

Лекция 4

1. Механика

1.4. Сплошная среда

Твердое упругое тело. Упругие напряжения и деформации. Закон Гука. Модуль Юнга. Жидкости и газы. Давление. Закон Паскаля. Гидростатическое давление. Сообщающиеся сосуды. Сила Архимеда. Условие плавания тел. Течение жидкости. Уравнение Бернулли. Эффект Магнуса. Подъемная сила. Вязкое трение. Вязкость жидкости. Закон Стокса.

Твердое тело

Деформация

Деформацией называется изменение формы и размеров тел без макроразрушения под действием внешней силы.

Упругая деформация

Деформация, при которой тело полностью восстанавливает форму и размеры после прекращения действия сил, ее вызывавших.

Пластическая деформация

Деформация, при которой тело под действием внешних сил необратимо изменяет свою форму и размеры, т. е. деформируется без разрушения и сохраняет новую форму и размеры после прекращения действия сил.

Нормальное напряжение

Нормальное напряжение равно отношению модуля силы упругости к площади поперечного сечения тела.

$$\sigma = F / S$$

Относительное удлинение

$$\varepsilon = \Delta L / L_0 = (L_2 - L_1) / L$$

Для деформации растяжения относительное удлинение > 0 ,
для деформации сжатия < 0 .

Закон Гука

При небольших деформациях нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению.

$$\sigma = E|\varepsilon|$$

$$(F / S) = E|\Delta L / L_0|$$

$$E = \sigma / \varepsilon$$

Модуль Юнга (модуль упругости)

Модуль Юнга характеризует сопротивление материала растяжению/сжатию при упругой деформации вдоль оси действия силы и определяется как отношение напряжения к удлинению.

Модуль сдвига (модуль жесткости)

Модуль сдвига характеризует способность материала сопротивляться изменению формы при сохранении его объёма и определяется как отношение напряжения сдвига к деформации сдвига.

E — модуль Юнга

G — модуль сдвига.

$$v_{\text{прод}} = \sqrt{E / \rho}$$

$$v_{\text{попер}} = \sqrt{G / \rho}$$

Поскольку в твердых средах E обычно гораздо больше G , продольные волны распространяются быстрее поперечных.

Жидкость

Жидкость

Под жидкостью понимают физическое тело, обладающее определенным объемом, но не имеющее твердой формы (текучее).

Несжимаемая жидкость

Объем остается постоянным и не зависит от давления.

Сила давления

Силой давления называется сила, с которой жидкость действует на поверхность твердых тел, граничащих с ней.

- 1) Силы давления в жидкости действуют во все стороны.
- 2) Силы давления всегда перпендикулярны к поверхности.

Давление

Давление – скалярная физическая величина, характеризующая распределение силы по поверхности, на которую она действует, и численно равная силе, действующей на единичную площадку в направлении, перпендикулярном этой площадке.

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} \cos \alpha \quad \longrightarrow \quad p = \frac{\Delta F}{\Delta S} \quad \longrightarrow \quad p = \frac{F}{S}$$

Давление жидкости

Давлением жидкости (газа) на участке поверхности называется отношение силы давления, действующей на данный участок, к площади этого участка.

Единицы давления

Паскаль – давление, производимое силой в 1 н на поверхность площадью 1 м^2 .

Гектопаскаль — 10^6 Па

Бар — 10^5 Па

Техническая атмосфера (т.а., ат) = 0,98 бар = $9,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$

Физическая атмосфера (ф.а., атм) = 1,01 бар = $1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$

мм. рт. ст. (торр) = $1,33 \cdot 10^2 \text{ Па}$

м. вод. ст. = 9807 Па

psi — фунт-сила на кв. дюйм = 6895 Па

Внешнее давление (поршневое, поверхностное)

Внешним называется давление, производимое внешними силами, действующими на поверхность объема жидкости.

Гидростатическое давление (внутреннее)

Гидростатическим называется давление, возникающее внутри жидкости, находящейся в поле сил тяжести.



Блез Паскаль
(1623-1662)

Закон Паскаля

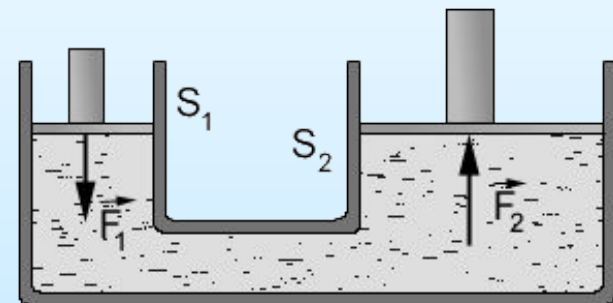
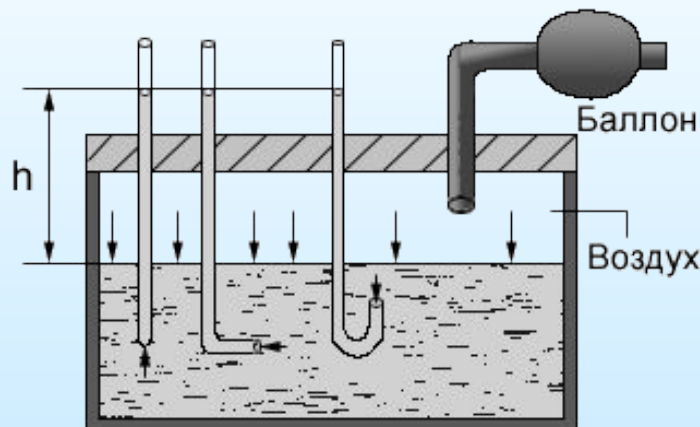
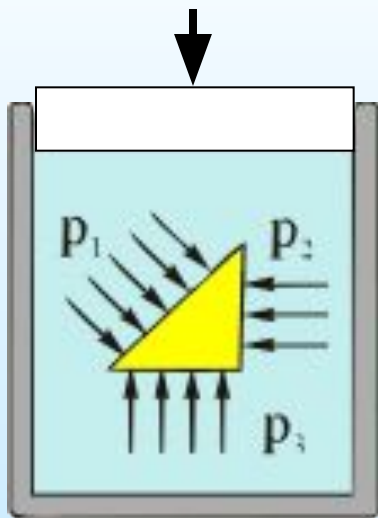
Если на жидкость (газ) действуют только поверхностные силы, то давление внутри всех точек жидкости одинаково (передается без изменения в любую точку жидкости).

Гидравлический пресс

Гидравлический пресс представляет собой два сообщающихся сосуда цилиндрической формы с поршнями, площади которых существенно различны

$$p = F_1 S_1 = F_2 S_2 \quad \longrightarrow \quad d_1 : d_2 = 1 : 10$$
$$S_1 : S_2 = 1 : 100 \quad \longrightarrow \quad F_1 : F_2 = 100 : 1$$

$$V = S_1 h_1 = S_2 h_2 \quad \longrightarrow \quad h_1 : h_2 = 100 : 1$$



Гидростатические силы

Горизонтально: $F_1 = F_2 \quad \longrightarrow \quad p_1 = p_2$

Давление для любых точек внутри жидкости на одной горизонтальной плоскости одинаково.

Вертикально: $F_1 + mg - F_2 = 0$

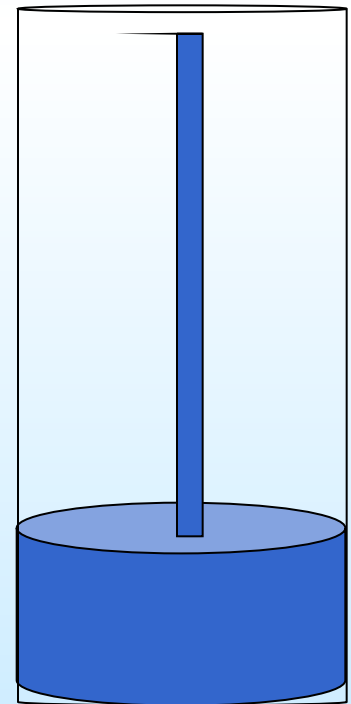
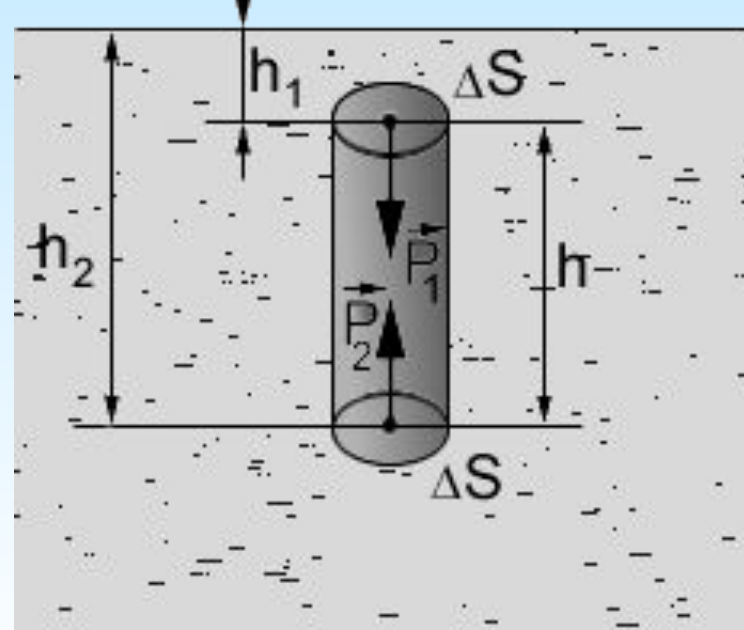
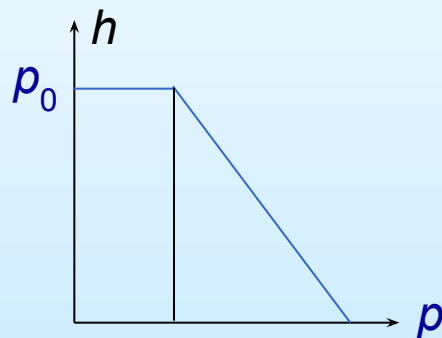
$$p_1 S + mg - p_2 S = 0$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho g \Delta V}{S} = \frac{\rho g S \Delta h}{S} = \rho g \Delta h$$

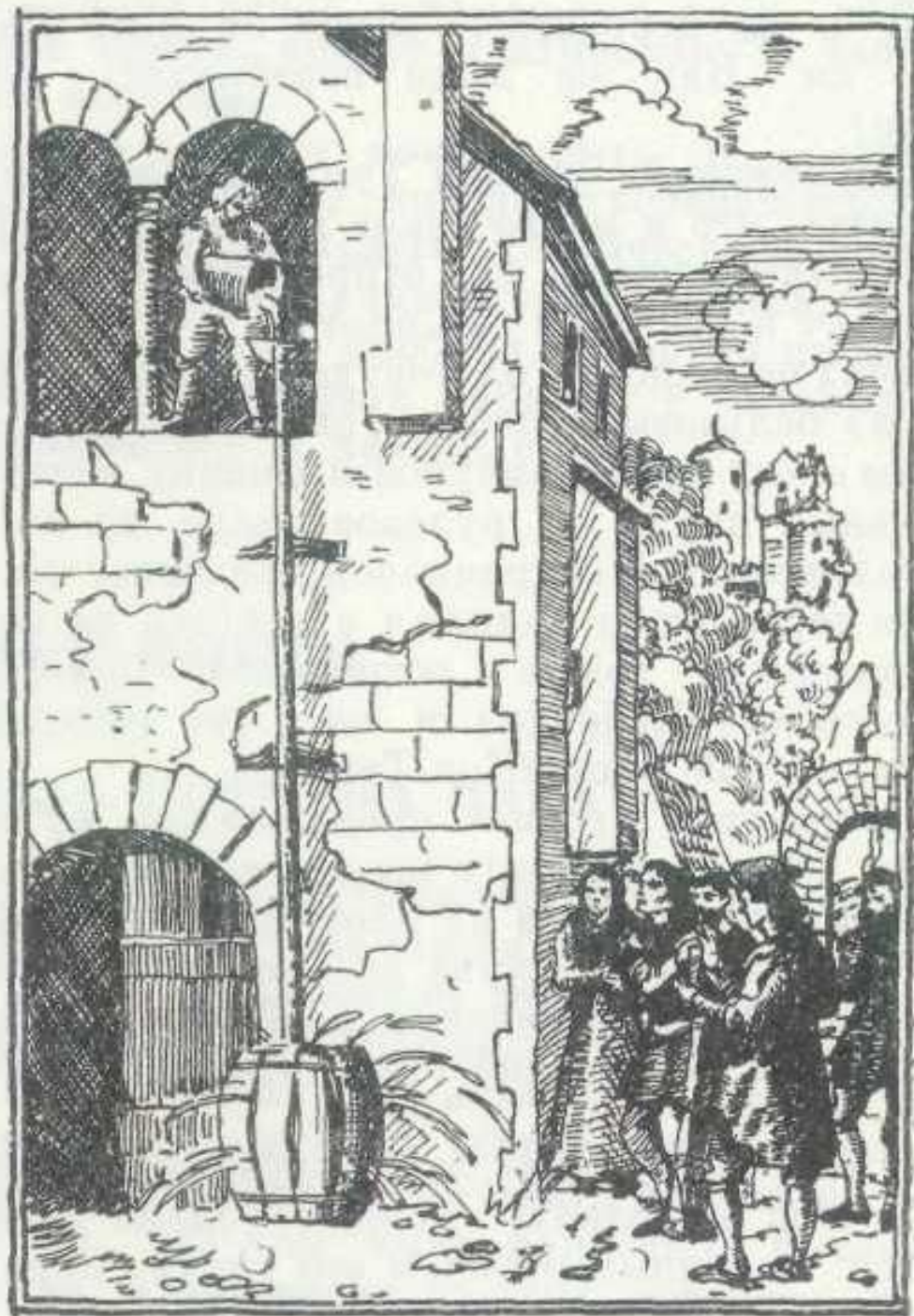
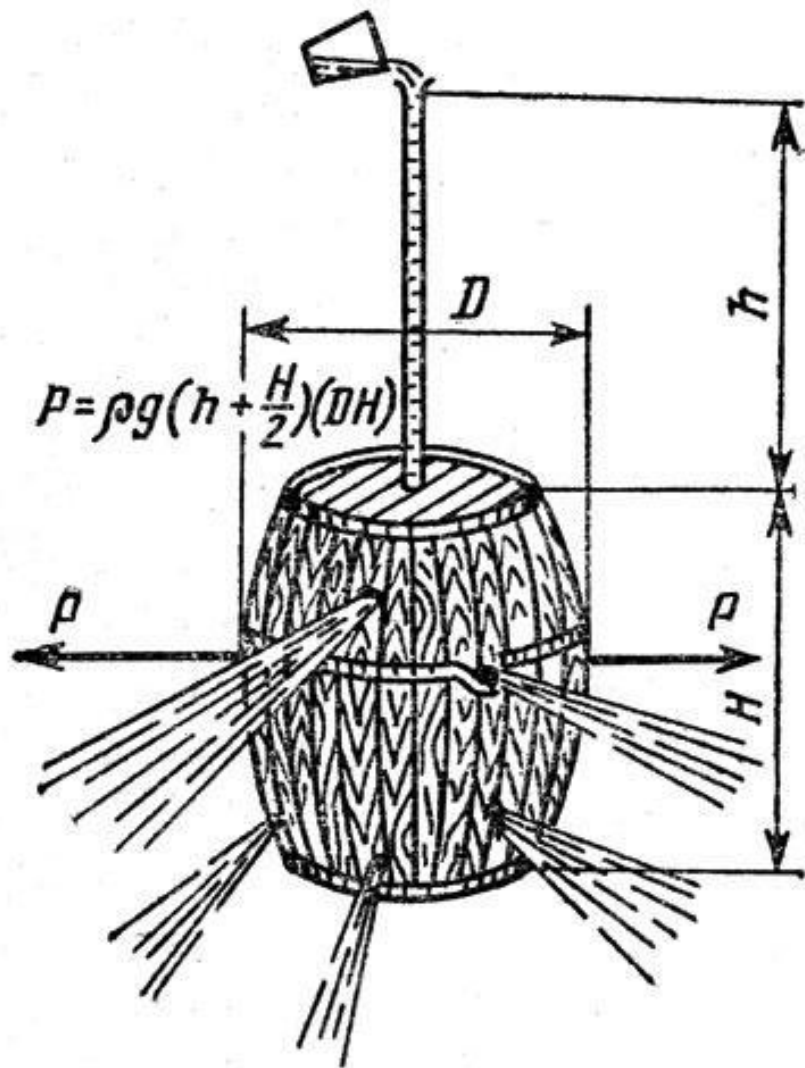
Разность давлений в двух разных точках внутри жидкости равна весу столба жидкости с площадью сечения, равной единице, и с высотой, равной разности глубин погружения точек.

Полное давление:

$$p = p_{\text{внешнее}} + p_{\text{гидр}}$$



Опыт Паскаля (1648)



Сообщающиеся сосуды

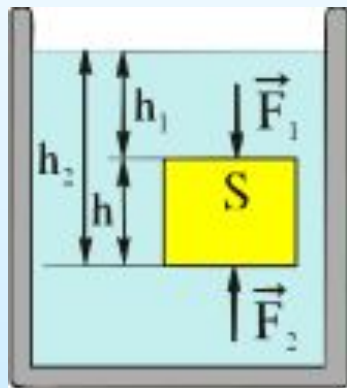
Сообщающимися называют сосуды, имеющие между собой канал, заполненный жидкостью. Наблюдения показывают, что в открытых сообщающихся сосудах любой формы свободная поверхность однородной жидкости всегда устанавливается на одном уровне.



Жидкость устанавливается в сообщающихся сосудах так, что давления во всех точках, расположенных в одной горизонтальной плоскости, одинаковы.

Сила Архимеда

Результирующая всех сил давления, действующих на погруженное в жидкость (газ) тело, называется выталкивающей силой Архимеда.



$$F_1 - F_2 = p_1 S - p_2 S = \Delta p S = \rho_g g \Delta h S = \rho_g g V = P_g$$

Сила Архимеда равна весу жидкости в объеме этого тела и приложена к центру тяжести этого объема жидкости, который будем теперь называть центром давления. Он может отличаться от центра тяжести самого тела, если плотность тела неоднородна.

Закон Архимеда

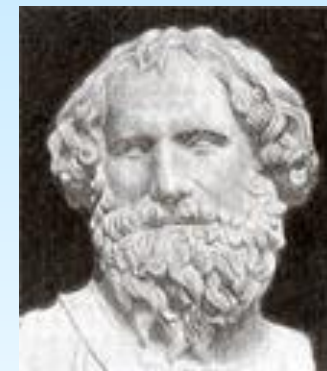
На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости (газа) и приложенная к центру давления.

$$F_A = \rho_{\text{в}} g V_{\text{в}}$$

При $P > F_A \rightarrow m_m > m_{\text{в}} \rightarrow \rho_m > \rho_{\text{в}}$ тело тонет;

При $P < F_A \rightarrow m_m < m_{\text{в}} \rightarrow \rho_m < \rho_{\text{в}}$ тело всплывает;

При $P = F_A \rightarrow m_m = m_{\text{в}} \rightarrow \rho_m = \rho_{\text{в}}$ состояние равновесия.



Архимед
(287-212
до н.э.)

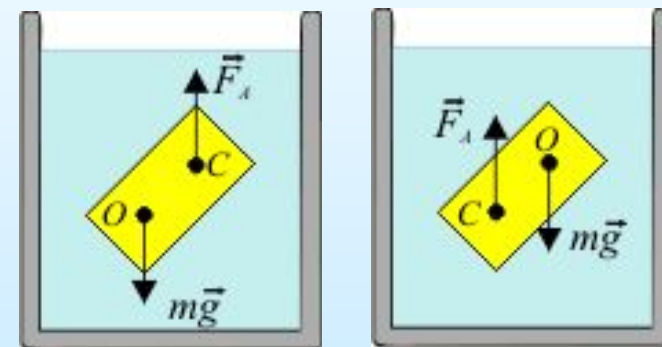
Условие плавания тел на поверхности жидкости

Сила Архимеда равна весу жидкости в объеме погруженной в нее части тела. Пример: айсберг, корабль. Вес вытесненной кораблем жидкости называется водоизмещением. Должен быть равен весу корабля.

$$F_A = \rho_{\text{в}} g V_{\text{погр}}$$

Устойчивость

Если центр тяжести плавающего корабля расположен ниже центра давления, то возникающий при легком крене момент сил возвращает корабль в прежнее положение.



Течение жидкости



Даниил Бернулли (1700-1782)

Уравнение неразрывности струи

$$\Delta m = const \quad \longrightarrow \quad \rho \Delta V = \rho S \Delta l = \rho S v \Delta t = const$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Уравнение Бернулли

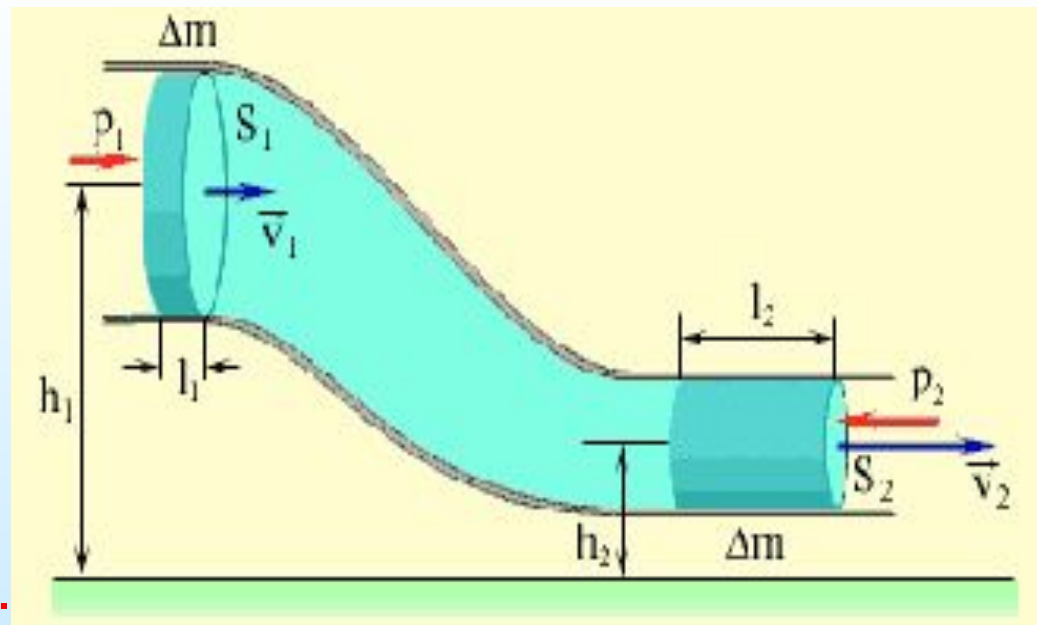
Закон Бернулли является следствием закона сохранения энергии для стационарного потока идеальной (то есть без внутреннего трения) несжимаемой жидкости.

Полное давление в установившемся потоке жидкости остается постоянным вдоль этого потока.

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho gh + p = const$$

Полное давление состоит из весового, статического и динамического давлений.

Давление в движущейся жидкости тем меньше, чем больше скорость ее движения.

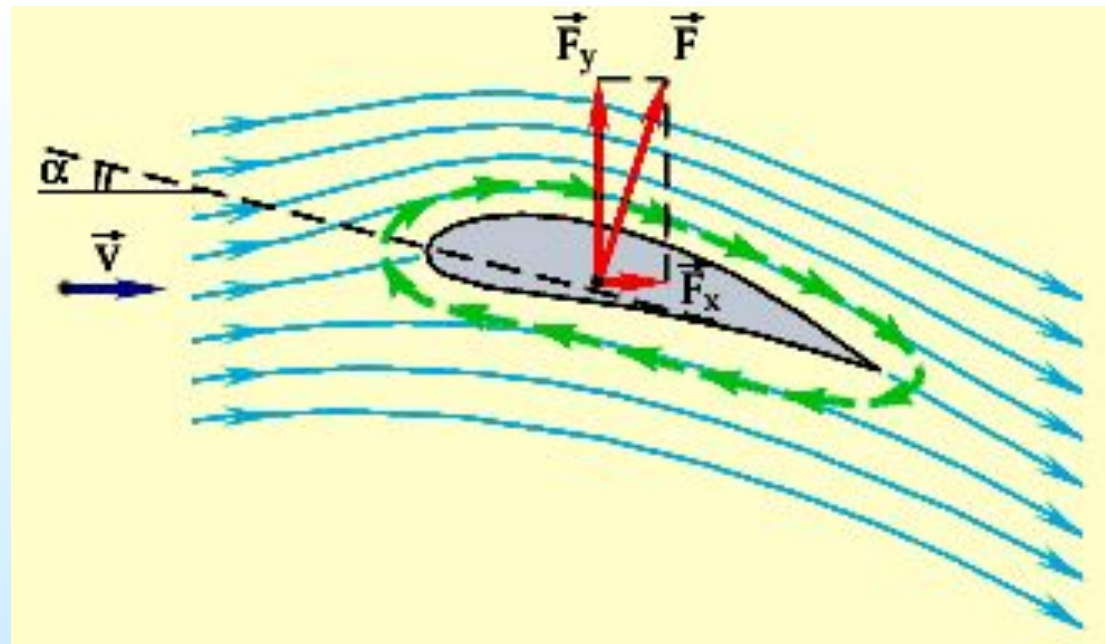
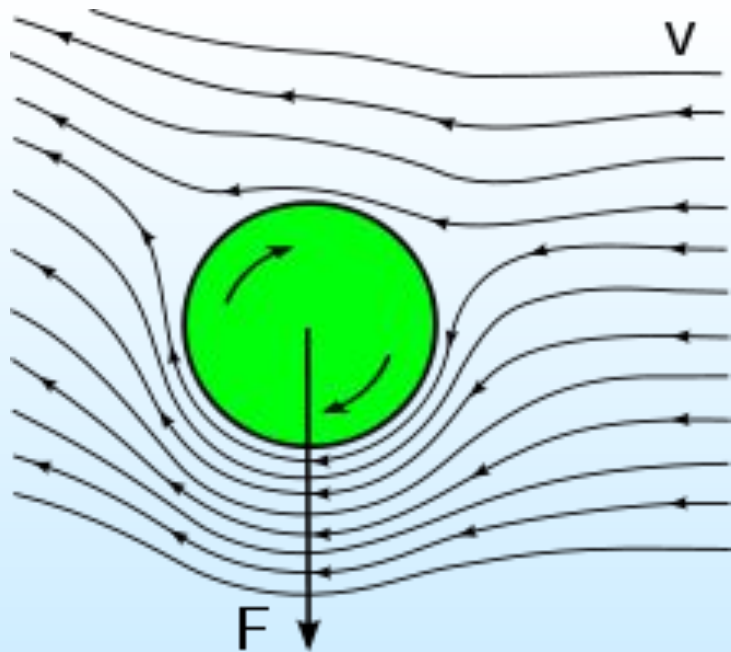


Эффект Магнуса

Физическое явление, возникающее при обтекании вращающегося тела потоком жидкости или газа.

Ввиду разности скоростей с разных сторон тела вращающегося возникает разность давлений, порождающая поперечную силу воздействующую на тело и направленную перпендикулярно направлению потока.

Сила направлена от той стороны вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны, к той стороне, на которой эти направления совпадают.



Вязкое (внутреннее) трение

Вязкое трение возникает при движении твёрдых тел в жидкой или газообразной среде, или когда сама жидкость или газ текут мимо неподвижных твёрдых тел, и действует так, чтобы уравнивать скорости во всех слоях жидкости.

При обмене молекулами соседних быстрых и медленных слоев происходит передача импульса от слоя к слою, а, значит, на каждый слой начинает действовать сила, равная изменению импульса в единицу времени (второй закон Ньютона).

При вязком трении не существует трения покоя!

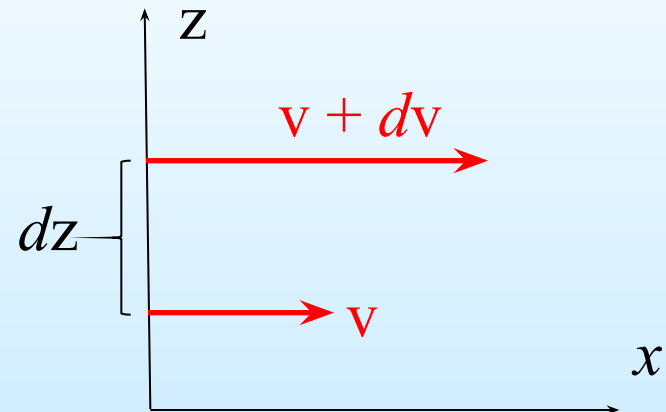
Градиент скорости

Градиент скорости численно равен изменению скорости на единицу длины в направлении, перпендикулярном скорости.

Сила вязкого трения

Сила вязкого трения, действующая между двумя слоями, пропорциональна площади их соприкосновения и градиенту скорости.

$$F_{\text{в тр}} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S$$



Вязкость жидкости

Коэффициент динамической вязкости – скалярная физическая величина, численно равная силе внутреннего трения, возникающей на каждой единице поверхности соприкосновения двух слоев жидкости,двигающихся относительно друг друга с градиентом скорости, равным единице.

Единица динамической вязкости – кг/(м · сек)

$$F_{втр} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S$$

Закон Стокса

Закон Стокса определяет силу вязкого трения, действующую на медленнодвигающийся шарик в безграничном объеме жидкости.

$$F_{втр} = 6\pi\eta Rv$$

При падении шарика в жидкости под действием собственного веса:

$$F_{тяж} = F_A + F_{втр}$$

$$(\rho - \rho_{ж})Vg = 6\pi\eta Rv$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \longrightarrow$$

$$v_{уст} = \frac{2(\rho - \rho_{ж})gR^2}{9\eta}$$

