токов для трехфазного приемника, соединенного по схеме «треугольник», если в первую фазу включен элемент с параметром  $L$ , во вторую – с параметром  $C$ , в третью – с параметром  $R$ .