

# НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

**3-4 лекция**

## Уравнение орбиты и закон движения в задаче двух тел

*m, M*

$$\frac{\mathbb{W}}{c} \cdot \frac{\mathbb{W}}{r} = 0,$$

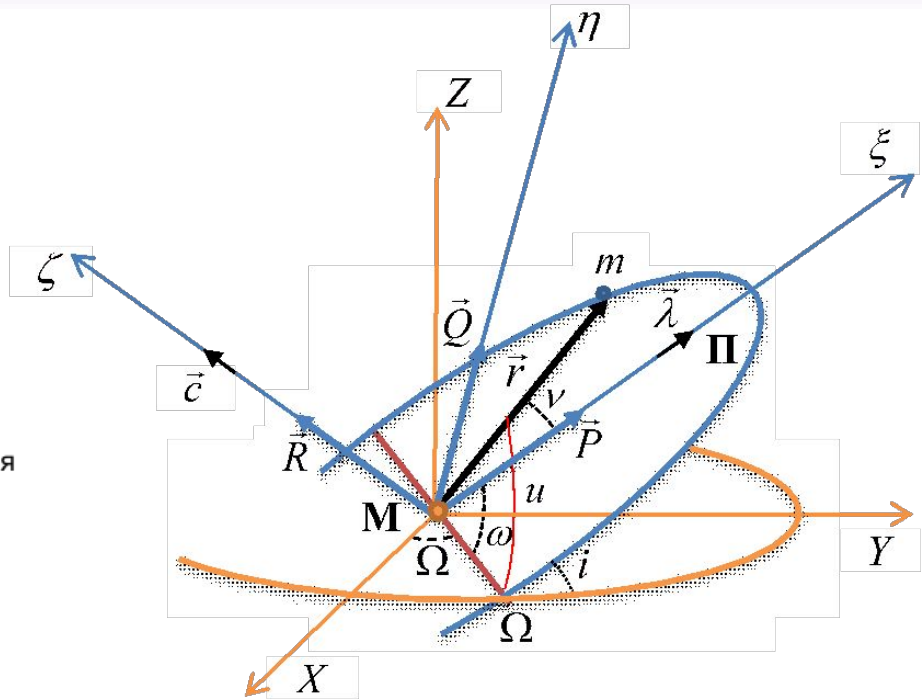
$$c_1 x + c_2 y + c_3 z = 0,$$

Прямоугольная система координат –  $\xi, \eta$

Полярная система координат –  $r, \nu$

$\nu$  - истинная аномалия

$\xi, \eta, \zeta$  - орбитальная система координат



$$r\lambda \cos v = r \cdot (r \times c) - \mu \frac{r^2}{r} = c^2 - \mu r.$$

$$r = \frac{\frac{c^2}{\mu}}{1 + \frac{\lambda}{\mu} \cos v}$$

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}, \quad p = \frac{c^2}{\mu}, \quad e = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (2.13)$$

$p$  - фокальный параметр кривой

$e = 0$  - **круг**,

$e < 1$  - эллипс,

$e = 1$  - парабола,

$e > 1$  - гипербола.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.14)$$

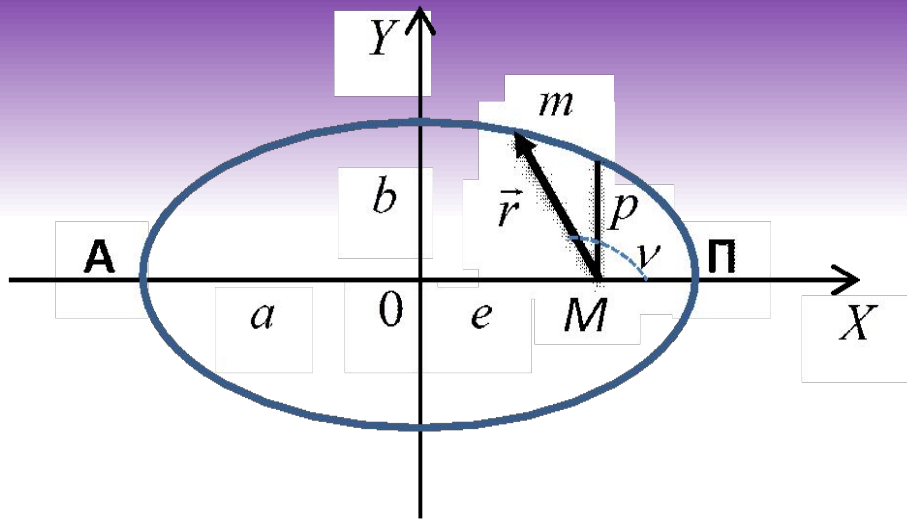
- эллипс,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.15)$$

- гипербола,

$$y^2 = 2px \quad (2.16)$$

- **парабола**



$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 \mp b^2}}{a}, \quad (2.17)$$

**c – фокусное расстояние**, «-» эллипс, «+» гипербола

для эллипса

$$p = a(1 - e^2). \quad (2.18)$$

для гиперболы

$$p = a(e^2 - 1). \quad (2.19)$$

Перицентр, апоцентр - **апсиды**

$$\begin{aligned} r^2 \dot{\varphi} \sin^2(\vartheta, r) &= c, \\ \dot{\varphi} \sin^2(\vartheta, r) &= r\omega, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$\omega = \dot{\varphi}$  - угловая скорость

$$r^2 \dot{\vartheta} = c. \quad (2.21)$$

$$\vec{p} \equiv (\xi, \eta, \zeta)$$

$$\begin{aligned} \xi &= r \cos \nu, \\ \eta &= r \sin \nu, \\ \zeta &= 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{P} \\ \vec{Q} \\ \vec{R} \end{pmatrix} \cdot \vec{p}, \quad (2.24)$$

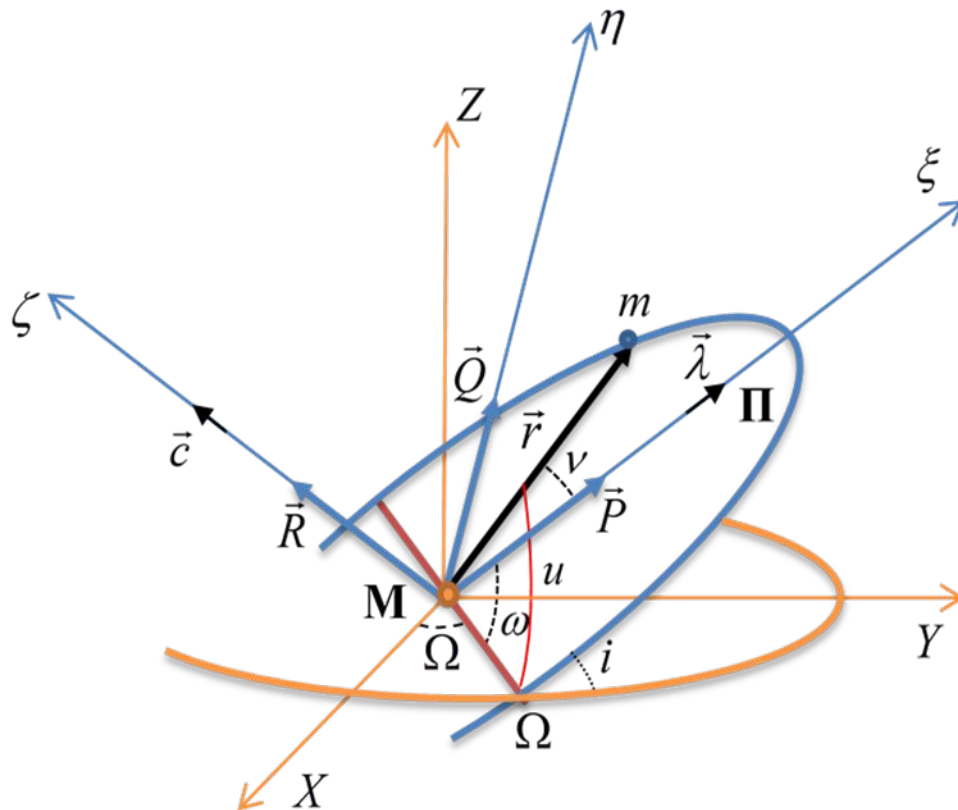
$$\vec{P} = \frac{\mu}{\lambda}, \quad \vec{Q} = \frac{\mu}{c\lambda} \times \lambda, \quad \vec{R} = \frac{\mu}{c}. \quad (2.25)$$

$\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}, e, p, \tau$  - элементы орбиты

1. Векторные элементы –  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ ,
2. Элементы определяющие параметры орбиты –  $e, p$ ,
3. Динамический элемент –  $\tau$

Углы Эйлера

Кеплерские элементы орбиты  $\Omega, \omega, i, e, p, \tau$



$$\frac{\vec{r}}{r} = (\alpha, \beta, \gamma).$$

$$\alpha \Omega = \Omega, \quad \Omega m = \omega + \nu = u, \quad \alpha \Omega m = 180 - i. \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \cos(xm) = \cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i, \\ \beta &= \cos(y m) = \sin \Omega \cos u - \cos \Omega \sin u \cos i, \\ \gamma &= \cos(z m) = \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (2.30)$$

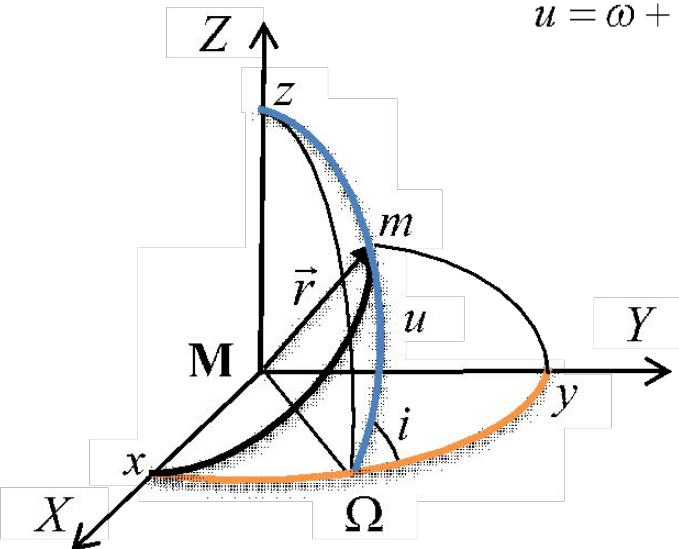
$$\begin{aligned} x &= r\alpha = r \cos(xm) = r(\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i), \\ y &= r\beta = r \cos(y m) = r(\sin \Omega \cos u - \cos \Omega \sin u \cos i), \\ z &= r\gamma = r \cos(zm) = r \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Если  $u = \omega$   
 $u = \omega + 90^\circ$ , тогда векторы  $\vec{P}$  и  $\vec{Q}$

будут равны  $\frac{\vec{r}}{r}$

$$\begin{aligned} P_x &= \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i, \\ P_y &= \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i, \\ P_z &= \sin \omega \sin i, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} Q_x &= -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i, \\ Q_y &= -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i, \\ Q_z &= \cos \omega \sin i. \end{aligned} \quad (2.33)$$





$$\begin{aligned}
 R_x &= \sin \Omega \sin i, \\
 R_y &= -\cos \Omega \sin i, \\
 R_z &= \cos i.
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \cdot \xi + \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} \cdot \eta.
 \tag{2.35}$$

$$\begin{aligned}
 V_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \nu, \\
 V_n &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \nu), \\
 V &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sqrt{1 + 2e \cos \nu + e^2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$