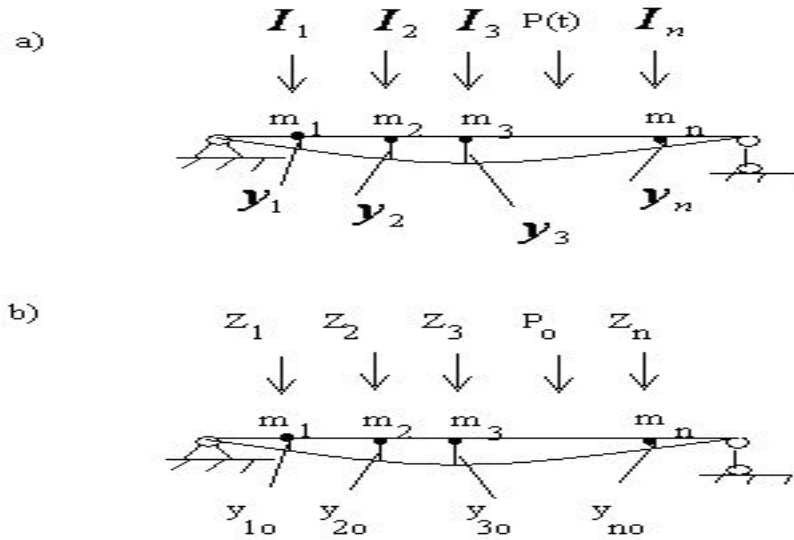


Вынужденные колебания системы с конечным числом степеней свободы. Динамический расчет рам

Содержание

- 1. Уравнения вынужденных колебаний системы с конечным числом степеней свободы**
- 2. Амплитудные значения инерционных сил**
- 3. Построение эпюры динамических изгибающих моментов**
- 4. Алгоритм динамического расчета**
- 5. Действие произвольной нагрузки, изменяющейся во времени и приложенной к различным массам**

Амплитудные значения инерционных сил



$$P(t) = P_o \text{Sin} \theta t$$

P_o – амплитудное значение внешней нагрузки,
 θ – частота.

$$y_i = y_i(t) = y_{io} \text{Sin} \theta t$$

$$(i=1,2,\dots,n)$$

$$I_1 = m_1 y_{1o} \theta^2 \text{Sin} \theta t = Z_1 \text{Sin} \theta t,$$

$$I_2 = m_2 y_{2o} \theta^2 \text{Sin} \theta t = Z_2 \text{Sin} \theta t,$$

.....,

$$I_n = m_n y_{no} \theta^2 \text{Sin} \theta t = Z_n \text{Sin} \theta t$$

Амплитудные значения инерционных сил

$$I_1 = m_1 y_{1o} \theta^2 \sin \theta t = Z_1 \sin \vartheta t,$$

$$I_2 = m_2 y_{2o} \theta^2 \sin \theta t = Z_2 \sin \vartheta t,$$

.....,

$$I_n = m_n y_{no} \theta^2 \sin \theta t = Z_n \sin \vartheta t$$

- Z_1, Z_2, Z_n – амплитудные значения инерционных сил

$$Z_1 = m_1 \theta^2 y_{1o}, \dots, Z_n = m_n \theta^2 y_{no} \quad y_i = y_i(t) = y_{io} \sin \theta t$$

$i=1, 2, \dots, n$, где y_{io} – амплитуда колебаний.

$$y_1 = I_1 \delta_{11} + I_2 \delta_{12} + \dots + I_n \delta_{1n} + P(t) \delta_{1p},$$

$$y_2 = I_1 \delta_{21} + I_2 \delta_{22} + \dots + I_n \delta_{2n} + P(t) \delta_{2p},$$

.....,

$$y_n = I_1 \delta_{n1} + I_2 \delta_{n2} + \dots + I_n \delta_{nn} + P(t) \delta_{np}$$

Формулы для определения перемещений от единичных инерционных сил

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1 M_1^0 dx}{EI}; \quad \delta_{12} = \sum \int \frac{M_1 M_2^0 dx}{EI} \dots\dots\dots \delta_{1n} = \sum \int \frac{M_1 M_n^0 dx}{EI};$$

.....

$$\delta_{n1} = \sum \int \frac{M_n M_1^0 dx}{EI}; \quad \delta_{n2} = \sum \int \frac{M_n M_2^0 dx}{EI}; \quad \dots\dots\dots \delta_{nn} = \sum \int \frac{M_n M_n^0 dx}{EI};$$

$$\delta_{1p} = \sum \int \frac{M_p M_1^0 dx}{EI}; \quad \delta_{2p} = \sum \int \frac{M_p M_2^0 dx}{EI}; \quad \dots\dots\dots \delta_{np} = \sum \int \frac{M_p M_n^0 dx}{EI};$$

- M_i – изгибающий момент от единичного значения i -ой инерционной силы в заданной статически неопределимой системе, M_i^0 - изгибающий момент от единичного значения i -ой инерционной силы в любой статически определимой системе, полученной из заданной, а M_p - изгибающий момент от внешней нагрузки « P_0 » в заданной статически неопределимой системе.

Уравнения для амплитудных значений перемещений

$$m_1 \theta^2 y_{1o} \left(\delta_{11} - \frac{1}{m_1 \theta^2} \right) + m_2 \delta_{12} \theta^2 y_{2o} + \dots + m_n \delta_{1n} \theta^2 y_{no} + P_o \delta_{1p} = 0,$$

$$m_1 \delta_{21} \theta^2 y_{1o} + m_2 \theta^2 y_{2o} \left(\delta_{22} - \frac{1}{m_2 \theta^2} \right) + \dots + m_n \delta_{2n} \theta^2 y_{no} + P_o \delta_{2p} = 0,$$

.....,

$$m_1 \delta_{n1} \theta^2 y_{1o} + m_2 \delta_{n2} \theta^2 y_{2o} + \dots + m_n \theta^2 y_{no} \left(\delta_{nn} - \frac{1}{m_n \theta^2} \right) + P_o \delta_{np} = 0$$

Вводим следующие обозначения,

$$\delta_{11}^* = \delta_{11} - \frac{1}{m_1 \theta^2}; \quad \delta_{22}^* = \delta_{22} - \frac{1}{m_2 \theta^2}; \quad \dots \quad \delta_{nn}^* = \delta_{nn} - \frac{1}{m_n \theta^2}.$$

Амплитудное значение динамического изгибающего момента

$$Z_1 \delta_{11}^* + Z_2 \delta_{12} + \dots + Z_n \delta_{1n} + P_o \delta_{1p} = 0,$$

$$Z_1 \delta_{21} + Z_2 \delta_{22}^* + \dots + Z_n \delta_{2n} + P_o \delta_{2p} = 0,$$

.....,

$$Z_1 \delta_{n1} + Z_2 \delta_{n2} + \dots + Z_n \delta_{nn}^* + P_o \delta_{np} = 0$$

$$M = M_o \text{Sin} \theta t,$$

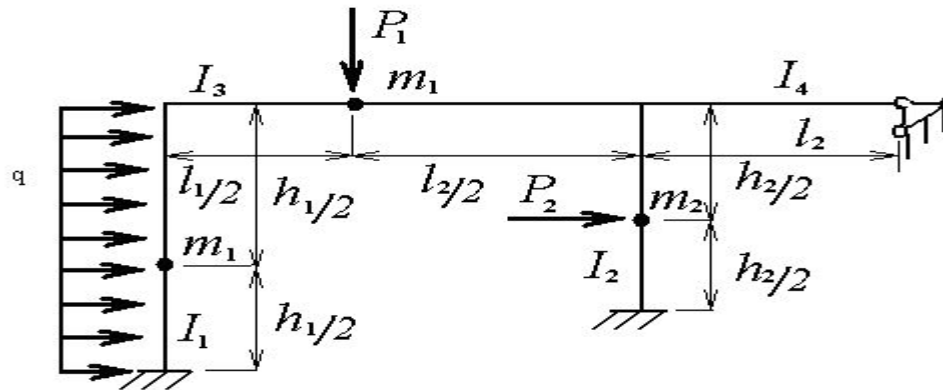
$$M_o = M_{P_o} + \sum_{i=1}^n M_i Z_i$$

M_0 – амплитудное значение динамического изгибающего момента, M_i – изгибающий момент от единичного значения i -ой инерционной силы в заданной системе, приложенный к i -ой массе, а M_{P_o} – изгибающий момент от внешней нагрузки « P_o » в заданной системе. Под « P_o » понимаем амплитудные значения любой внешней нагрузки, включая распределенные.

Действие произвольной нагрузки, изменяющейся во времени и приложенной к различным массам

- При решении такой задачи можно использовать следующий метод:
 1. определить собственные частоты и формы собственных колебаний;
 2. заданную нагрузку необходимо перегруппировать между массами или разложить по собственным формам (число групп = числу степени свободы);
 3. после выполнения указанных операций в дальнейшем выполняются расчеты для каждой категории нагрузки по известным формулам из теории колебаний системы с одной степенью свободы, причем частота собственных колебаний в этих формулах соответствует или равна той, которой соответствует данная категория нагрузки;
 4. частные решения от каждой категории нагрузки суммируют и получают окончательное решение.

Алгоритм динамического расчета рамы



1. Определяем частоты собственных колебаний, проверка на резонанс;
2. Строим статическую эпюру изгибающих моментов от амплитудных значений внешней нагрузки $M_{\text{стат}}$;
3. Определяем амплитудные значения инерционных сил;
4. Строим динамическую эпюру изгибающих моментов $M_{\text{дин}}$;
5. Определяем динамический коэффициент

$$\mu = \frac{M_{\text{дин}}}{M_{\text{стат}}};$$