

Лекция 6

1. Механика

1.6. Механические волны

Распространение колебаний в упругой среде. Поперечные и продольные волны. Волновой фронт. Волновая поверхность. Уравнение распространения волны. Длина волны. Фазовая скорость. Волновое уравнение. Энергия упругой волны. Вектор Умова. Стоячие волны. Эффект Доплера. Звуковые волны. Скорость звука. Громкость звука и высота тона.

Волновое движение

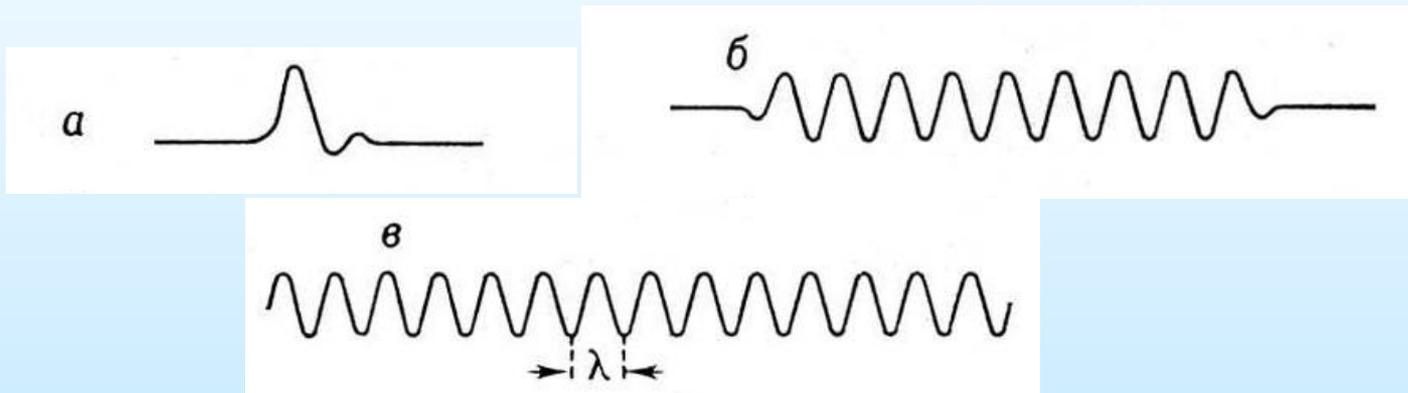
Механической волной называется процесс распространения колебаний в упругой среде, который сопровождается передачей энергии колеблющегося тела от одной точки среды к другой.

Волны образуются в результате гармонических колебаний частиц среды около своих положений равновесия.

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества!

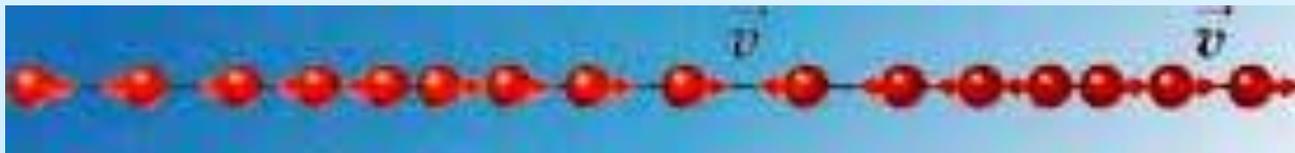
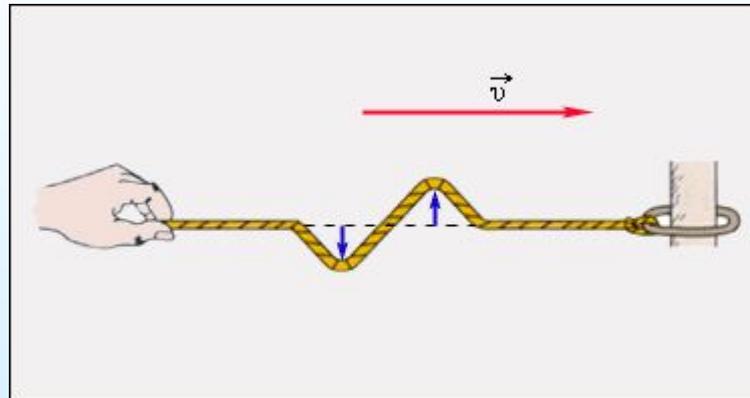
Различная форма волн

1. Одинокая волна (импульс) — короткое возмущение, не имеющее регулярного характера.
2. Цуг волн — ограниченный ряд возмущений.
3. Гармоническая волна — бесконечная синусоидальная волна.



Процесс образование волн

- Механические волны образуются благодаря инертности частиц среды и взаимодействию между ними, проявляющемуся в существовании сил упругости;
- Каждая частица среды совершает вынужденные колебания, такие же, что и первая частица, приведенная в движение; частота колебаний всех частиц одинакова и равна частоте источника колебаний;
- Колебание каждой частицы происходит с запаздыванием, которое обусловлено ее инертностью; это запаздывание тем больше, чем дальше находится частица от источника колебаний.

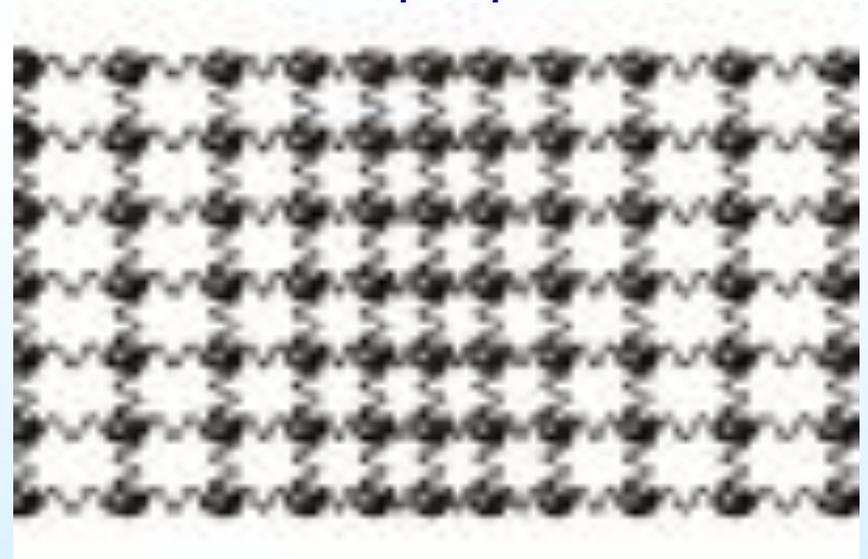
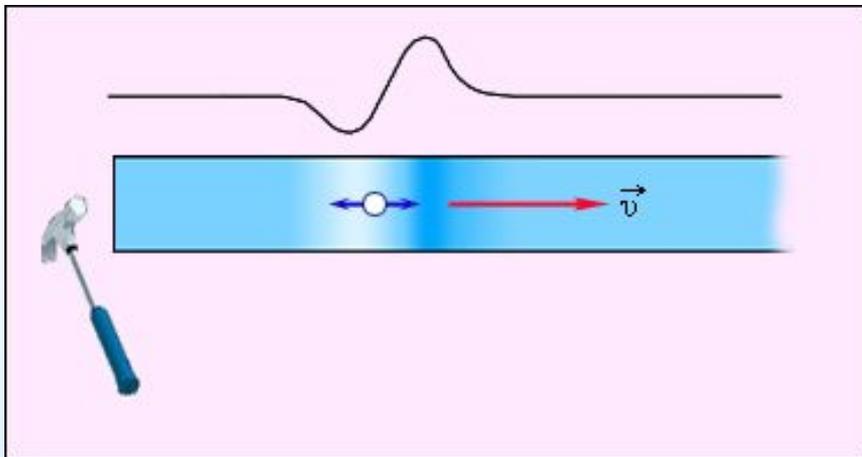


Продольные волны

Волны, направление распространения которых совпадает с направлением колебаний частиц среды, называют продольными.

Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации *сжатия* и *растяжения*, т. е. в твердых, жидких и газообразных средах.

В продольных волнах различают зоны сгущения и зоны разрежения плотности частиц. **Длина продольной волны** - расстояние между двумя ближайшими зонами сгущения или зонами разрежения.

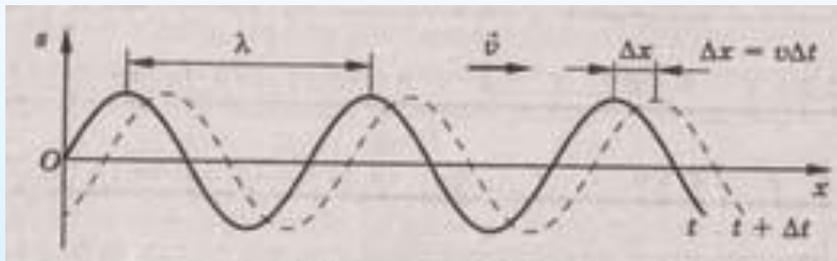
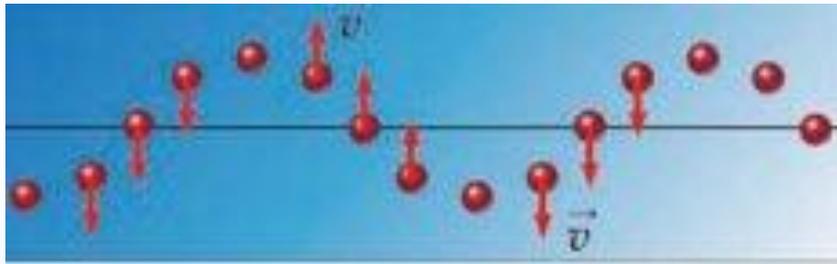


Поперечные волны

Волны называются поперечными, если частицы среды колеблются перпендикулярно (поперек) лучу волны. Поперечные волны существуют за счет сил упругости, возникающих при деформации *сдвига*, а поэтому возникают только в твердых средах.

В поперечных волнах различают горбы и впадины.

Длина поперечной волны - расстояние между двумя ближайшими горбами (пиками) или впадинами.



Пример: волны, распространяющиеся вдоль струн в музыкальных инструментах, волны на поверхности жидкости.

Волновой фронт

Волновой фронт (фронт волны) – геометрическое место множества точек, до которых дошло колебание к данному моменту времени.

1. Если источник волны является точкой, из которой она распространяется во всех направлениях, то образуется *сферическая волна*.
2. Если источник волны колеблющаяся плоская поверхность, то образуется *плоская волна*.

Волновая (фазовая) поверхность

Волновая поверхность – геометрическое место множества точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

$$\varphi = const$$

Луч волны

Луч волны - направление распространения волны.

Луч волны всегда перпендикулярен волновой поверхности.

Длина волны

Длина волны – путь, пройденный волной за период (или расстояние между точками, колеблющимися с разностью фаз 2π). Волновой процесс периодичен во времени и пространстве (периодичность процесса во времени характеризуется периодом; периодичность процесса в пространстве характеризуется длиной волны).

Амплитуда (A) – максимальное смещение колеблющейся частицы среды от ее положения равновесия.

Период (T) – время, необходимое частице для одного полного колебания.

Частота (v) – количество колебаний, произведенных частицей среды, за единицу времени.

Фаза (φ) колеблющейся частицы определяет ее положение и направление движения в данный момент времени. Фаза представляет собой часть длины волны или периода времени.

Фазовая скорость

Фазовой скоростью распространения волны называют скорость перемещения фазы волны.

За скорость волны принимают скорость перемещения гребня или впадины в поперечной волне, области максимального сгущения или разрежения в продольной волне.

$$\lambda = vT$$

$$v = \lambda \nu$$

$$\nu = 1/T$$

В твердых телах скорость волн больше, чем в жидкостях и газах, а в жидкостях больше, чем в газах. Это связано с тем, что молекулы в жидкостях и твердых телах расположены ближе друг к другу, чем в газах, и поэтому сильнее взаимодействуют.

Уравнение плоской бегущей незатухающей волны

В точке $x = 0$:

$$\xi(t) = A \cos(\omega t)$$

$$v = \lambda \nu = \frac{\lambda}{T}$$

$$\lambda = vT$$

$$\nu = 1/T$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

В точке x : $\xi(x, t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{v}\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

Уравнение распространения волны

Где

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

— Волновое число

Фаза

$$\varphi = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x = \omega t - kx$$

Если волна распространяется в противоположном направлении:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$$

Уравнение распространения встречной волны

Для любой волновой поверхности:

$$\varphi = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x = \text{const} \quad \longrightarrow \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \omega - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dx}{dt} = 0 \quad \longrightarrow$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = v$$

т.е. действительно скорость распространения волны совпадает с фазовой скоростью.

Уравнение сферической бегущей незатухающей волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr)$$

В сферической волне амплитуда убывает с расстоянием по закону $1/r$, поскольку энергия волны распространяется по волновому фронту со все большей площадью поверхности.

Волновое уравнение

Волновым уравнением называется дифференциальное уравнение, связывающее временную и пространственную составляющие волнового движения, решением которого является уравнение бегущей незатухающей волны.

$$\xi(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

Вторые производные по t и x :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2 \omega^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{T^2}{\lambda^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Всякая функция, удовлетворяющая уравнению такого вида, описывает некоторую волну.

Энергия волны

$$W = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

$$\langle w \rangle = \frac{W}{V} = \frac{mA^2\omega^2}{2V} = \frac{\rho A^2\omega^2}{2}$$

Средняя объемная плотность энергии, переносимой волной — энергия единицы объема среды, вовлеченной в колебательный процесс.

Поток энергии

Поток энергии – скалярная физическая величина, характеризующая перенос энергии волны в пространстве и численно равная энергии, переносимой волной в единицу времени через некоторую поверхность.

$$\Phi = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Размерность как у мощности (Вт).

Плотность потока энергии (вектор Умова)

Вектор Умова – векторная физическая величина, характеризующая перенос энергии волны в пространстве и численно равная энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Направлен по распространению волны.

$$P = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{\Delta W}{\Delta S \Delta t} = \frac{w\Delta V}{\Delta S \Delta t} = \frac{w\Delta S \Delta x}{\Delta S \Delta t} = wv$$



$$\vec{P} = w\vec{v}$$

Интенсивность волны

Интенсивность волны — среднее значение энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

$$J = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v$$

Стоячие волны

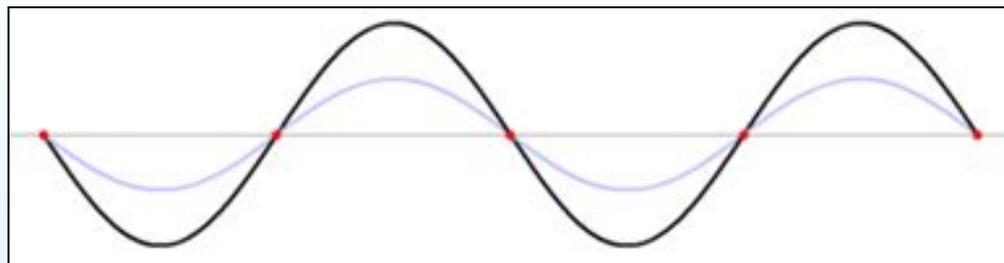
Стоячие волны — колебательный процесс, наблюдающийся при наложении двух встречных волн с одинаковыми амплитудами и частотами и отличающийся характерным расположением чередующихся максимумом (пучностей) и минимумов (узлов) амплитуды.

$$\left. \begin{aligned} \xi_1(x, t) &= A \cos(\omega t - kx) \\ \xi_2(x, t) &= A \cos(\omega t + kx) \end{aligned} \right\} +$$

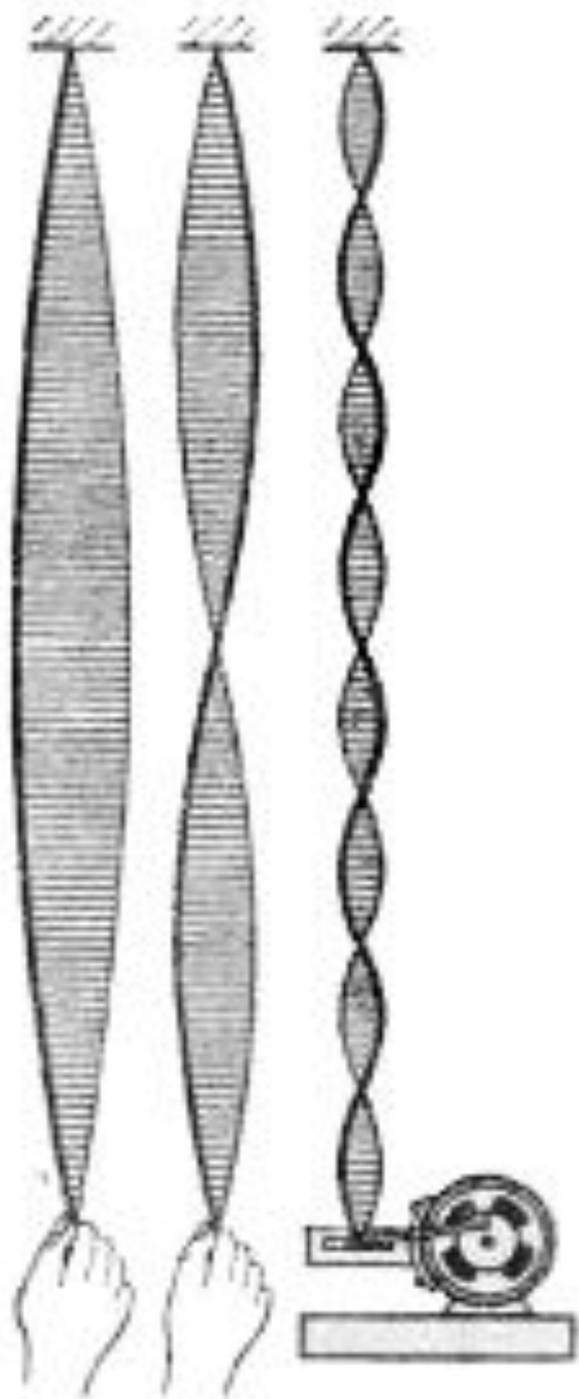
$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t = \\ &= 2A \cos(2\pi x / \lambda) \cdot \cos \omega t \end{aligned}$$



$$A_{cm} = |2A \cos(2\pi x / \lambda)|$$



Стоячая волна (чёрная) изображена в виде суммы двух волн (красная и синяя), распространяющихся в противоположных направлениях. Красные точки обозначают узлы.



В точках среды, где:

$$2\pi x / \lambda = 0 \pm \pi n$$

– амплитуда максимальна
(пучности).

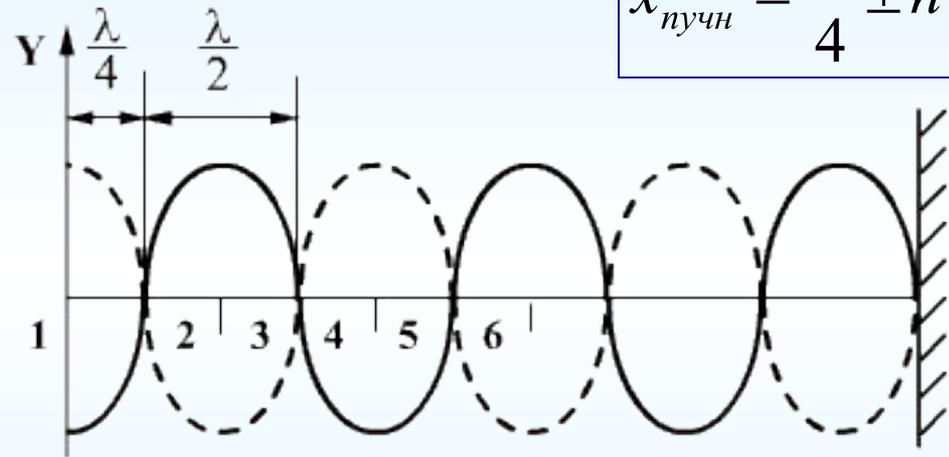
$$x_{\text{пучн}} = \pm n \frac{\lambda}{2}$$

В точках среды, где:

$$2\pi x / \lambda = \pi / 2 \pm \pi n$$

– амплитуда ноль (узлы).

$$x_{\text{узлы}} = \frac{\lambda}{4} \pm n \frac{\lambda}{2}$$



Стоячая волна энергию не переносит!



Труба
Рубенса
(Rubens)

Эффект Доплера

Эффект Доплера - изменение частоты волны, воспринимаемой наблюдателем (приемником) благодаря относительному движению источника волн и наблюдателя.

Если источник волн приближается к наблюдателю, число прибывающих к нему волн в каждую секунду превышает число испускаемых источником. Если источник волн удаляется от наблюдателя, то число испускаемых им волн больше, чем прибывающих к наблюдателю.

Приемник и источник приближаются друг к другу:

$$V_{\text{приемника}} = \frac{V_0 + V_{\text{приемника}}}{V_0 - V_{\text{источника}}} V_{\text{источника}}$$

Приемник и источник удаляются друг от друга:

$$V_{\text{приемника}} = \frac{V_0 - V_{\text{приемника}}}{V_0 + V_{\text{источника}}} V_{\text{источника}}$$

Изменение частоты волн вследствие эффекта Доплера называют доплеровским сдвигом частоты.

Используется для измерения скорости движения различных тел.

Скорость распространения волн

Скорость распространения продольных и поперечных волн зависит от упругих свойств среды.

E — модуль Юнга

G — модуль сдвига.

$$v_{\text{прод}} = \sqrt{E / \rho}$$

$$v_{\text{попер}} = \sqrt{G / \rho}$$

Поскольку в твердых средах E обычно гораздо больше G , продольные волны распространяются быстрее поперечных.

Звуковые волны

Звук — колебания среды, воспринимаемые органом слуха.

Акустика — раздел физики, изучающий звуковые явления.

Звуковая волна — упругая продольная волна, представляющая собой зоны сжатия и разряжения упругой среды (воздуха), передающаяся на расстояние с течением времени.

Слышимый звук — от 20 Гц (17 м) до 20 000 Гц (17 мм);

Инфразвук — ниже 20 Гц;

Ультразвук — выше 20 000 Гц.

Скорость звука зависит от упругих свойств среды и от температуры, например: в воздухе $v = 331$ м/с (при $t = 0^\circ\text{C}$) и $331,7$ м/с (при $t = 1^\circ\text{C}$); в воде $v = 1\,400$ м/с; в стали $v = 5\,000$ м/с.

Звуковой тон

Звук, издаваемый гармонически колеблющимся телом, называется музыкальным тоном.

Каждому музыкальному тону (до, ре, ми, фа, соль, ля, си) соответствует определенная длина и частота звуковой волны.

Шум - хаотическая смесь тонов.

Характеристики звуковых волн

1. Громкость звука определяется амплитудой колебаний в звуковой волне.
2. Высота звука определяется частотой звуковых колебаний. Чем больше частота, тем выше звук.