

# Лекция 17

## 4. Магнетизм

### 4.1. Магнитостатика

Магнитное взаимодействие. Опыт Эрстеда. Магнитная индукция. Силовые линии магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Напряженность магнитного поля. Поле прямого и кругового токов. Поле движущегося заряда. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля (закон полного тока). Теорема Гаусса. Поле тороида и соленоида.

## Магнетит (магнитный железняк)

*"Этот камень возвращает мужей к женам, делает людей привлекательными, а речь завораживающей. Мало того, вкупе с медом он лечит водянку, хандру, чесотку, ожоги..."*

Бартоломео, XIII в., Англия

Магнетит в разных странах называли:

китайцы – тшу-ши;

египтяне – кость Ора;

греки – адамас, каламита,

геркулесов камень;

французы – айман;

индусы – тхумбака;

испанцы – пьедрамант;

немцы – магнесс или зигельштейн;

англичане – лоудстоун.

Почти половина этих названий переводится как "любящий", именно так описывалось основное свойство магнитов – притягивать, "любить" железо.

По химическому составу магнетит состоит на 31% из FeO и на 69% из Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.



## **Магнитное взаимодействие (магнетизм)**

Магнитным взаимодействием называется свойство некоторых тел притягивать к себе находящиеся вблизи них небольшие предметы из железа или его сплавов.

### **Магнит**

Такие тела называют намагниченными или магнитами [греч. magnetis, от Magnetis Lithos – камень из Магнесии (древний город в Малой Азии)].

### **Свойства магнитов**

- 1) Магниты притягивают железные или стальные предметы.
  - 2) Если продольный брусок такой руды подвесить на нитке, он займет положение по длине с севера на юг.
  - 3) Кусок железа или стали, находящийся вблизи магнита, сам тоже намагничивается (тем сильнее, чем ближе он к нему находится).
  - 4) После удаления магнита намагнитившийся под его действием кусок железа или стали теряет значительную часть своих магнитных свойств, однако остается в той или иной степени намагниченным – превращается в искусственный магнит.
- Такое намагничивание называется остаточным.

## **Искусственные магниты**

Один из самых сильных естественных магнитов был, по преданию, у Ньютона – в его перстень был вставлен магнит, поднимавший предметы, масса которых была в 50 (!) раз больше массы самого магнита. Искусственные магниты еще сильнее.



Добавка к железу 3% вольфрама примерно в 3 раза улучшает свойства искусственных магнитов. Добавка кобальта улучшает свойства еще в 3 раза.

## **Магниты Nd-Fe-B (неодим-железо-бор)**

Редкоземельные магниты, изготавливаемые прессованием или литьем из интерметаллида  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ . Преимуществами этого класса магнитов являются высокие магнитные свойства, а также невысокая стоимость. В связи со слабой коррозионной устойчивостью обычно покрываются медью, никелем или цинком.

Такие магниты могут поднимать груз железа массой, более чем в 5000 раз превышающей их собственную.

Японцы создали магнит, один квадратный сантиметр которого притягивает 900 кг груза. Он представляет собой цилиндр высотой 2 см и диаметром 1,5 см.

## **Постоянные магниты**

Различные части постоянного магнита притягивают железные предметы по-разному. Концы магнита, где притяжение максимальное, называются полюсами магнита, а средняя часть, где притяжение практически отсутствует, называется нейтральной зоной магнита. Искусственные магниты в виде полосы или подковы всегда имеют два полюса на концах полосы и нейтральную зону между ними. Можно намагнитить кусок стали таким образом, что он будет иметь 4, 6 и более полюсов, разделенных нейтральными зонами, при этом число полюсов всегда остается четным.

**Невозможно получить магнит с нечетным числом полюсов (одним)!**

Соотношение между размерами полюсных областей и нейтральной зоны магнита зависит от его формы.

## **Магнитная стрелка**

Уединенный магнит в виде длинного и тонкого стержня называют магнитной стрелкой. Конец магнита, указывающий на географический север Земли, называется его северным полюсом (**N**), противоположный конец магнита, указывающий на юг, называется южным полюсом (**S**).



## Взаимодействие магнитов

Одноименные полюса отталкиваются, а разноименные полюса притягиваются.

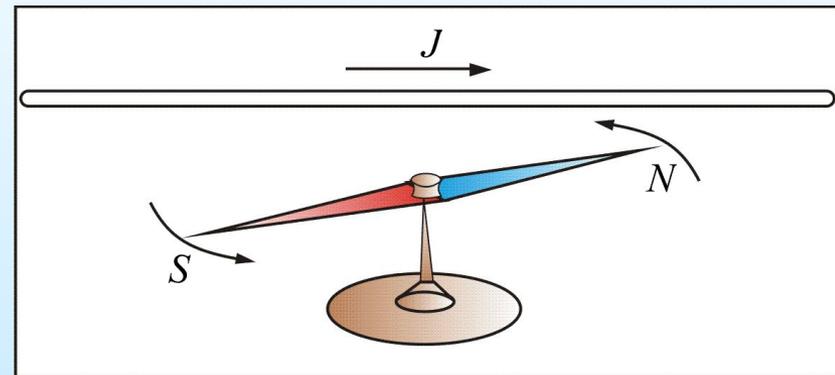
Взаимодействие магнитов объясняется тем, что вокруг любого магнита возникает магнитное поле, и эти магнитные поля взаимодействуют между собой.

Помещенная в это поле маленькая магнитная стрелка устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует механический вращающий момент  $M_{вр}$ , пропорциональный синусу угла отклонения  $\alpha$  и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.

При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают не силу, а результирующий момент сил!

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.



## Исследования Джильберта

В трактате "О магните, магнитных силах и большом магните – Земле" (1600 г.) Джильберт показал, что несмотря на некоторое внешнее сходство, природа электрических и магнитных явлений различна.

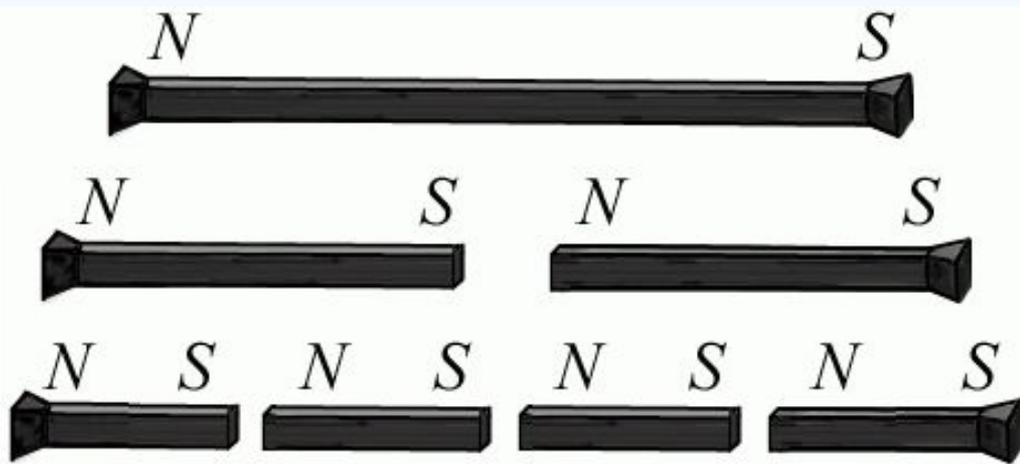
Основное отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем:

Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.

Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.



Уильям  
Джильберт  
1544-1603

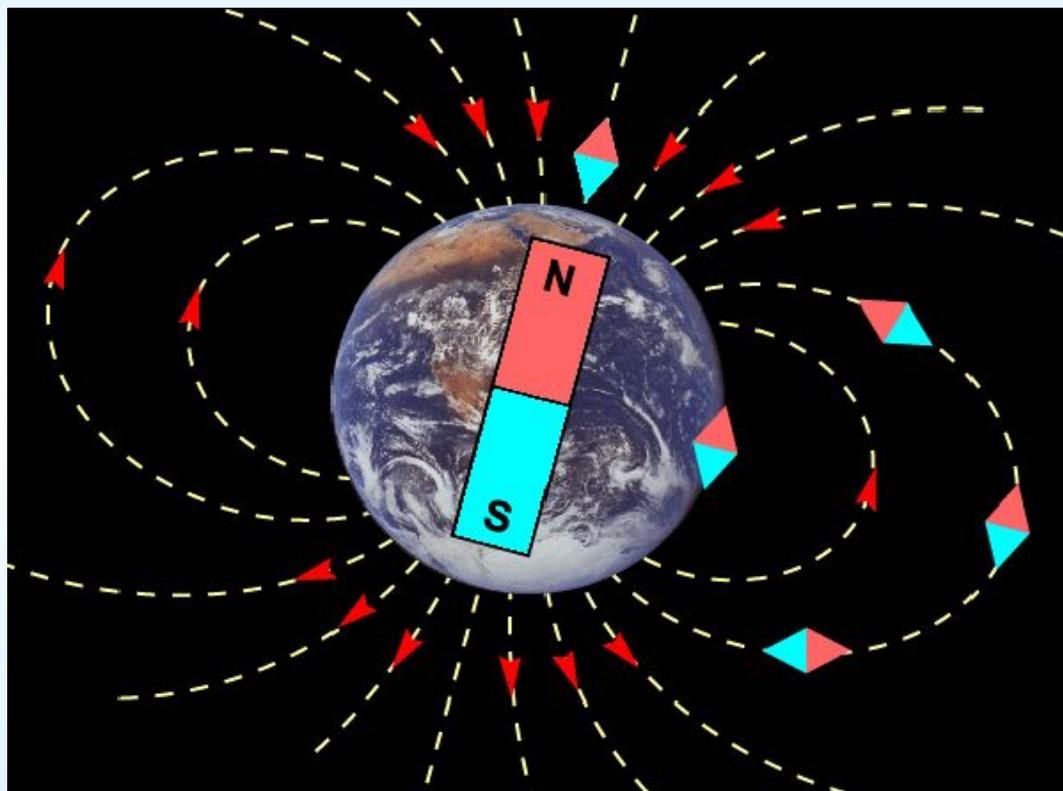


## Магнитное поле Земли

Джильберт провел интересный опыт: выточил из глыбы магнитного железняка большой шар. Перемещая маленькую магнитную стрелку вблизи поверхности шара, Гильберт обнаружил, что она ведет себя так же, как стрелка компаса на плывущем корабле.

Земля – подобна огромному магниту, с полюсами в верхней и нижней частях планеты и расположенных близко к географическим полюсам планеты.

Магнитное поле Земли простирается на тысячи километров вокруг планеты и называется эта область – магнитосферой.



Магнитосфера образует своего рода защитный купол, огибающий Землю и защищающий от бомбардировки частицами солнечного ветра – солнечной радиации.

## Опыт Эрстеда (1820)

При помещении магнитной стрелки параллельно проводнику с протекающим током Эрстед обнаружил, что стрелка поворачивается перпендикулярно проводнику, после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение.



Ханс Христиан  
Эрстед  
1777-1851

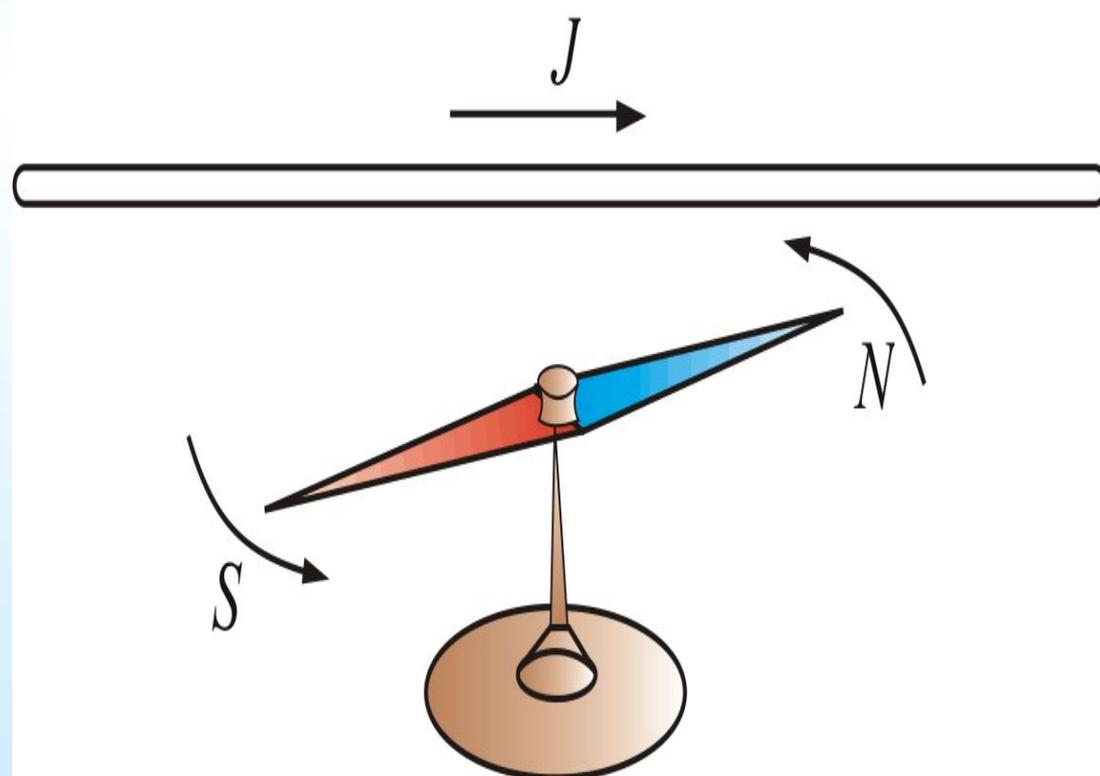
**Вокруг всякого проводника с током возникает магнитное поле, т.е. магнитное поле создается движущимися зарядами !**

## А.Ф. Иоффе (1911)

Пучок электронов в стеклянной трубке.

## А.А. Эйхенвальд (1901)

Конвекционные токи — вызванные перемещением макроскопических заряженных тел в пространстве (вращение заряженного диска).



# Опыт Эрстеда (видео)

## Магнитное поле

Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки, движущиеся заряды и проводники с током, помещенные в это поле.

## Контур (рамка) с током

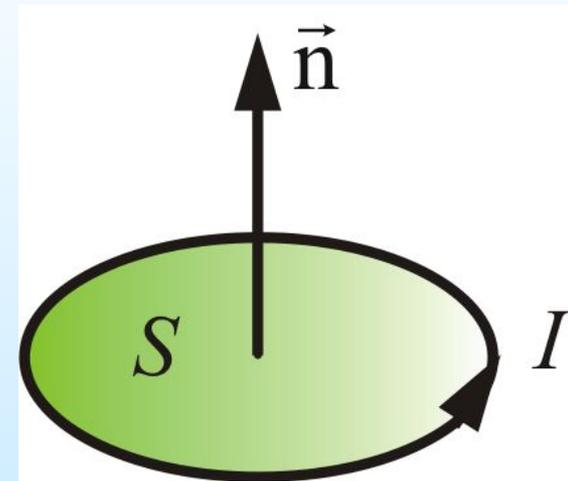
Аналогия точечному заряду – замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

В магнитном поле контур с током будет ориентироваться в любой данной точке только одним определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, которое определяется "правилом правого винта" или "правилом буравчика":

За положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке.

**За направление магнитного поля в данной точке принимается положительное направление нормали !**



## Элемент тока

Элементом тока называется векторная физическая величина, численно равная произведению силы тока на бесконечно малый прямолинейный отрезок длины проводника. Направление элемента тока совпадает с направлением тока в этом отрезке проводника. Элемент тока в магнетизме имеет то же значение, что заряд в электростатике.

$$I dl$$



## Магнитная индукция

Магнитной индукцией  $B$  называется векторная физическая величина, характеризующая силовое действие магнитного поля и численно равная силе, действующей со стороны магнитного поля на единичный элемент тока (единицу длины проводника, по которому течет ток единичной силы), расположенный перпендикулярно направлению поля.

$$|B| = \frac{dF}{I dl}$$

## Единица магнитной индукции (тесла)

За единицу магнитной индукции принята индукция такого однородного поля, в котором на участок проводника длиной в 1 м при силе тока в нем 1 А действует со стороны поля сила 1 Н.

$$[Tл] = \left[ \frac{Н}{А \cdot м} \right] = 10^4 \text{ Гаусс}$$

## ***Направление магнитной индукции***

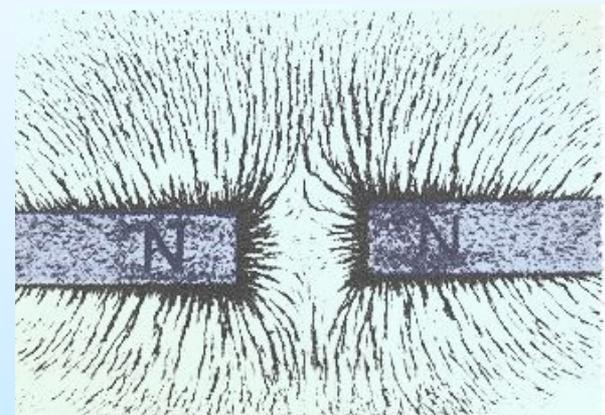
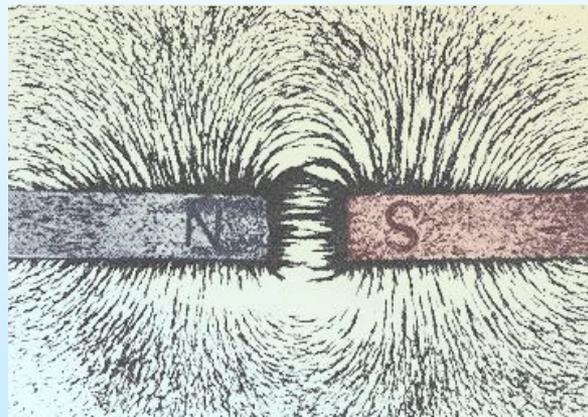
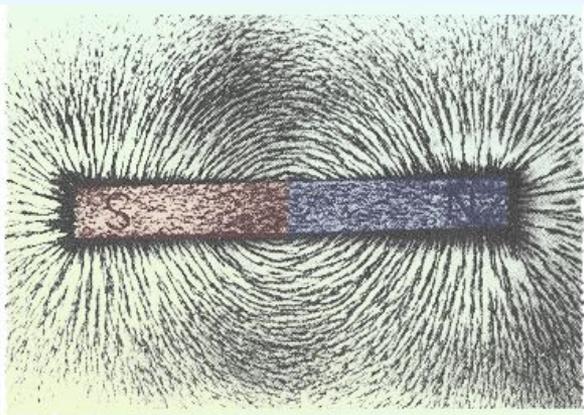
За направление вектора магнитной индукции принимается направление от южного полюса **S** к северному **N** магнитной стрелки, свободно установившейся в магнитном поле.

Это направление совпадает с направлением положительной нормали к замкнутому контуру с током.

## ***Силовые линии магнитной индукции***

Силовыми линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции в этой точке.

Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (поворачиваются вдоль силовых линий).



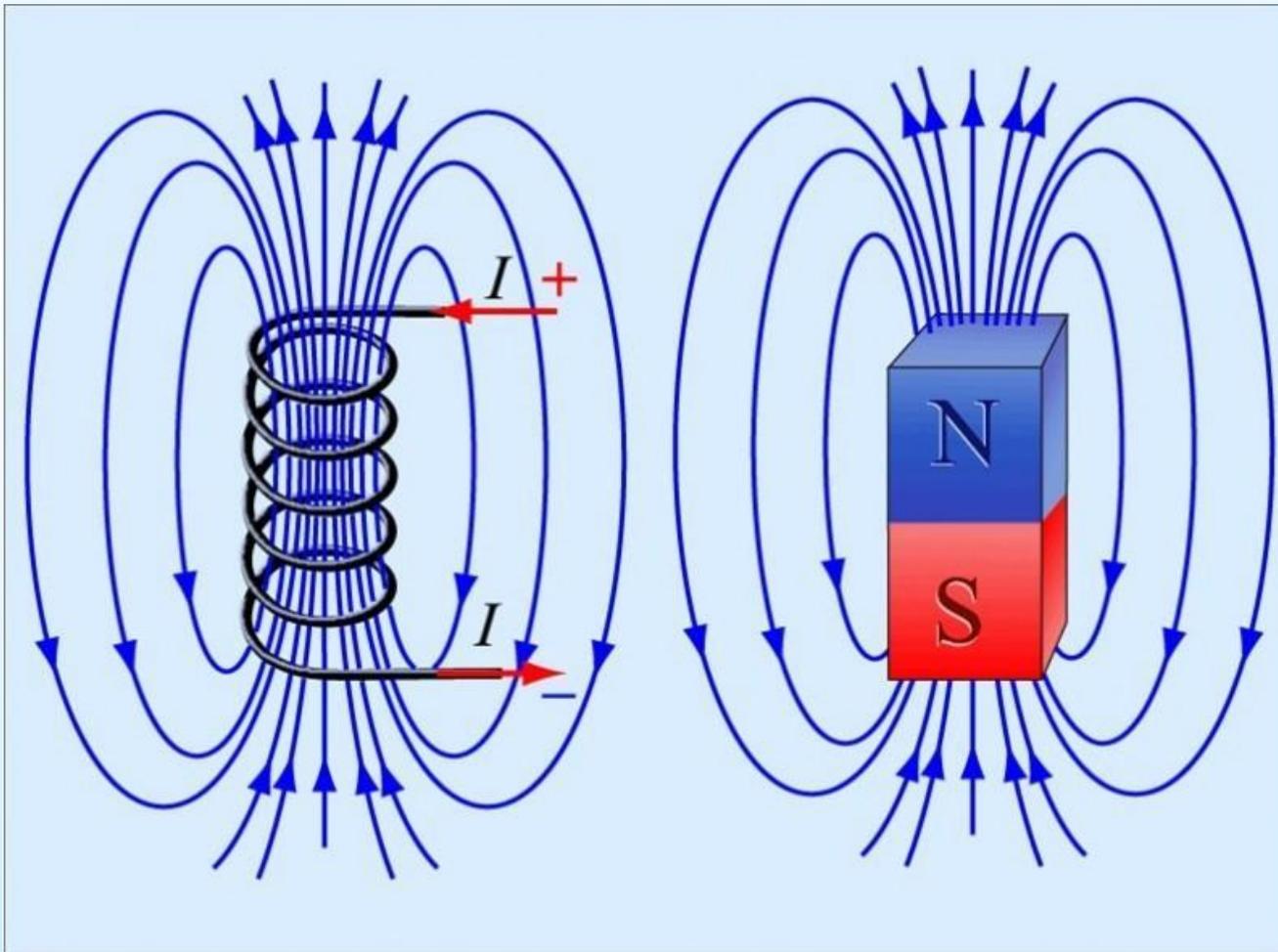
## ***Вихревой характер магнитного поля***

Важная особенность линий магнитной индукции состоит в том, что они не имеют ни начала, ни конца — они всегда замкнуты.

Поля с замкнутыми силовыми линиями называются вихревыми.

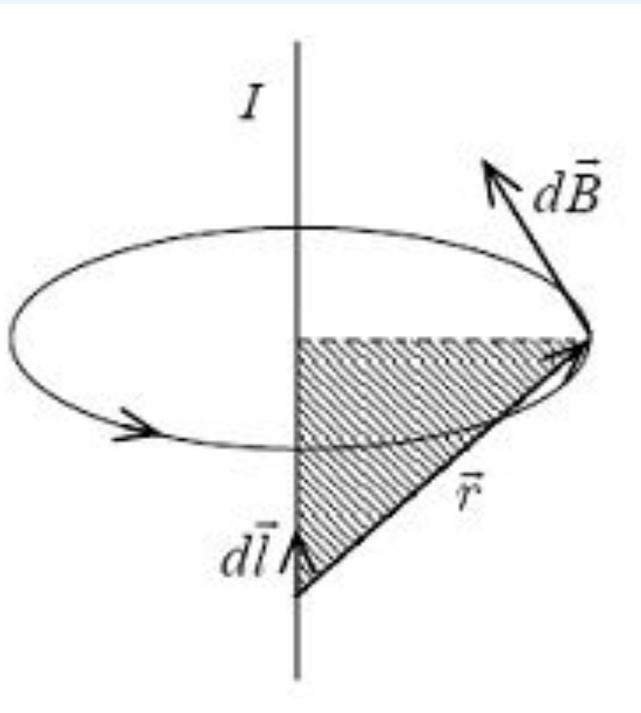
Магнитное поле — вихревое поле. Оно не имеет источников.

**Магнитных зарядов, подобных электрическим, в природе нет!**



# Закон Био-Савара-Лапласа (1820)

$$d\vec{B} = k \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



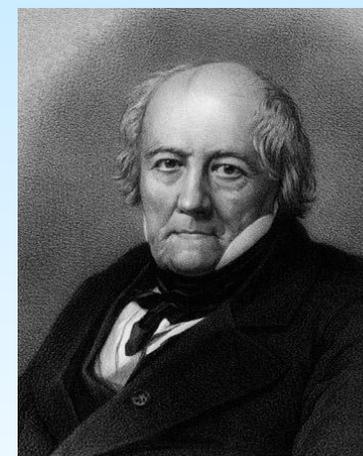
$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin(\angle dl, r)}{r^2}$$

$\mu_0$  – магнитная постоянная, зависящая от выбора единиц измерения

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

$\mu$  – магнитная проницаемость среды, безразмерная величина, показывающая во сколько раз магнитное поле в веществе изменяется по сравнению с полем в вакууме. Для вакуума  $\mu = 1$



Жан-Батист  
Био  
1774-1862

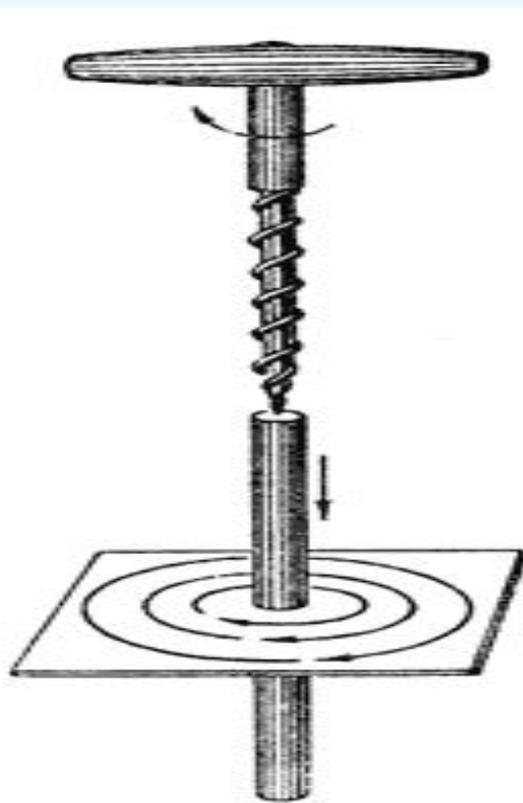
Феликс Савар  
1791-1841



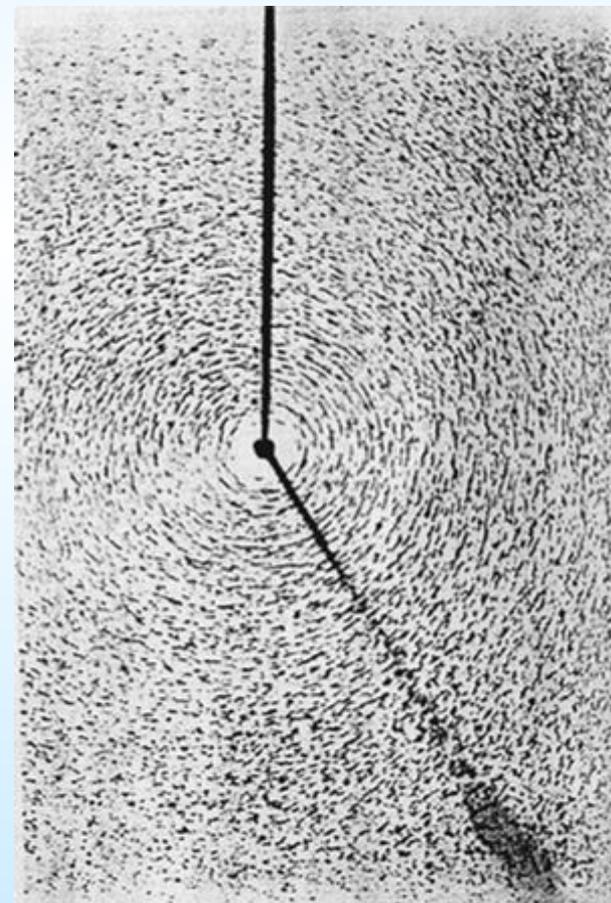
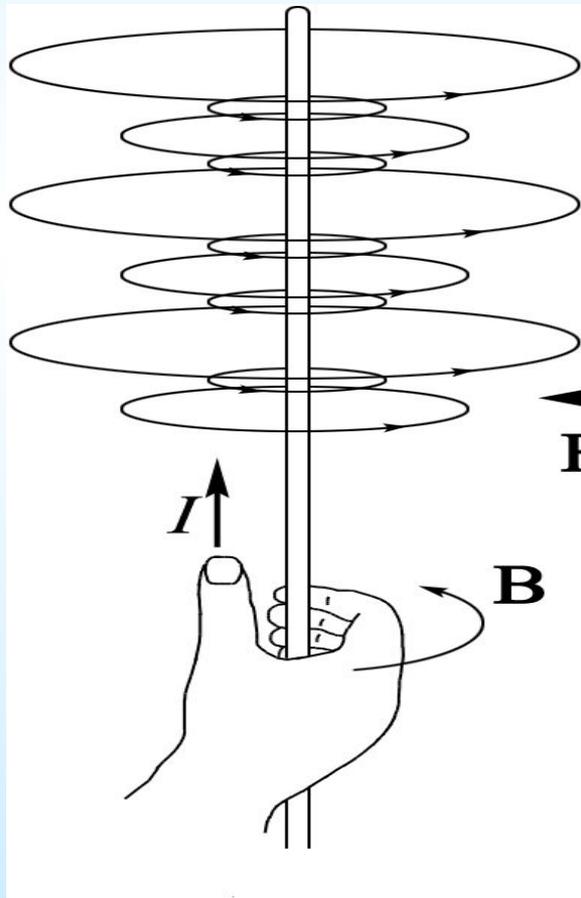
Пьер Симон  
маркиз де Лаплас  
1749-1827

## Направление вектора магнитной индукции

Вектор магнитной индукции направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через  $dl$  и точку, в которой вычисляется поле, причем его направление определяется "правилом буравчика": вращения головки винта дает направление индукции, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.



Правило буравчика



## Принцип суперпозиции магнитных полей

Экспериментально установлено, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле, порожденное несколькими токами, равно векторной сумме полей, порожденных каждым током в отдельности.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \quad \longrightarrow \quad \vec{B} = \int_l d\vec{B}$$

## Аналогия с электрическим полем

### Закон Кулона

Напряженность  
электрического поля

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dq}{r^2}$$

Электрическое  
смещение

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon \vec{E}$$

### Закон Био-Савара-Лапласа

Магнитная  
индукция

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I dl \sin(\angle dl, r)}{r^2}$$

Напряженность  
магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0\mu \vec{H}$$

# 1. Магнитное поле прямолинейного проводника с током

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии  $b$  от провода. Из рисунка видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin \alpha} \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$



$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin(\angle dl, r)}{r^2}$$



$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Проводник бесконечной длины:

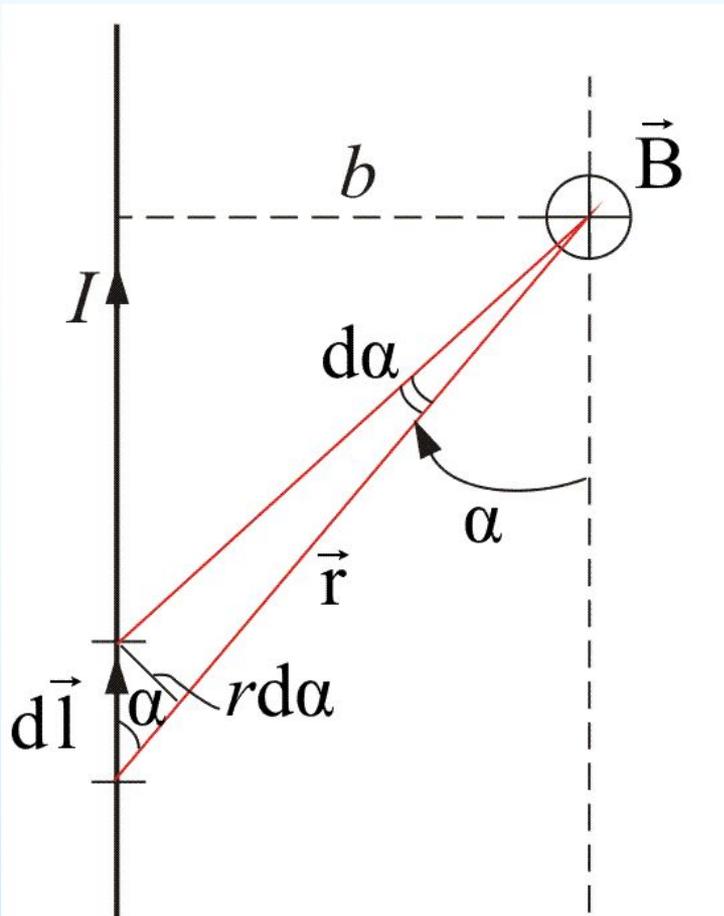
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \pi$$



$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{b}$$

$$H = \frac{I}{2\pi b}$$



## 2. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое круговым витком радиуса  $R$  в произвольной точке на оси витка:

$$\sin \beta = \frac{R}{r} \quad r^2 = R^2 + x^2 \quad \sin \alpha = 1$$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin(\alpha, \vec{r})}{r^2}$$

$$\rightarrow B = \int_l dB \sin \beta = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r^2} \frac{R}{r} \int_l dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

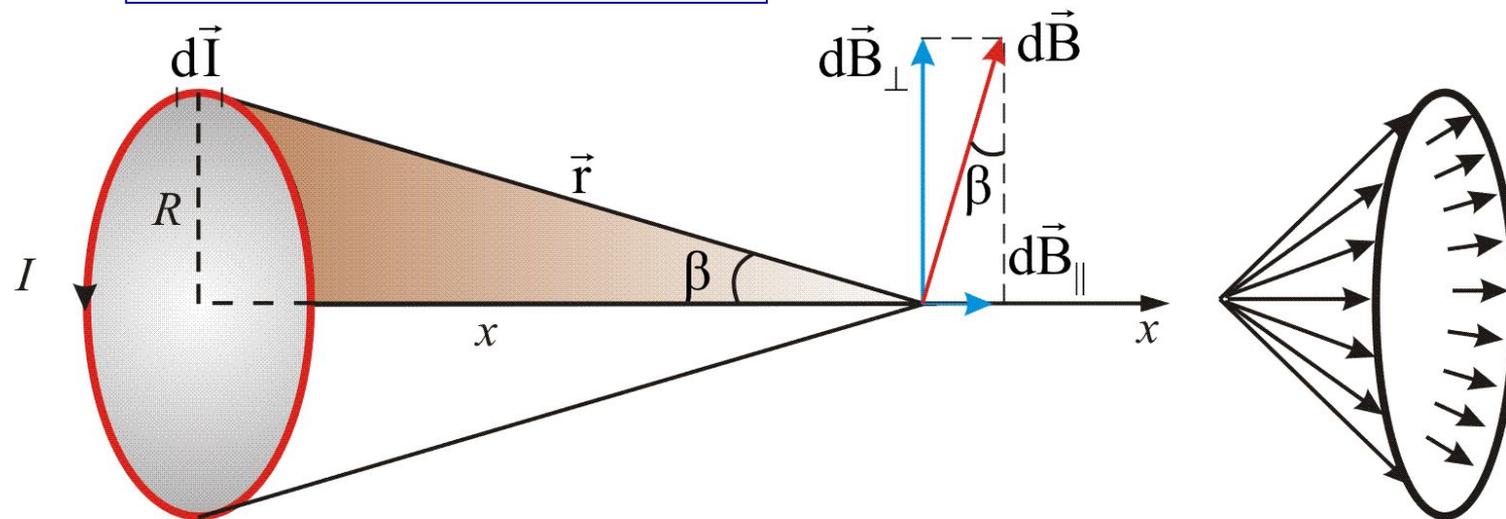
В центре кругового витка с током:

$$x = 0$$



$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{I}{R}$$

$$H = \frac{I}{2R}$$



### 3. Магнитное поле движущегося заряда

Рассмотрим поле, создаваемое зарядом  $q$ , движущимся со скоростью  $\mathbf{v}$  в проводнике тока сечением  $S$  параллельно  $d\mathbf{l}$  :

$$I d\mathbf{l} = j S d\mathbf{l} = q n v S d\mathbf{l} = q n \mathbf{v} S d\mathbf{l} = q n \mathbf{v} dV = q \mathbf{v} dN$$

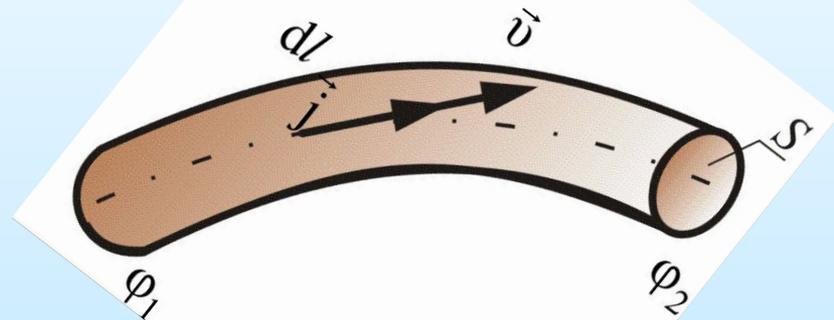
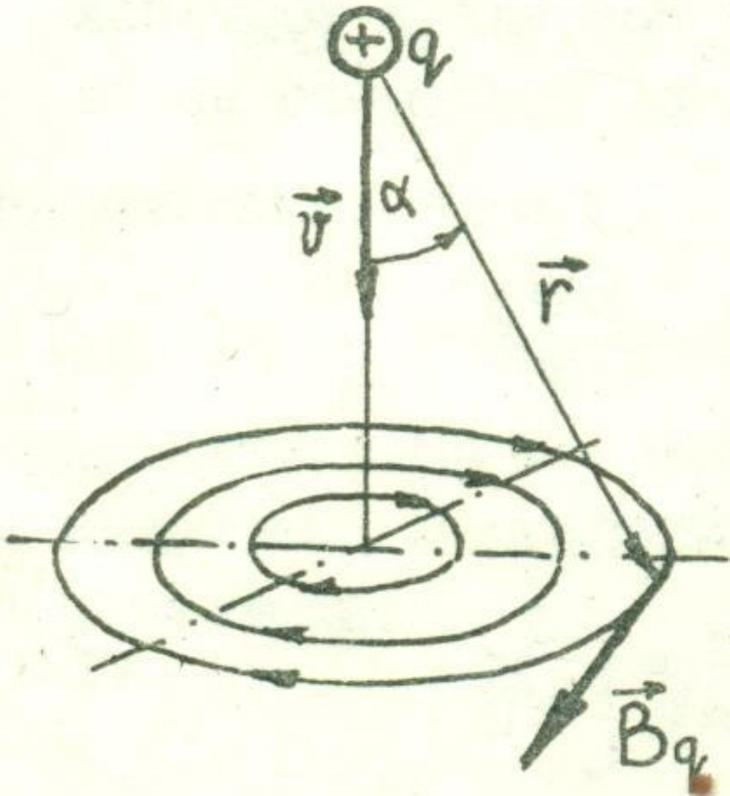
$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin(\angle d\mathbf{l}, \mathbf{r})}{r^2}$$



$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q v dn \sin(\angle \mathbf{v}, \mathbf{r})}{r^2}$$

$$B_q = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q v \sin(\angle \mathbf{v}, \mathbf{r})}{r^2}$$

$$\mathbf{B}_q = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3}$$



#### 4. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

Известно, что поле потенциально, если циркуляция его силовой характеристики равно нулю (например, электрическое поле):

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0$$

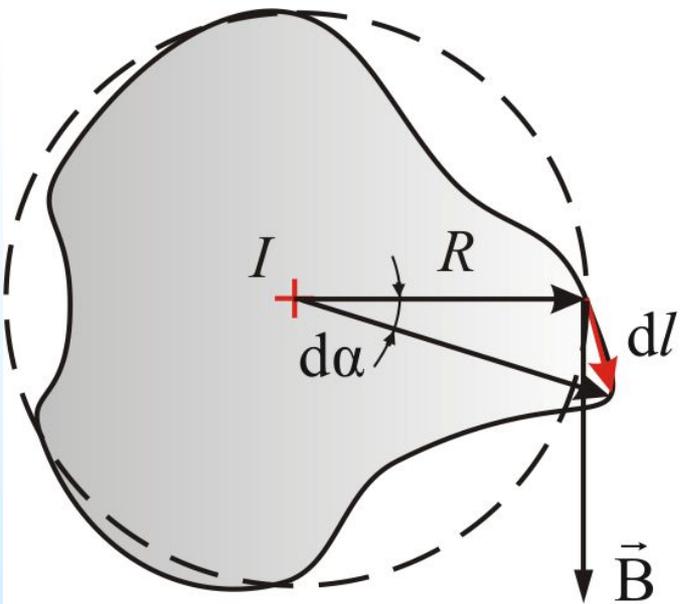
$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l})$$

Найдем циркуляцию вектора  $\vec{B}$  вдоль окружности радиуса  $R$  в вакууме:

$$\mu = 1$$

$$\cos(\vec{B}, d\vec{l}) = 1$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R}$$



$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} 2\pi R = \mu_0 I$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

Эта формула справедлива и для токов и для контуров произвольных форм.

## Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

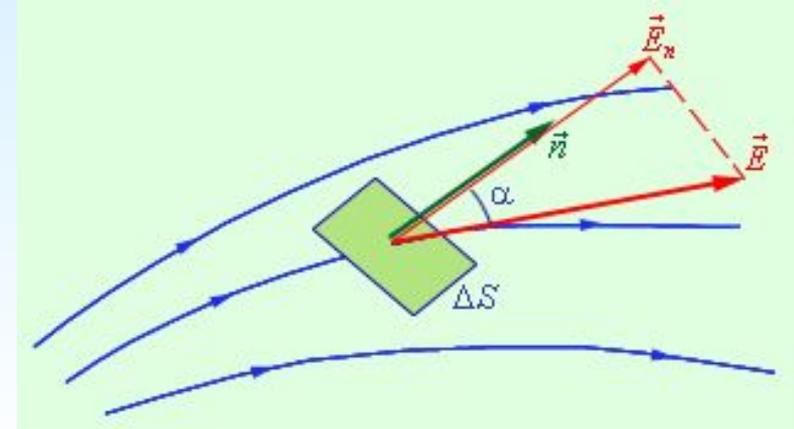
Циркуляция вдоль замкнутого контура вектора индукции магнитного поля в вакууме равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

При этом ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода контура правилом "правого винта", ток противоположного направления считается отрицательным.

- 1) Если контур ток не охватывает, то циркуляция магнитной индукции равна нулю, следовательно вдоль такого контура и  $B = 0$ .
- 2) Магнитному полю нельзя приписывать потенциал, как электрическому полю. Этот потенциал не был бы однозначным: после каждого обхода по контуру он получал бы приращение  $\mu_0 I$ .
- 3) Такое поле называется вихревым или соленоидальным – линии магнитной индукции всегда замкнуты, а магнитных зарядов в природе нет.

## Поток вектора магнитной индукции

Потоком вектора магнитной индукции через произвольную поверхность называется скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность поля в данном месте пространства, и численно равная произведению площади этой поверхности на проекцию вектора магнитной индукции на нормаль к поверхности.



$$d\Phi_B = B dS = B n dS = B_n dS = B dS \cos(\angle B, n)$$

## 5. Теорема Гаусса для магнитного поля

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sum_{i=1}^n q_i$$



$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Это теорема Гаусса для вектора магнитной индукции (в интегральной форме): поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

# 6. Магнитное поле тороида

Тороидом называется катушка из тонкого провода, витки которой плотно намотаны на сердечник, имеющий форму тора.

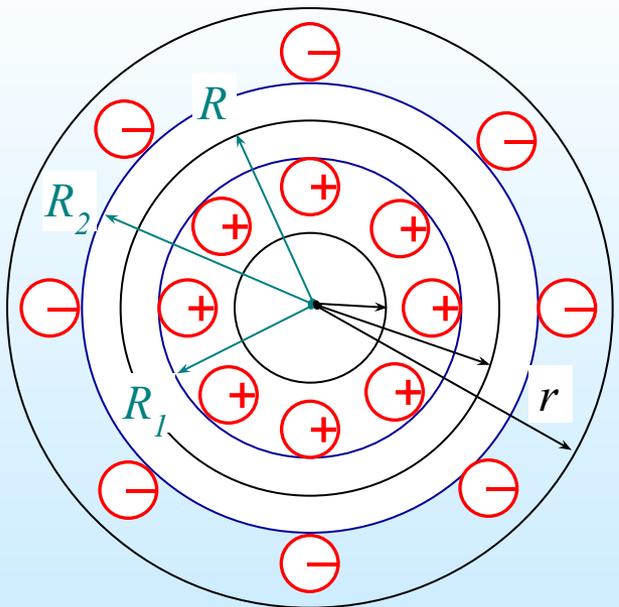
Найдем циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль окружности радиуса  $r$ :



$$\oint_l B dl = \oint_l B dl \cos(B, dl) = B \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r B$$

$$\oint_l B dl = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i$$

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$$



1)  $r < R_1$ :  $\rightarrow B = 0$

2)  $r > R_2$ :  $\rightarrow B = 0$

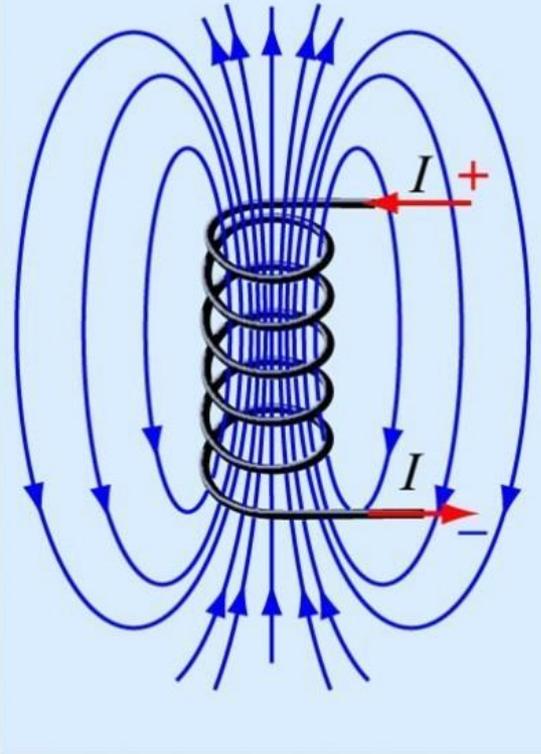
3)  $r = R$ :  $\rightarrow B = \mu_0 \frac{IN}{2\pi R} = \mu_0 nI$

$n = \frac{N}{2\pi R}$  — число витков на единицу длины

## 7. Магнитное поле соленоида

Соленоидом называется катушка из тонкого провода, витки которой намотаны вплотную на сердечник в форме прямого цилиндра.

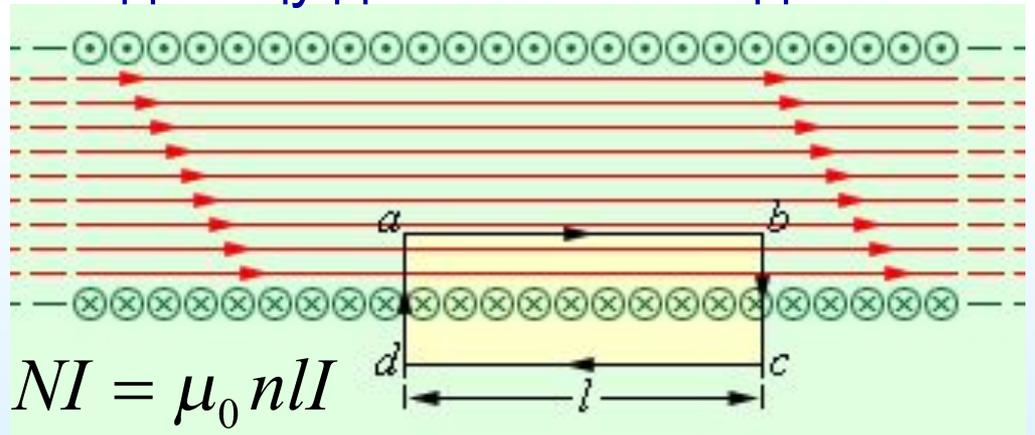
Представим себе тороид очень большого радиуса и затем мысленно вырежем из него кусок :



$$B = \mu_0 \frac{IN}{2\pi R} = \mu_0 nI$$

$$H = \frac{IN}{2\pi R} = nI$$

Произведение  $nI$  называют числом ампер-витков на единицу длины соленоида.



$$Bl = \mu_0 NI = \mu_0 nIl$$

Достоинство тороида – все магнитное поле сосредоточено внутри него. Недостаток – это поле неоднородно, зависит от радиуса.

Достоинство бесконечно длинного соленоида – все поле сосредоточено внутри и оно однородно.