

ЛЕКЦИЯ № 18 Элементы статистической физики

Распределение Максвелла

Хаотический характер движения молекул и их взаимных столкновениям, с одной стороны, приводит к тому, что среди молекул имеются как очень быстрые молекулы, так и очень медленные молекулы; с другой стороны, распределение молекул по скоростям оказывается вполне определенным.

Распределение Максвелла (Джеймс Максвелл, 1859 г.) – распределение по скоростям частиц макроскопической физической системы, находящейся в термодинамическом равновесии, при условии, что частицы подчиняются законам классической механики (пример – классический идеальный газ).

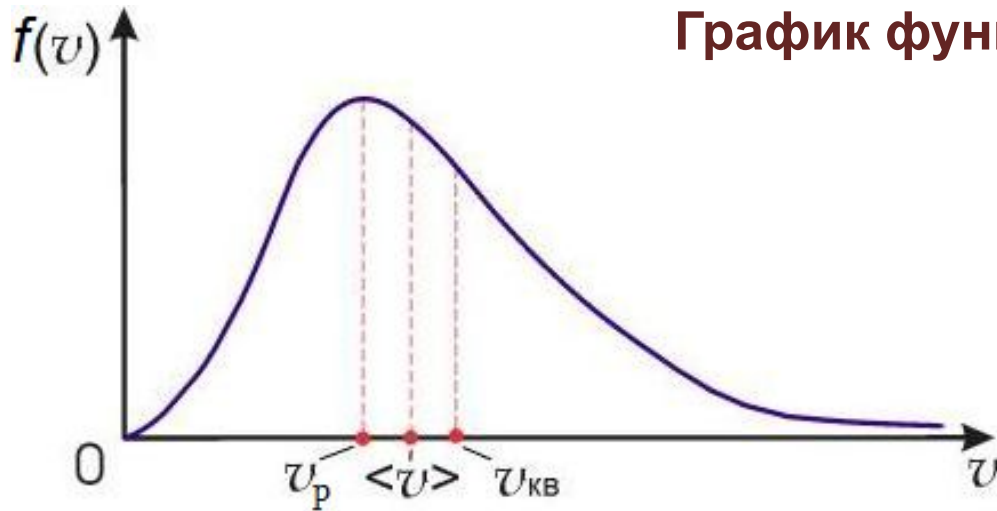
Согласно распределению Максвелла относительная доля молекул идеального газа, имеющих скорости в интервале от v до $v+dv$, равно

$$dn/n = f(v)dv \quad , \quad (18.1)$$

где функция распределения Максвелла

$$f(v) = \left(\frac{m_m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_m v^2}{2kT} \right) \quad , \quad (18.2)$$

График функции $f(v)$



Площадь под кривой неизменна и численно равна единице.

Характерные скорости молекул идеального газа

1) наиболее вероятная скорость

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m_m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad , \quad (18.3)$$

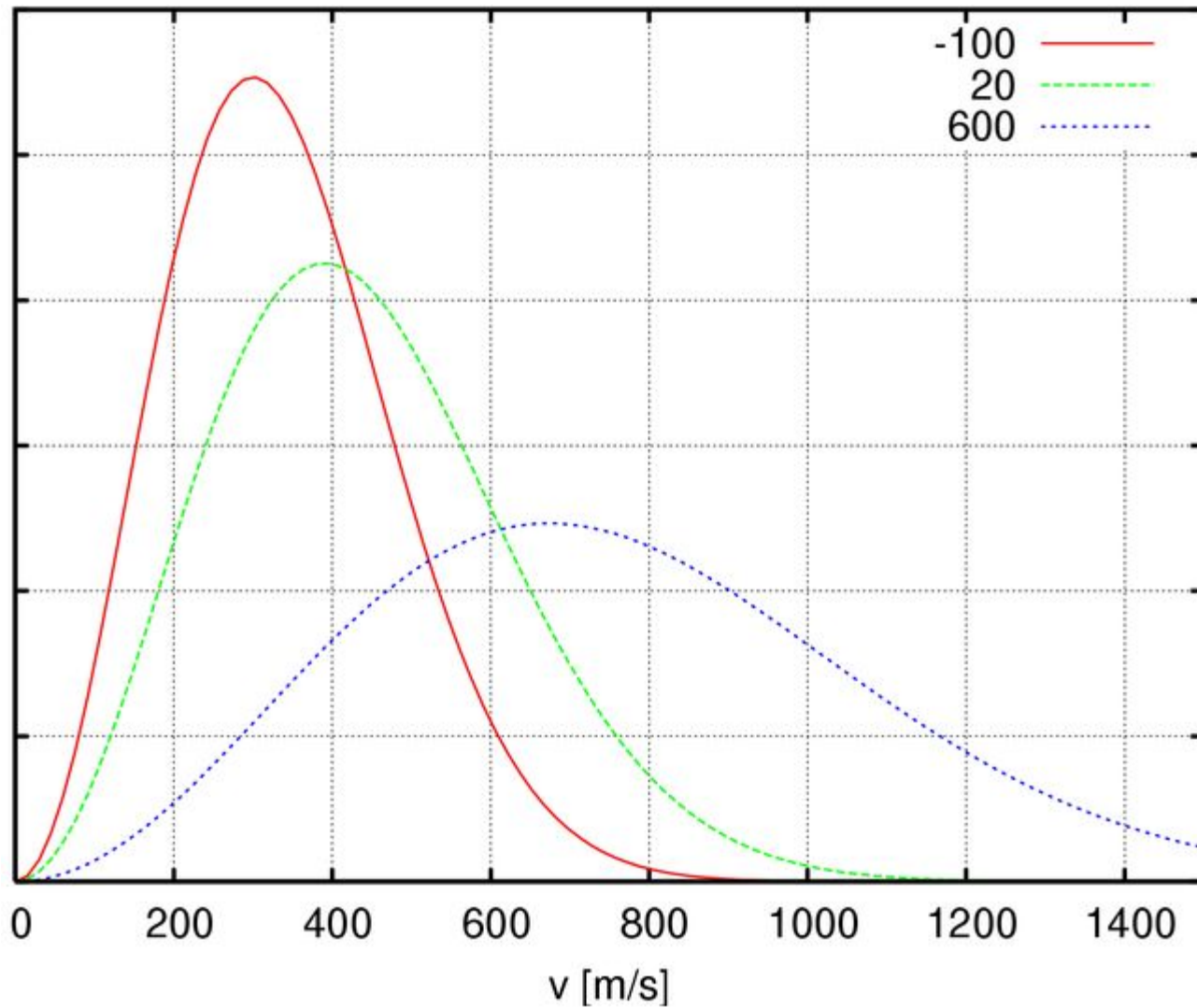
2) средняя скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \quad , \quad (18,4)$$

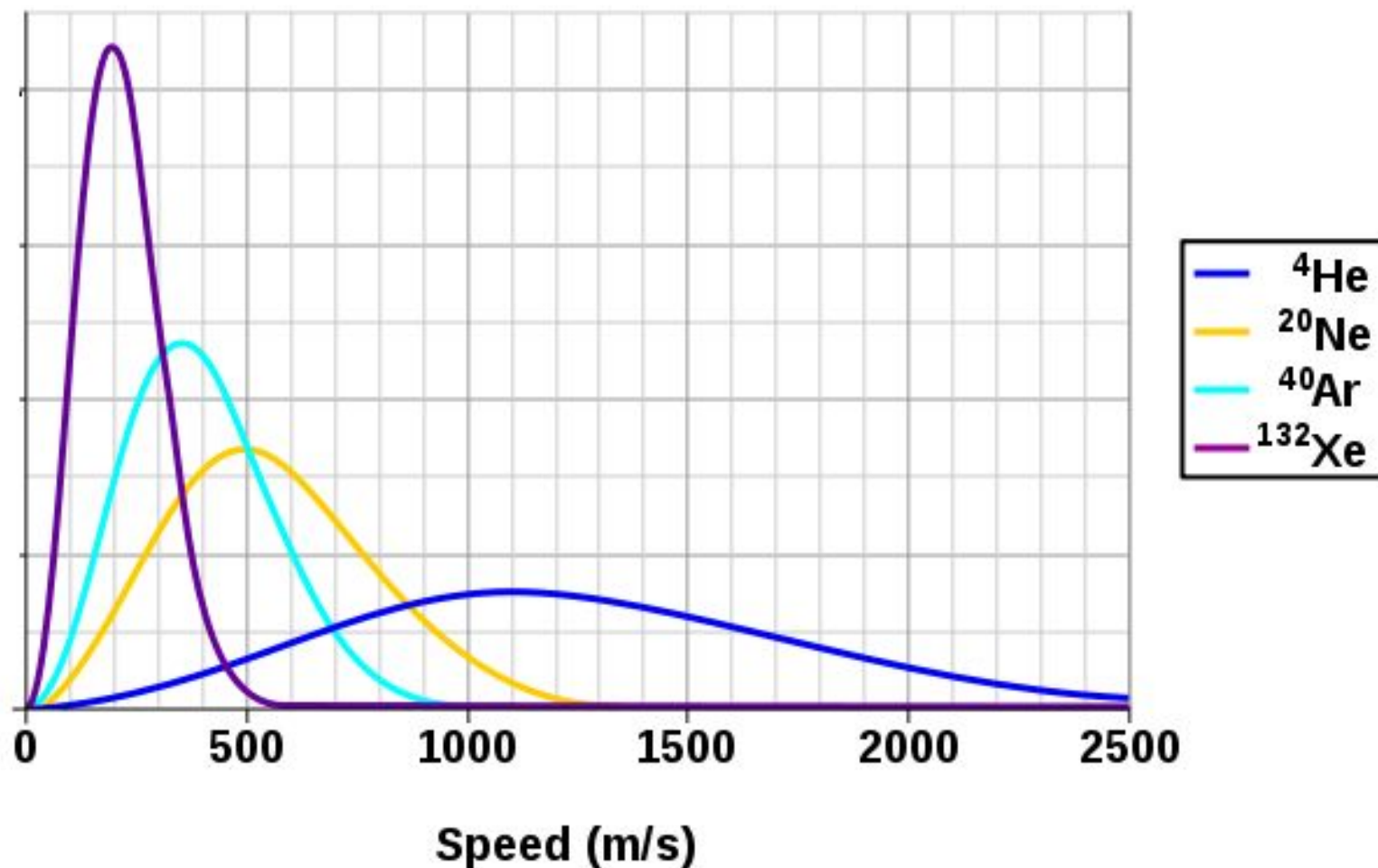
3) среднеквадратичная скорость

$$v_{KB} = \tilde{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad . \quad (18.5)$$

Функция распределения Максвелла при различных температурах для одного и того же газа (O_2)



Функция распределения Максвелла для различных газов при одной и той же температуре ($T=298\text{ K}$)



Распределение Больцмана

Распределение Максвелла получено в предположении, что на частицы физической макросистемы не действуют внешние силы (например, сила тяжести).

Если же макросистема (в частности, идеальный газ) находится во внешнем силовом поле, то распределение частиц по объему описывается законом Больцмана (Людвиг Больцман, 1896 г.).

В соответствии с распределением Больцмана концентрация частиц макросистемы в некоторой ее точке \mathbf{r} , определяется выражением

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp\left[-\frac{\Pi(\mathbf{r})}{kT}\right], \quad (18.6)$$

где n_0 – концентрация частиц в отсутствии внешнего поля;

$\Pi(\mathbf{r})$ – потенциальная энергия частицы в точке \mathbf{r} .

В частности, в случае идеального газа, находящегося в поле сил тяжести, концентрация молекул газа на высоте h определяется выражением (барометрическая формула):

$$n(h) = n_0 \exp\left[-\frac{\mu gh}{RT}\right]. \quad (18.7)$$

Распределение (18.7) обусловлено действием двух процессов:

- 1) тепловое движение стремится распределить молекулы равномерно по объему;
- 2) гравитационное поле стремится поместить молекулы в область минимальной потенциальной энергии (т.е. на нулевую высоту).

