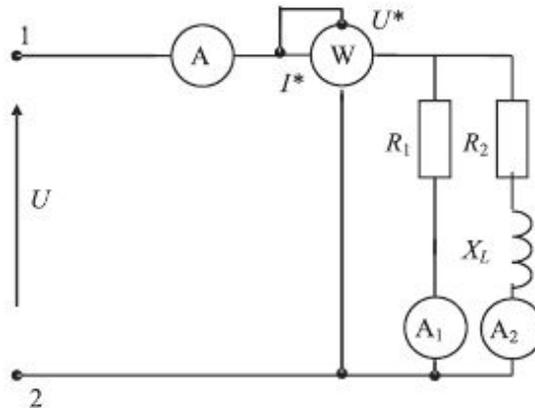


# ПЗ Комплексный метод расчета цепей синусоидального тока

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА Методические рекомендации к изучению дисциплины Составители  
А. С. Кудашев, В. Н. Злобин, М. А. Першина



В сеть переменного тока напряжением  $U = 250$  В включена цепь, состоящая из двух параллельных ветвей с сопротивлениями  $R_1 = 25$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом и  $X_L = 7$  Ом. Определить показания измерительных приборов, полную и реактивную мощности цепи, построить векторную диаграмму, треугольники токов и мощностей.

# Решение

1. Комплексное сопротивление второй ветви, Ом,

$$Z_2 = R_2 + jX_L = 10 + j7 = 12,2e^{j35}.$$

2. Комплексное сопротивление всей цепи, Ом,

$$Z = \frac{R_1 Z_2}{R_1 + Z_2} = \frac{25 \cdot 12,2e^{j35}}{35e^{j11}} = 9e^{j24}.$$

3. Общий ток цепи, А,

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{250}{9e^{j24}} = 28e^{-j24}, \varphi = -24^\circ.$$

Ток первичной ветви, А,

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{250}{25} = 10, \varphi_1 = 0^\circ.$$

# Решение

Ток вторичной ветви, А,

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{250}{12,2e^{j35}} = 21e^{-j35}, \varphi_2 = -35^\circ.$$

Амперметр в общей ветви покажет 28 А, в первой ветви показания равны 10 А, а во второй — 21 А.

4. Ваттметр покажет суммарную активную мощность цепи

$$P = P_1 + P_2,$$

где  $P_1 = I_1^2 R_1 = 10^2 \cdot 25 = 2500$  Вт;  $P_2 = I_2^2 R_2 = 21^2 \cdot 10 = 4410$  Вт;  $P = 6910$  Вт — показания ваттметра.

Реактивная мощность, вар, определяется только величиной  $X_L$  и равна

$$Q_L = I_2^2 X_L = 21^2 \cdot 7 = 3087.$$

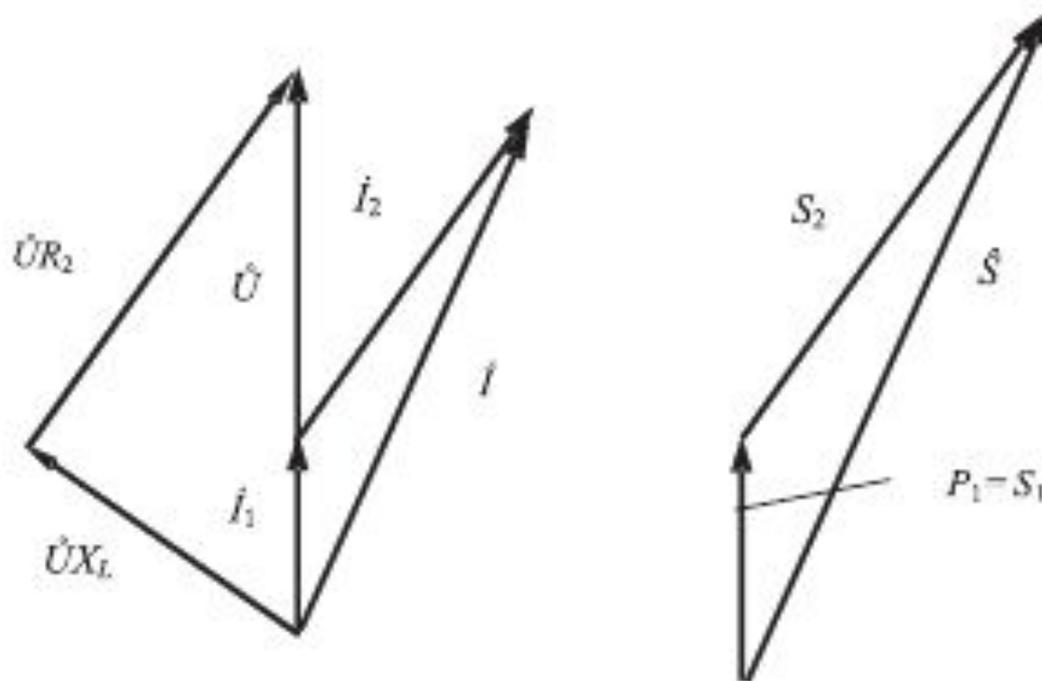
Полная мощность цепи, В·А:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{6910^2 + 3087^2} = 7568.$$

# Векторная диаграмма цепи.

Для построения векторной диаграммы выбираем масштабы по току и напряжению. Масштаб тока: в 1 см — 5А, масштаб мощностей: в 1 см —  $10^3$  В·А.

6. Из треугольника токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$  можно получить треугольник мощностей, если умножить векторы токов на общее напряжение  $U$ .



# Рассчитать

## Задача.

Три конденсатора соединены параллельно и подключены к источнику энергии с напряжением  $U = 50\text{В}$ . Общая емкость конденсаторов  $C_{\text{общ.}} = 100\text{ мкФ}$ ,  $C_1 = 20\text{ мкФ}$ ,  $C_2 = 30\text{ мкФ}$ .

Определить  $C_3$ , заряд батареи конденсаторов

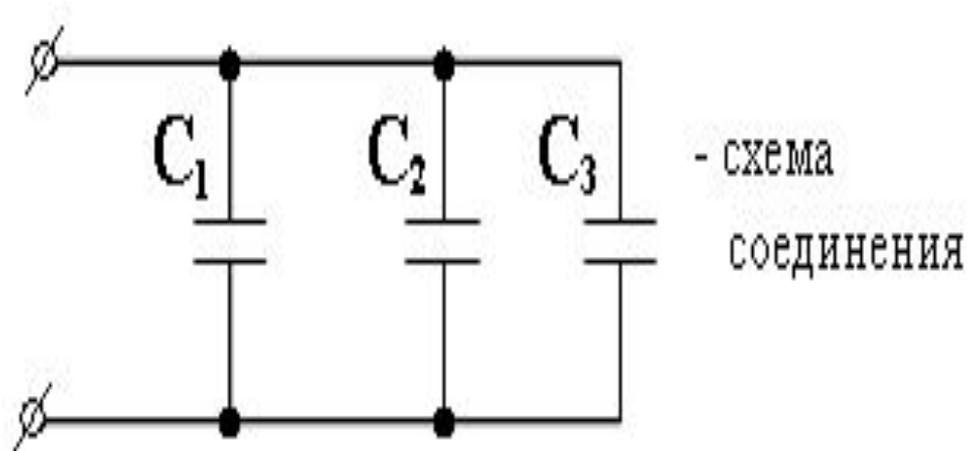
Дано:

$$U = 50\text{В}$$

$$C_{\text{общ.}} = 100\text{ мкФ}$$

$$C_1 = 20\text{ мкФ}$$

$$C_2 = 30\text{ мкФ}$$



# Расчет

1. При параллельном соединении конденсаторов

$$C_{\text{общ.}} = C_1 + C_2 + C_3, \text{ отсюда}$$

$$C_3 = C_{\text{общ.}} - C_1 - C_2$$

$$C_3 = 100 - 20 - 30 = 50 \text{ мкФ}$$

2. Заряды конденсаторов:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = U \cdot C$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

$$Q_1 = U \cdot C_1 = 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

$$Q_2 = U \cdot C_2 = 50 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

$$Q_3 = U \cdot C_3 = 50 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

$$Q = 1 \cdot 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

или  $Q = U \cdot C_{\text{общ.}} = 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$

Энергия конденсаторов:  $W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 50^2}{2} = 0,125 \text{ Дж}$

# Смешанное соединение конденсаторов

• Дано:

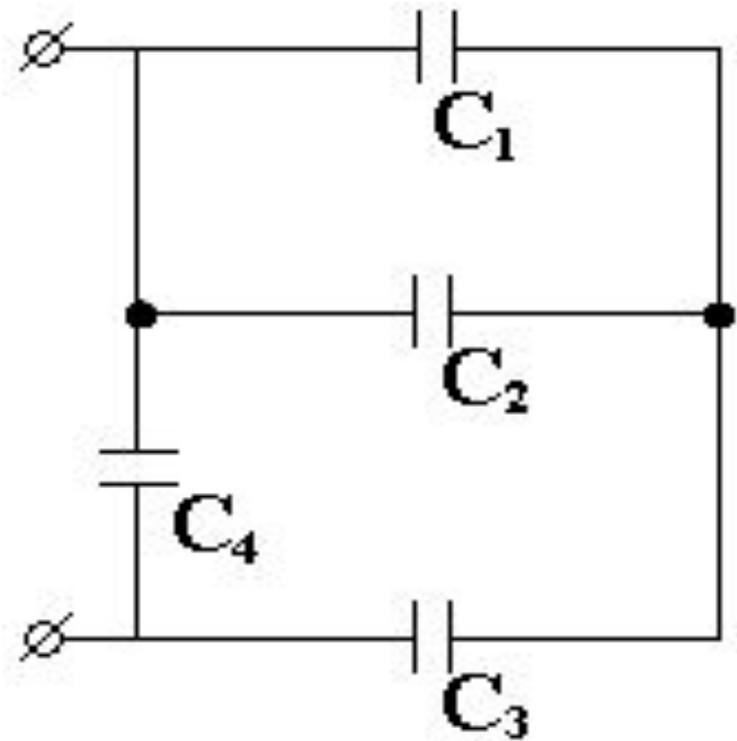
•  $C_1 = C_4 = 1 \text{ мкФ}$

•  $C_2 = 2 \text{ мкФ}$

•  $C_3 = 6 \text{ мкФ}$

•  $U = 20 \text{ В}$

• Опр.  $C_{\text{экв}}$ ,  $U_1 \div U_4$ ;  $Q_1 - Q_4$ ;  $Q$



# Решение:

1. Конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  соединены параллельно:

$$C_{1-2} = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3 \text{ мкФ}$$

2.  $C_3$  присоединен к ним последовательно:

$$C_{1-3} = \frac{C_{1-2} \cdot C_3}{C_{1-2} + C_3} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ мкФ}$$

3.  $C_4$  к  $C_{1-3}$  присоединен параллельно:

$$C_{\text{экв}} = C_4 + C_{1-3} = 1 + 2 = 3 \text{ мкФ}$$

4. Общее напряжение

$$U = U_4 = U_{1-3} = 200 \text{ В}$$

# Решение:

Определим заряды:

$$Q_{\text{общ.}} = U \cdot C_{\text{экв}} = 200 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

$$Q_4 = U \cdot C_4 = 200 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

$$Q_{1-3} = U \cdot C_{1-3} = 200 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

так как  $C_{1-2}$  и  $C_3$  соединены последовательно, то  $Q_{1-3} = Q_{1-2} = Q_3 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$

5. Падение напряжения на  $C_{1-2}$ :

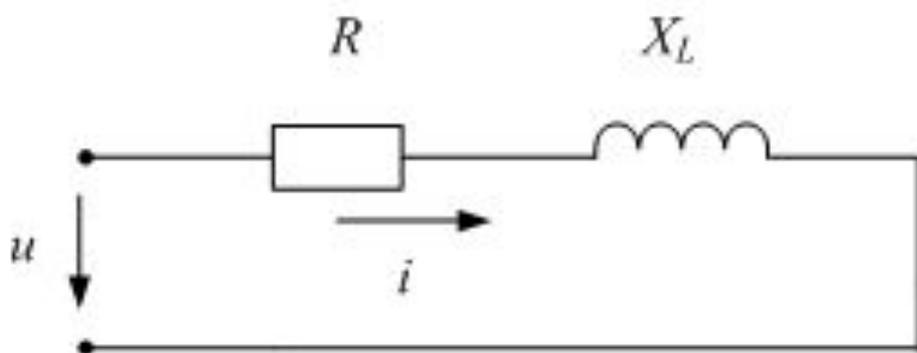
$$U_{1-2} = \frac{Q_{1-2}}{C_{1-2}} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-4}} = 133,3 \text{ В}$$

$$U_{1-2} = U_1 = U_2,$$

тогда  $Q_1 = U_1 \cdot C_1 = 133,3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$

$$Q_2 = U_2 \cdot C_2 = 133,3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 2,67 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$$

# Цепь с индуктивностью и активным сопротивлением.



**Дано:**

$$R = 30 \text{ Ом}$$

$$L = 0.127 \text{ Гн}$$

$$U = 120 \text{ В}$$

$$f = 50 \text{ Гц}$$

Написать уравнения мгновенных значений тока и напряжения.

# Расчет мгновенных значений

- Индуктивное сопротивление катушки  $X = 2\pi fL = 2 * 3.14 * 50 * 0.127 = 40 \text{ Ом}$ .
- Полное сопротивление в комплексной форме  $\sqrt{(30^2 + 40^2)}$
- $Z = R + jX_L = 30 + j40 = \sqrt{(30^2 + 40^2)} e^{j \arctg(40/30)} = 50 e^{j53.0}$   
Ток в цепи:
- $I = U/Z : \sqrt{2} 20 e^{j0} / 50 e^{j53.0} = 2.4 * e^{-j53.0}$
- Амплитудное значение тока и напряжения:
- $I_m = I * \sqrt{2} = 2.4 * 1.41 = 3.38$
- $U_m = U * \sqrt{2} = 120 * 1.41 = 169.2 \text{ V}$
- Напишем уравнение мгновенных значений тока и напряжения;
- $u = U_m \sin(\omega t + \psi) = 169.2 \sin(314t + 53.8^\circ) \text{ V}$ .

# Расчет мощности

- $S = U * I = 120 * 2.4 = 288$
- $S_R = R * I^2 = 30 * 2.4^2 = 173$
- $S_L = \sqrt{(S^2 - S_R^2)} = 230$
- $S_L = 40 * 2.4^2 = 230$

# Векторные диаграммы

Ток нагрузки создает меняющееся поле, оно ЭДС самоиндукции и ток препятствующий увеличению тока нагрузки. В результате напряжение на катушке опережает ток на  $90^\circ$ .

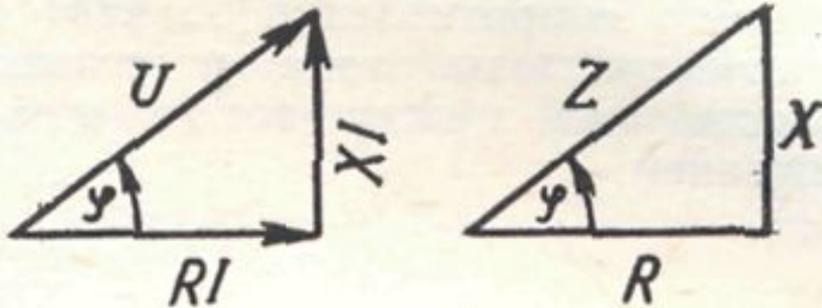
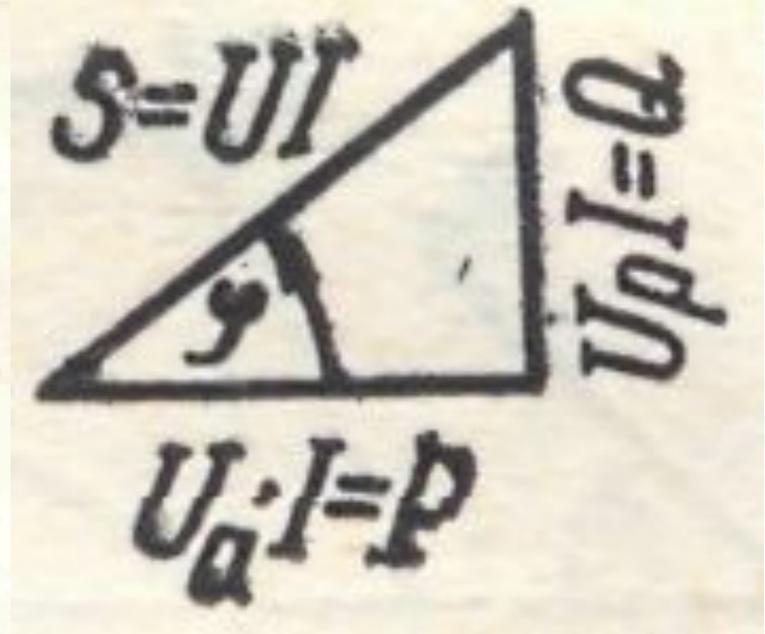


Рис. 6-4. Треугольник напряжений и треугольник сопротивлений при индуктивной нагрузке.



$$R=U/I, P=UI, P_a=RI, P_p=XI, S=ZI$$

# Графики мгновенной мощности для R, L, C

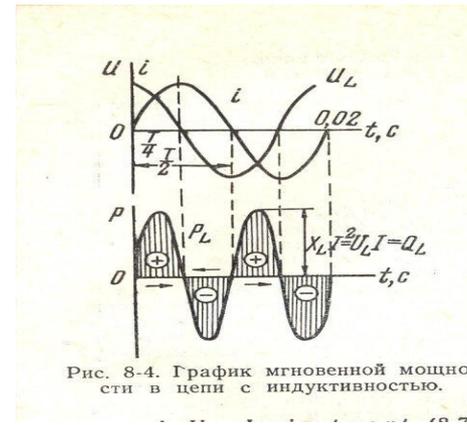
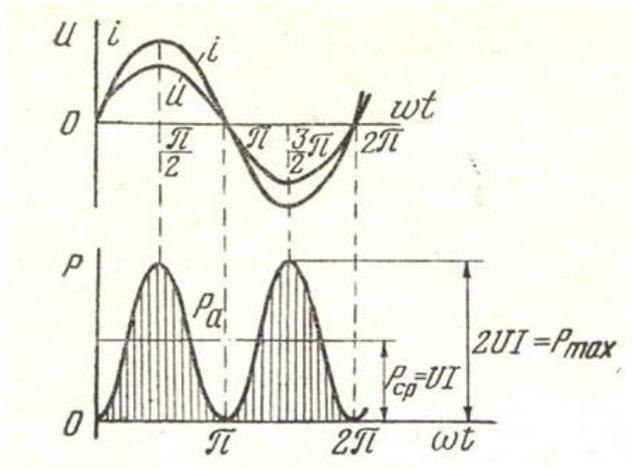


Рис. 8-4. График мгновенной мощности в цепи с индуктивностью.

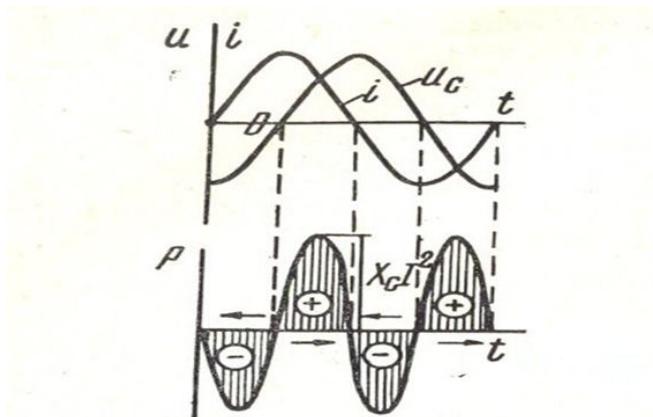
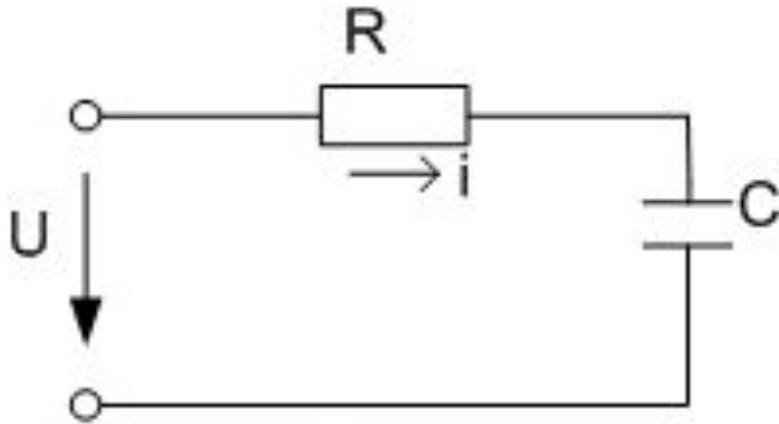


Рис. 8-5. График мгновенной мощности в цепи с емкостью.

# Цепь с активным сопротивлением и емкостью



**Дано:**  $R=8 \text{ Ом}$

$$X_C = 6 \text{ Ом}$$

$$U=220\text{В}$$

Определить:  $I, U_R$

$$U_C, S$$

# Цепь с активным сопротивлением и емкостью

Полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ Ом}$$

Ток в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}$$

Напряжение на участках:

$$U_R = IR = 22 \cdot 8 = 176 \text{ В}$$

$$U_C = IX_C = 22 \cdot 6 = 132 \text{ В}$$

Полная мощность:

$$S = UI = 220 \cdot 22 = 4840 \text{ ВА}$$

Активная мощность:

$$P = S \cos \varphi = 4840 \cdot 0,8 = 3872 \text{ Вт}$$

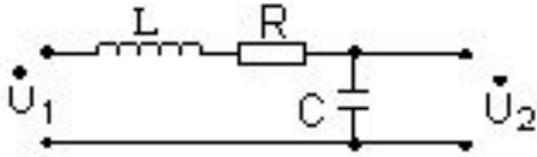
Реактивная мощность:

$$Q = S \sin \varphi = 4840 \cdot 0,6 = 2904 \text{ Вар}$$

$$\left( \sin \varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{6}{10} = 0,6 \right)$$

Приведите векторную диаграмму напряжений для цепи RC.

# Последовательный колебательный контур



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{\rho}{R}$$

$$2\Delta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q}$$

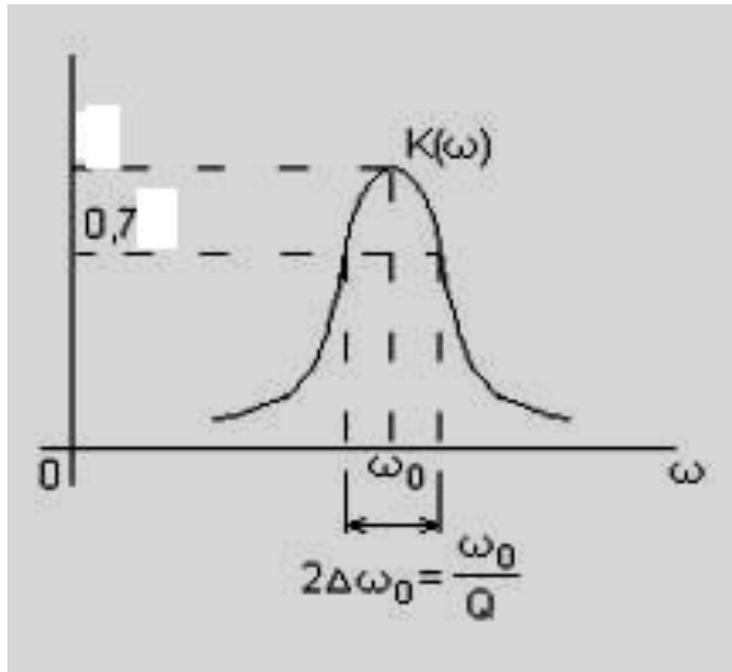
# Рассчитать параметры последовательного колебательного контура

$$(Q, \rho, \omega_0, 2\Delta\omega)$$

**R=10 ом; L=0.001Гн; C=0,4 мкф.**

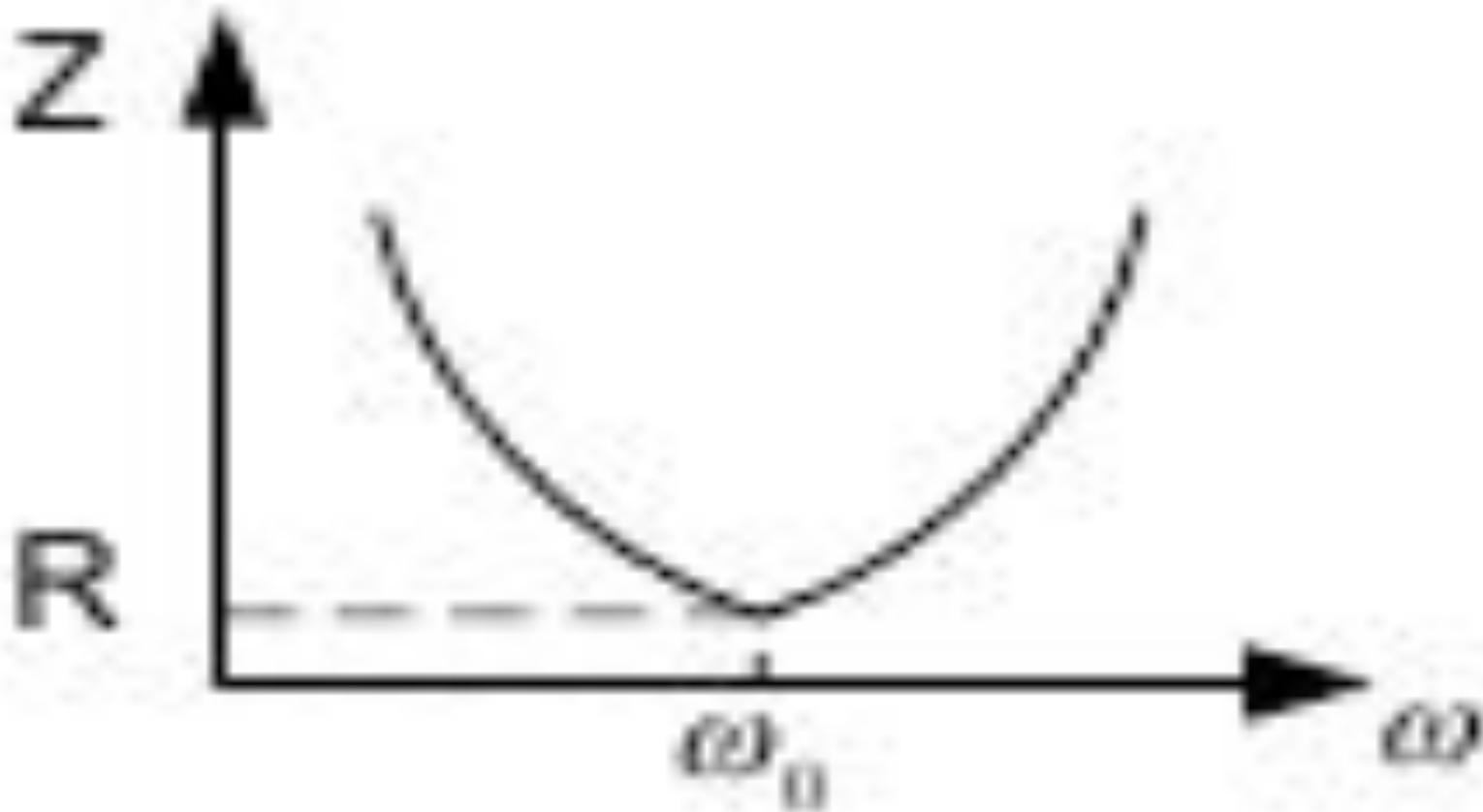
$$Q = 5, \rho = 50 \text{ ом}, \omega_0 = 50 \text{ кГц}, 2\Delta\omega = 10 \text{ кГц}$$

# График

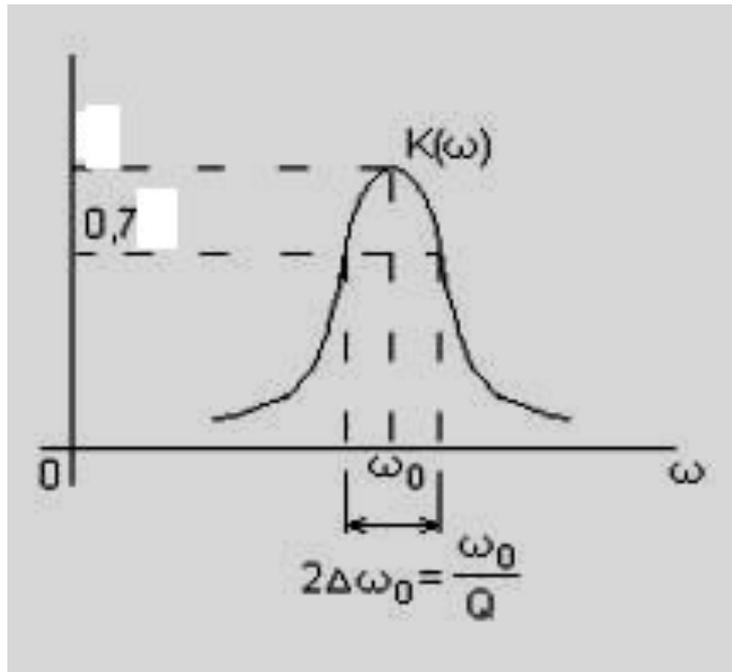


$$\dot{K}(i\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1/i a C}{R + i a L + 1/i a C} = \frac{1/i a C}{R + i(aL - 1/aC)}$$

**Входное сопротивление схемы при резонансе  
минимально и равно  
активному сопротивлению.**

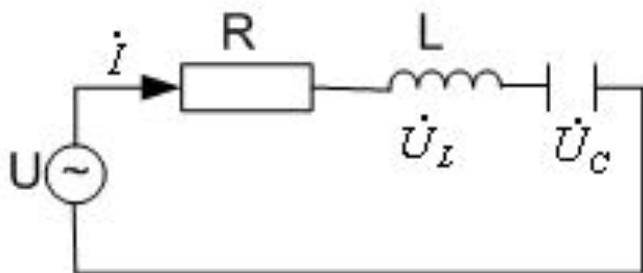


# График



$$\dot{K}(i\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1/i a C}{R + i a L + 1/i a C} = \frac{1/i a C}{R + i(aL - 1/aC)}$$

# Резонанс в электрических цепях переменного тока. Дано:



Дано:  $R=15 \text{ Ом}$

$L=636 \text{ мкГн}$      $C=600 \text{ пФ}$

Определить резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{636 \cdot 10^{-6} \cdot 600 \cdot 10^{-12}}} = 1,62 \cdot 10^6 \text{ рад}^{-1},$$

**$f = 260 \text{ кГц}$**